



TESIS EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE MÁSTER EN CIENCIAS

*TÍTULO: Alternativas de control para
un Péndulo de Furuta.*

AUTOR: Ing. Javier Gonzalo González Fontanet
TUTORA: Dra. Ania Lussón Cervantes

Santiago de Cuba
Junio de 2014

DEDICATORIA

A mis padres por su confianza y por esperar siempre lo mejor.

A mis hermanos.

A mis abuelos.

A mi esposa y mi bebé en camino...

Al resto de la familia, que si la menciono, la dedicatoria se hace más extensa que la propia tesis.

A mis amigos por estar siempre presente.

AGRADECIMIENTOS

A Ania, mi tutora, por permitirme trabajar con ella, y por ser tan exigente.

A Luisa Villafruela y Ricardo Caballín por presentarme el tema.

A los profesores del Departamento de Control Automático con merecidos reconocimientos a: Dr. Francisco Chang, Dra. Mercedes Ramírez, Dr. Reinel Beltrán, Dr. Israel Mazaira y MSc. Irina Bausa por los consejo relacionados con el trabajo que se presenta.

A mis amigos de DEPCA.

A mi amigo el Chino por la ayuda prestada con la búsqueda de información en Internet (misión que se hace imposible en la UO).

Al equipo del CopyCenter.....

RESUMEN

En los últimos años, uno de los experimentos más usados a la hora de probar estrategias de control ha sido el péndulo rotatorio invertido o péndulo de Furuta; este además es ampliamente utilizado en la teoría de locomoción y estabilidad de los robots humanoides y en los sistemas antisísmicos de los edificios, entre otros.

Por otro lado, también en los últimos tiempos, entre las estrategias de control avanzado que mejores resultados exhiben en sus aplicaciones, se encuentran el Control Predictivo basado en Modelo (MPC) y el control Fuzzy.

El objetivo de esta investigación radica en diseñar un control avanzado y combinado (Fuzzy + MPC) para el control del péndulo de Furuta; haciendo uso de la herramienta computacional MATLAB, a fin de brindar una alternativa de control global que mejore la respuesta del sistema.

También se diseña un modelo virtual 3D del péndulo de Furuta para el mejor aprovechamiento de la teoría relacionada con la simulación y control del mismo. El lenguaje usado para el diseño del modelo virtual es el *VRML (Virtual Reality Modelling Language)*, este ha sido considerado como el estándar para gráficos 3D y multimedia.

ABSTRACT

Lately, one of the experiments more frequently used to prove control strategies has been the inverted rotator pendulum or Furuta's pendulum. It has also been widely used in the theory of locomotion and stability of humanoid robots and in the antisismic systems of buildings among others.

On the other hand, the control strategies called Predictive Control based on the Model (MPC) and Fuzzy control are among the advanced strategies that show best results in their applications lately.

This research aims at designing an advanced and combined control (Fuzzy + MPC) to control the Furuta's pendulum. It uses the computer tool MATLAB in order to provide an alternative of control that reduces the time of its placement in its inverted position.

A 3D virtual model of the Furuta's pendulum is also designed to take better advantage of the theory related to its simulation and control. The language used in the design of the virtual model is *VRML (Virtual Reality Modelling Language)* which has been considered as the standard language for 3D graphics and multimedia.

NOTACIONES GENERALES

3D: Tercera Dimensión

CLB: Controlador Lógico Borroso

FC: Función de Costo

GDL: Grado de libertad.

IFAC: International Federation of Automatic Control

IP: Inverted Pendulum

LGR: Lugar Geométrico de las Raíces

LQR: Regulador Lineal Cuadrático

MPC: Model Predictive Control

PD: Proporcional Derivativo

PE: Punto de Equilibrio

PF: Péndulo de Furuta

RNA: Red Neuronal

RV: Realidad Virtual

RVE: Realimentación por Variables de Estado

VE: Variable de Estado

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL	6
INTRODUCCIÓN	6
1.1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL PARA EL PÉNDULO DE FURUTA.....	6
1.1.1. CONTROL BASADO EN LA ENERGÍA DEL SISTEMA	6
1.1.2. CONTROL POR REALIMENTACIÓN DE VARIABLES DE ESTADO	9
1.1.3. CONTROL FUZZY	13
1.1.4. CONTROL PREDICTIVO BASADO EN MODELO	18
1.2. ESTADO DEL ARTE DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL PREDICTIVO BASADO EN MODELO Y FUZZY	24
1.2.1. CONTROL PREDICTIVO BASADO EN MODELO	24
1.2.2. CONTROL FUZZY	27
1.3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE LA REALIDAD VIRTUAL	28
1.4. ESTADO DEL ARTE DE LA REALIDAD VIRTUAL	30
CONCLUSIONES PARCIALES I	33
CAPÍTULO II. CARACTERIZACIÓN DEL PÉNDULO DE FURUTA.....	34
INTRODUCCIÓN	34
2.1. ESTADO DEL ARTE DE LOS SISTEMAS PENDULARES	34
2.1.1. CARACTERIZACIÓN HISTÓRICA DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EN EL PÉNDULO DE FURUTA	38
2.1.2. APLICACIONES DEL PÉNDULO DE FURUTA	42
2.2. MODELADO DEL PÉNDULO DE FURUTA.....	44
2.2.1. OBTENCIÓN DEL MODELO LINEAL DEL PÉNDULO DE FURUTA	47
CONCLUSIONES PARCIALES II	49
CAPÍTULO III: DISEÑO DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EN EL PÉNDULO DE FURUTA 50	
INTRODUCCIÓN	50
3.1. DISEÑO DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EN EL PÉNDULO DE FURUTA	50
3.1.1. DISEÑO DEL CONTROL BASADO EN REGULACIÓN DE LA ENERGÍA DEL SISTEMA PARA EL BALANCEO DEL PÉNDULO DE FURUTA	51
3.1.2. DISEÑO DEL CONTROL FUZZY PARA EL BALANCEO DEL PÉNDULO DE FURUTA.....	51
3.1.3. DISEÑO DEL CONTROL EN LA POSICIÓN INVERTIDA DEL PÉNDULO DE FURUTA USANDO REALIMENTACIÓN DE VARIABLES DE ESTADO	54
3.1.4. DISEÑO DEL CONTROL EN LA POSICIÓN INVERTIDA DEL PÉNDULO DE FURUTA USANDO CONTROL PREDICTIVO BASADO EN MODELO.....	55
3.2. RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES EN EL PÉNDULO DE FURUTA	56
3.2.1. ALTERNATIVA DE CONTROL BASADA EN LA ENERGÍA DEL SISTEMA + RVE	57

3.2.2. RESULTADOS DE LA ALTERNATIVA DE CONTROL FUZZY + RVE	59
3.2.3. RESULTADOS DE LA ALTERNATIVA DE CONTROL FUZZY + CONTROL PREDICTIVO BASADO EN MODELO.....	61
3.3. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.....	63
3.4. DISEÑO DEL ENTORNO VIRTUAL DE LA MAQUETA DEL PÉNDULO DE FURUTA66 CONCLUSIONES PARCIALES III	70
CONCLUSIONES GENERALES.....	71
RECOMENDACIONES	72
BIBLIOGRAFÍA.....	73
ANEXOS	

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Diagrama de cuerpo libre del péndulo.....	7
Figura 1.2. Esquema del lazo de control en espacio de estados con una señal de referencia.....	11
Figura 1.3. Función de pertenencia de un conjunto borroso.	16
Figura 1.4. Diagrama en bloques del lazo con regulador borroso.	17
Figura 1.5. Metodología del MPC.....	20
Figura 1.6. Estructura básica del MPC.	21
Figura 1.7. Ejemplos de espacios recreados en realidad virtual.	29
Figura 2.1. Acciones que desarrolla un operador humano para el control.	35
Figura 2.2. Péndulo de Furuta o Péndulo Rotacional Invertido.	37
Figura 2.3. Maqueta desarrollada en el Instituto Politécnico de Valencia.	39
Figura 2.4. Esquema pendular desarrollado por D. S. de la Torre.	40
Figura 2.5. Ejemplo de algunas aplicaciones del Péndulo de Furuta.	43
Figura 2.6. Aplicaciones robóticas de péndulos invertidos: el BallyBot.	43
Figura 2.7. Diagrama de cuerpo libre del Péndulo de Furuta.	44
Figura 2.8. Puntos de equilibrio de un péndulo.....	47
Figura 3.1. Ventana de edición del controlador Fuzzy.....	52
Figura 3.2. Funciones de pertenencia de Theta.	52
Figura 3.3. Funciones de pertenencia de Thetap.	53
Figura 3.4. Funciones de pertenencia de la acción de control v.....	53
Figura 3.5. Ubicación de los polos del modelo lineal del PF.	55
Figura 3.6. Diagrama en bloque para el control global del PF.....	57
Figura 3.7. Actuación del conmutador.	57
Figura 3.8. Salida del ángulo del péndulo θ - Energía + RVE.	58
Figura 3.9. Salida del ángulo del brazo ϕ - Energía + RVE.....	58
Figura 3.10. Acción de control - Energía + RVE.	58
Figura 3.11. Energía del péndulo - Energía + RVE.	58
Figura 3.12. Salida del ángulo del péndulo θ - frente una variación en escalón - Energía + RVE...	59
Figura 3.13. Salida del ángulo del brazo ϕ frente a una variación en escalón en θ - Energía + RVE.	59
Figura 3.14. Salida del ángulo del péndulo θ - Fuzzy + RVE.	60
Figura 3.15. Salida del ángulo del brazo ϕ - Fuzzy + RVE.	60
Figura 3.16. Salida de velocidad de cambio de θ - Fuzzy + RVE.....	60

Figura 3.17. Acción de control (v) - Fuzzy + RVE.....	60
Figura 3.18. Salida del ángulo del péndulo θ - Fuzzy + MPC.....	61
Figura 3.19. Salida del ángulo del brazo ϕ - Fuzzy + MPC.....	62
Figura 3.20. Acción de control - Fuzzy + MPC.	62
Figura 3.21. Salida de θ frente una variación en escalón - Fuzzy + MPC.....	63
Figura 3.22. Salida de ϕ frente a una variación en escalón en θ - Fuzzy + MPC.	63
Figura 3.23. Acción de control (v) frente a una variación en escalón en θ - Fuzzy + MPC.....	63
Figura 3.24. Salida de θ para las distintas alternativas de control.	64
Figura 3.25. Salida de θ ante un cambio en la referencia de ϕ a los 30 segundos y frente a una variación en escalón en θ a los 60 s.	64
Figura 3.26. Salida de ϕ para las distintas alternativas de control.	65
Figura 3.27. Acción de control (v) para las distintas alternativas de control.	65
Figura 3.28. Entorno de desarrollo del V-Realm Builder 2.0.	67
Figura 3.29. Esquema de enlace de las tres herramientas utilizadas para la visualización del Péndulo de Furuta.	67
Figura 3.30. Visor del <i>Virtual Reality</i> , bloque de parámetros y algunos bloques del toolbox.....	68
Figura 3.31. Diseño del Péndulo de Furuta en el <i>V-Realm Builder</i>	69
Figura 3.32. Ejemplo de visualización con el <i>Virtual Reality Toolbox</i>	69
Figura 3.33. Diseño final del modelo virtual del Péndulo de Furuta.	70

Introducción

Los sistemas de control modernos facilitan el desarrollo de gran cantidad de procesos a nivel industrial y la simulación de diversos sistemas, ya que mejora notoriamente el funcionamiento de todo el sistema desarrollado.

Existen gran variedad de aplicaciones, no sólo a nivel industrial, también a nivel experimental, que permiten simular el comportamiento de muchos procesos industriales y eventos de la vida cotidiana, para evaluarlos, mejorarlos y encontrar soluciones a posibles errores existentes antes de ser aplicados.

Una de esas aplicaciones es el péndulo invertido (IP, Inverted Pendulum), el cual puede ser usado en gran variedad de experimentos para evaluar conceptos de periodo o gravedad, en sistemas que pueden ser complejos o sencillos (Ramírez & Zuluaga, 2011).

La mayoría de las personas en el mundo han jugado a sostener en las palmas de las manos una escoba invertida. La idea del juego es no dejar que la escoba se caiga, por tanto se debe estar pendiente para actuar rápidamente ante cualquier inclinación de la misma. En el momento que el humano observa que se esté cayendo para un lado o para otro, este mueve apresuradamente su mano para tratar de estabilizar la escoba y esperar a que esta permanezca lo más quieta posible en la posición vertical invertida. ¿Podría ser este juego la clave para lograr el control del balanceo de los robots?

Probablemente el primero en estudiar el fenómeno del péndulo invertido fue Claude Shannon, quién estudió al sistema y lo modeló físicamente a través de un proceso de un juego erector. Este constaba de un péndulo invertido el cual instaló encima de un carrito, que podía moverse en dos direcciones, el mismo estaba compuesto por una barra invertida cuyo punto de apoyo se encontraba en la parte inferior y su equilibrio era dado por una acción de control ejercida por un actuador (Caballín & Villafruela, 2013).

Las diferencias entre los péndulos invertidos radican en el tipo de intervención que se le realice a la barra invertida: unos dados por un movimiento lineal de un carro sobre un riel; otros por la acción de inercia de una volante; otros por la acción de una barra en movimiento rotacional; etc.

Este último fue desarrollado por el Dr. Katsuhisa Furuta, quien propuso el control de estabilidad de dicho péndulo a través de un nuevo modelo físico, en un plano de 360° , y que giraba en ambas direcciones. Este esquema ha resultado hasta nuestros días, el más implementado por los científicos e investigadores de diversas ramas de la ciencia y la industria (Valenzuela, Montoya, & Giraldo, 2012).

En general, la teoría de este esquema ha sido utilizada por la industria militar, en el direccionamiento de los proyectiles inteligentes o el manejo de armas y vehículos no tripulados. En el campo espacial, en el posicionamiento de satélites y de naves espaciales. Otras de las aplicaciones de esta teoría son: el control antisísmico de edificios y en la construcción de grúas y herramientas mecánicas con un gran número de grados de libertad. En el campo de la robótica, se están desarrollando diversos tipos de robots que utilizan la teoría que se usa en los péndulos invertidos, tanto para lograr su estabilidad como su velocidad de traslación (Mancillas & et al, 2009).

Sin embargo, el uso de los péndulos invertidos es más aplicado en el ámbito educativo, como medio didáctico en muchos centros de investigación, debido a que representa un problema clásico de control no lineal que puede tener múltiples estrategias para solucionarse, por ejemplo: control basado en modelo, control borroso, neuronal, algoritmos genéticos, control basado en la energía del sistema y muchos otros (Maravall & et al, 2005).

Actualmente para lograr el control global del péndulo de Furuta (PF) se realizan dos controles independientes: el primero se encarga de balancear al mismo hasta que este alcance una región cercana a la posición de equilibrio y luego de alcanzada esta región el controlador del balanceo conmuta a otro que se encarga de mantener al péndulo en la posición invertida.

Muchas tareas se pueden realizar mediante el control de la energía del péndulo en vez de controlar su posición y velocidad directamente. Por ejemplo, una manera de balancear el péndulo a la posición invertida es darle una energía que corresponde a la posición vertical. El péndulo entonces comienza a balancearse y puede ser “atrapado” en la posición vertical con una estrategia de estabilización (Åström & Furuta, 1996).

Otra de las técnicas que puede ser utilizada para el control del balanceo del PF puede ser la lógica Fuzzy. Esta estrategia resulta muy útil en aquellas situaciones en que los datos y sus relaciones no pueden escribirse en términos matemáticos precisos. Los conjuntos borrosos son una generalización de la lógica clásica y

contienen objetos que pertenecen de forma imprecisa o gradual al conjunto. El grado de pertenencia viene definido por una función de pertenencia, que usualmente toma valores entre 0 y 1.

El método del lugar geométrico de las raíces (o Realimentación de Variables de Estado (RVE)) es un enfoque gráfico que permite determinar las ubicaciones de todos los polos en lazo cerrado a partir de las ubicaciones de los polos y ceros en lazo abierto conforme algún parámetro (por lo general la ganancia) varía de cero a infinito (Ogata, 2002).

En la actualidad se puede considerar que el objetivo de todo sistema de control consiste en actuar sobre las variables manipuladas de forma que puedan satisfacer los cambiantes criterios económicos, de seguridad, medioambientales y de la calidad en la producción. Las técnicas de Control Predictivo Basado en Modelo (MPC, Model Predictive Control) constituyen una poderosa herramienta para afrontar estos retos (Camacho & Bordons, 2004).

El MPC está reconocido en el mundo como una herramienta capaz de solucionar una gran cantidad de problemas de control multivariables con restricciones. Este no es una estrategia de control específica, sino que se trata más bien de un campo muy amplio de métodos de control desarrollados en torno a ciertas ideas comunes (Bordons, 2000).

Aunque existe un gran número de estrategias que han sido empleadas en el control del péndulo de Furuta, los resultados mostrados en los trabajos relacionados con el tema indican que la prioridad de estos diseños radica en la estabilidad del sistema, dejando a un lado un parámetro importante como lo es el tiempo de establecimiento.

Esta situación hace plantear como **problema** de la investigación las insuficiencias que presentan las estrategias de control usadas comúnmente para el control del PF, que aunque ofrecen estabilidad, presentan un tiempo de establecimiento elevado. Para ello se define como **objeto** de la investigación al péndulo de Furuta. El **objetivo** de la misma radica en diseñar un control avanzado y combinado (Fuzzy + MPC) para el control del péndulo de Furuta; haciendo uso de la herramienta computacional MATLAB, a fin de brindar una alternativa de control global que mejore la respuesta del sistema. Por las razones expuestas anteriormente se establece como **campo de acción** los Controladores Predictivos Basados en modelo y los controladores Fuzzy. Además se plantea como **hipótesis** que si se diseña el control combinado para el PF con técnicas de control avanzado se mejorará la respuesta en el tiempo del mismo.

Las **tareas** para dar cumplimiento al objetivo de la presente investigación se relacionan a continuación:

1. Caracterizar desde el punto de vista gnoseológico e histórico las técnicas de control empleadas.
2. Caracterizar desde el punto de vista gnoseológico e histórico la técnica de Realidad Virtual.
3. Caracterizar desde el punto de vista gnoseológico e histórico el Péndulo de Furuta.
4. Diseñar las estrategias de control avanzado (MPC + Fuzzy).
5. Diseñar una representación virtual del péndulo de Furuta.
6. Simular las alternativas de control propuestas y la representación virtual diseñada.
7. Analizar los resultados de la investigación.

Métodos y técnicas empleados en la investigación:

1. Análisis de fuentes documentales.
2. Técnicas y métodos empíricos: Observación, Encuestas y Entrevistas.
3. Método histórico-lógico.
4. Método de análisis y síntesis.
5. Métodos experimentales: Diseño y simulación.

Significación práctica:

La investigación muestra las potencialidades de las técnicas de control MPC y Fuzzy, además de las aplicaciones del diseño de mundos virtuales. El proceso a controlar es un péndulo rotatorio invertido o péndulo de Furuta. El diseño y simulación tanto de los controladores como de la realidad virtual se realiza con el programa MATLAB. El sistema desarrollado puede ser utilizado en las prácticas de laboratorio de las disciplinas Automática y Sistemas de Control de la carrera Ingeniería en Automática de la Universidad de Oriente.

El presente trabajo se encuentra organizado de la siguiente forma: una introducción general en la que se exponen las principales motivaciones que llevaron a la realización de esta investigación y en la cual se encuentra además, la fundamentación del diseño metodológico de la misma; tres capítulos que constan de introducciones parciales para la mejor comprensión de los objetivos de los mismos, estos a su vez, se encuentran organizados por epígrafes, de manera que resulte más fácil su revisión por parte del lector. Finalmente cada capítulo presenta

sus conclusiones, además de las conclusiones generales, recomendaciones, bibliografía y anexos.

En el Capítulo I se presenta el estudio teórico del presente trabajo. Para ello se exponen las generalidades sobre las estrategias de control utilizadas (control de la energía del sistema; Realimentación de Variables de Estado, Fuzzy y MPC), la que está referida a la metodología, algoritmos y parámetros de sintonía de cada una de estas estrategias. Además se caracteriza desde el punto de vista teórico e histórico la realidad virtual.

En el Capítulo II a partir del modelo matemático no lineal del PF se muestra el procedimiento para la obtención de un modelo lineal, así como el estado del arte y aplicaciones más importantes del PF.

El Capítulo III se centra en mostrar los resultados obtenidos en el control del PF con las alternativas de control propuestas, además se explica el diseño de la plataforma virtual para la representación del PF.

CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL

Introducción

En el presente capítulo se presentan las generalidades de las estrategias de control usadas en este trabajo para balancear al péndulo de Furuta a la posición invertida y de las técnicas que se ocupan de mantener al mismo en dicha posición. Se realiza un análisis también de la realidad virtual, demostrándose sus aplicaciones en casi todas las esferas de la vida.

1.1. Fundamentos teóricos de las estrategias de control para el Péndulo de Furuta

Como se ha mencionado anteriormente, muchas son las estrategias de control usadas para lograr ubicar al PF en punto de equilibrio inestable (posición invertida); dentro de estas se destacan el control basado en modelo, en la energía del sistema, borroso, neuronal, algoritmos genéticos, control por realimentación de variables de estado entre otros. Sin embargo son pocas las investigaciones que se centran en el control del balanceo del mismo. A continuación se presenta un estudio de las estrategias empleadas en este trabajo, tanto para el balanceo como para el control en la posición invertida.

1.1.1. Control basado en la energía del sistema

El control basado en la energía del sistema fue presentado por primera vez, en el año 1996, en el 13^{er} Congreso Mundial de la Federación Internacional de Control Automático (IFAC). En el mismo se presenta el concepto de control de energía y se demuestra la ventaja de este sobre la estrategia de control de tiempo mínimo, en

CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL

aquel entonces la más utilizada para balancear al péndulo a la posición invertida. Este tipo de estrategia representó un avance significativo en la solución del problema del control del balanceo y los resultados obtenidos han sido generalizados a múltiples esquemas pendulares (Åström & Furuta, 1996).

Si se considera un péndulo simplificado (figura 1.1), donde no se tienen en cuenta los torques de reacción aplicados por el péndulo hacia el brazo y se desprecia la fricción existente en el punto de pivote, o sea, en la articulación péndulo – brazo; es posible el estudio del control de energía de la barra vertical sin incluir la posición y velocidad angular del eje sobre el que se encuentra el actuador (motor), lo que en consecuencia permite obtener un modelo simplificado de segundo orden (Osorio, 2009).

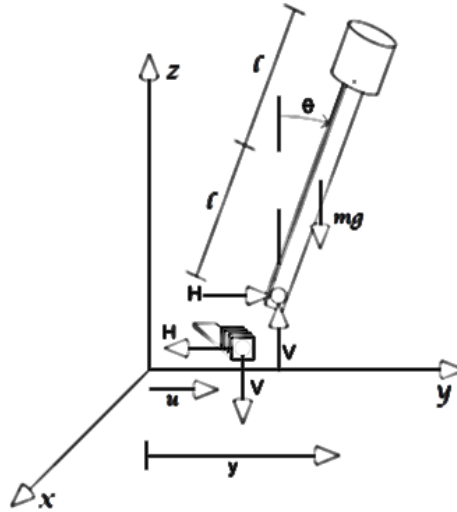


Figura 1.1. Diagrama de cuerpo libre del péndulo.

Realizando una descomposición de las fuerzas de reacción sobre los ejes coordenados, y considerando como entrada la aceleración aplicada por el brazo (u) en el punto de pivote y haciendo los arreglos matemáticos correspondientes se obtienen las ecuaciones (1.1) y (1.2):

$$\sum F_y = H = m \frac{d}{dt^2} (y + l \sin \theta) \quad (1.1)$$

$$\sum F_z = V - mg = m \frac{d^2}{dt^2} (l \cos \theta) \quad (1.2)$$

Aplicando una suma de momentos en el centro de masa del péndulo se obtiene la ecuación (1.3):

$$\sum M_{cm} = V l \sin \theta - H l \cos \theta = I \ddot{\theta} \quad (1.3)$$

CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL

Mediante una combinación lineal de las ecuaciones (1.1), (1.2) y (1.3) y definiendo $u = \ddot{y}$ y $J_p = I + ml^2$ se obtuvo la ecuación de movimiento (1.4).

$$J_p + ml \cos \theta - mgl \sin \theta = 0 \quad (1.4)$$

La expresión de energía para el péndulo considerando nula la señal de control ($u = 0$) y definiendo como cero la energía potencial del péndulo en la posición vertical superior ($\theta = 0$) se muestra en la ecuación (1.5), donde la energía total está compuesta por la suma de energía cinética y la energía potencial (Åström & Furuta, 1996) (Iwashiro, Furuta, & Åström, 1996).

$$E = \frac{1}{2} J_p \dot{\theta}^2 + mgl(\cos \theta - 1) \quad (1.5)$$

Es evidente que para llevar el péndulo a la posición vertical superior es estrictamente necesario llevar la energía a su valor correspondiente en dicho punto, es decir, los valores de θ y $\dot{\theta}$ deben de ser cero.

Para realizar el diseño de la técnica de control es necesario conocer la influencia de la señal de control en la energía de la planta. Por lo tanto al diferenciar con respecto al tiempo la ecuación (1.5) y manipulando algebraicamente (1.4), se obtiene la expresión (1.6).

$$\frac{dE}{dt} = J_p \dot{\theta} \ddot{\theta} - mgl \dot{\theta} \sin \theta = -mgl \dot{\theta} \cos \theta \quad (1.6)$$

Como se muestra en la ecuación (1.6) la controlabilidad se pierde en el momento que $\dot{\theta} = 0$ y $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ como ocurre cuando la velocidad cambia de dirección o se encuentra pasando por la posición horizontal.

Es posible mediante la aplicación de la teoría desarrollada por el matemático y físico ruso Aleksandr Liapunov encontrar una señal de control que permita llevar la función correspondiente a la posición del péndulo a una región de operación deseada; lo que en consecuencia tiene como un posible resultado la ley de control (1.7) (Åström & Furuta, 1996).

$$u = k(E - E_0) \text{sign}(\dot{\theta} \cos \theta) \quad (1.7)$$

Donde la función $\text{sign}(x)$ representa la dirección que debe ser implementada para llevar la función de energía al valor deseado y k es un parámetro de diseño.

CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL

Considerando que la entrada real aplicada al motor es una señal de voltaje, se hace necesario encontrar una relación entre la señal de control u , que representa la aceleración tangencial, y el torque en función de la señal de alimentación.

La ecuación que relaciona la aceleración tangencial con el torque aplicado al motor se muestra en (1.8), donde J es la inercia.

$$\tau = \frac{J}{l_a} u \quad (1.8)$$

Reemplazando (1.7) en (1.8) se obtiene la expresión (1.9), en la que E_0 es la energía inicial del sistema.

$$\tau = \frac{J}{l_a} k(E - E_0) \text{sign}(\dot{\theta} \cos \theta) \quad (1.9)$$

La expresión que relaciona el par del motor con el voltaje aplicado a sus terminales, se muestra en (1.10):

$$\tau_\phi = \frac{K_t}{R} v - \frac{K_t^2}{R} \dot{\phi} \quad (1.10)$$

En la cual K_t es la constante de torque.

Finalmente, igualando (1.9) y (1.10), se obtiene el modelo a emplear en el control de la energía del PF (1.11), donde se relaciona el voltaje con la energía del péndulo y es la acción de control programada para realizar el balanceo por el método propuesto por Åström y Furuta.

$$v = \frac{R}{K_t} \left[\frac{J}{l_a} k(E - E_0) \text{sign}(\dot{\theta} \cos \theta) + \frac{K_t^2}{R} \dot{\phi} \right] \quad (1.11)$$

1.1.2. Control por Realimentación de Variables de Estado

Este enfoque resulta ser uno de los más utilizados para lograr el control en la posición invertida de un PF, el problema principal de este consiste en la elección apropiada de los polos y ceros del compensador a usar para alterar el lugar geométrico de las raíces (o la respuesta en frecuencia) con el propósito de cumplir las especificaciones de diseño (Ogata, 2002).

Mediante la realimentación de las variables de estado es posible solucionar dos problemas fundamentales: el problema de regulación y el problema de seguimiento.

CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL

El problema de regulación consiste en llevar todas las variables de estado del sistema desde un estado diferente de cero hasta el valor de cero, y el problema de seguimiento busca que el sistema pueda seguir un comando o señal de referencia.

Es necesario, para el diseño de un controlador por realimentación de variables de estado, contar con el modelo linealizado de la planta alrededor de un punto de equilibrio. Este modelo debe cumplir con la condición de controlabilidad.

A continuación se considera un sistema dinámico mediante variables de estado, como se muestra en las ecuaciones siguientes:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \quad (1.12)$$

$$y = Cx(t) \quad (1.13)$$

Dicho sistema, posee un polinomio característico, definido por la ecuación:

$$a(s) = \det(sI - A) = s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n \quad (1.14)$$

Para modificar las frecuencias naturales del sistema, mediante la realimentación de las variables de estado para obtener un sistema estable, se puede realizar la comparación con un polinomio característico deseado en lazo cerrado, como el que se observa en la ecuación (1.15).

$$\alpha(s) = s^n + \alpha_1s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1}s + \alpha_n \quad (1.15)$$

Para lograr este objetivo, se define la ley de control (1.16), como:

$$u(t) = -K_r r(t) + Kx(t) \quad (1.16)$$

Donde K_r y $r(t)$ son la constante para el seguimiento de referencia y la señal de referencia respectivamente. Sustituyendo la ecuación (1.16) en la expresión (1.12), se obtiene (1.17).

$$\dot{x}(t) = Ax(t) - B(K_r r(t) + Kx(t)) \quad (1.17)$$

Para el caso que se presenta en la ecuación (1.16), la ganancia de seguimiento puede ser representada como un vector con dimensiones en dependencia del vector de referencias; aunque normalmente sólo se considera como un escalar, es decir, una única referencia; esta es precisamente la manera en la que se usará. A

CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL

continuación se representa el modelo en espacio de estados con una señal de referencia (figura 1.2).

Con el sistema de ecuaciones definido por (1.12), (1.13) y (1.16), haciendo uso de la transformada de Laplace y un manejo algebraico muy simple, se obtiene la función de transferencia que relaciona la salida con la referencia en la ecuación (1.18), y sólo es aplicable si se tiene una única señal de salida; en caso contrario se tendrá una matriz de transferencia.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = C(sI - A + BK)^{-1}BK_r = K_r \frac{b(s)}{a(s)} \quad (1.18)$$

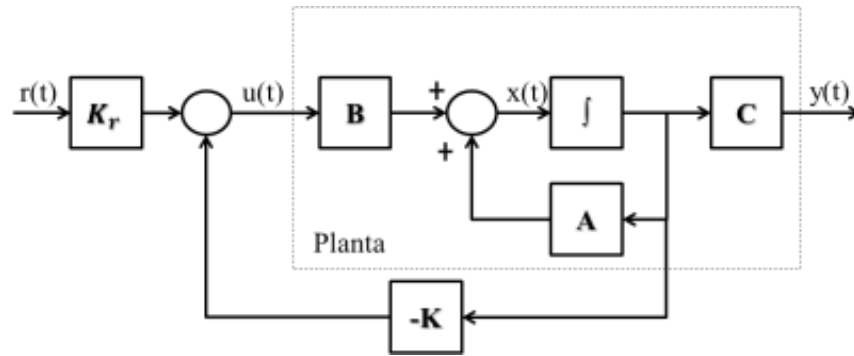


Figura 1.2. Esquema del lazo de control en espacio de estados con una señal de referencia.

Con esta representación, si se desea que la salida $y(t)$, siga un comando de referencia $r(t)$, y asumiendo que la señal de referencia es la constante r , se debe cumplir:

$$K_r = \frac{\alpha(0)}{b(0)} \quad (1.19)$$

Y como se puede observar, la función de transferencia a lazo abierto no puede poseer ceros en el origen, lo que conduce a la restricción $b(0) \neq 0$, ya que si esto sucede no es posible encontrar una ganancia que permita seguir una señal de referencia.

Fórmula de Ackerman.

Suponiendo que se tiene un sistema descrito por las ecuaciones (1.12) y (1.13), donde $u(t)$ es la única señal de control, con un polinomio característico a lazo abierto definido por (1.14) y considerando que el modelo de la planta es controlable, entonces es posible encontrar una matriz de transformación T , tal que los estados puedan ser descritos por (1.20).

CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL
EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL

$$x_c(t) = Tx(t) \quad (1.20)$$

Donde las variables resultantes de la transformación, corresponden a la forma canónica controlable, por tanto al sustituir en la ecuación de estado (1.12) a $x_c(t)$, se obtiene (1.21)

$$\dot{x}_c(t) = A_c x_c(t) + B_c u(t) \quad (1.21)$$

Modelo para el cual las matrices A_c y B_c corresponden a la forma canónica, que se describe en (1.22).

$$A_c = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_n \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_c = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

Se puede observar de manera explícita que los coeficientes del polinomio característico en lazo abierto $a(s)$ mostrado en la ecuación (1.14) aparecen en la primera fila de la matriz A_c . Con un vector de ganancias de realimentación mostrado en (1.23) y una ley de control de la forma (1.24).

$$K_c = [k_{c1} \quad k_{c2} \quad \cdots \quad k_{cn}] \quad (1.23)$$

$$u(t) = -K_c x_c(t) \quad (1.24)$$

Al reemplazar la ecuación (1.24) en (1.21), se obtiene la expresión (1.25).

$$\dot{x}_c(t) = (A_c - B_c K_c) x_c(t) \quad (1.25)$$

Dónde el término $(A_c - B_c K_c)$ está definido por:

$$(A_c - B_c K_c) = \begin{bmatrix} -(a_1 - k_{c1}) & -(a_2 - k_{c2}) & \cdots & -(a_n - k_{cn}) \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

De esta manera el polinomio característico del sistema estará dado por (1.26).

$$\det(sI - A_c + B_c K_c) = s^n + (a_1 + k_{c1})s^{n-1} + \cdots + (a_n + k_{cn}) \quad (1.26)$$

Comparando con el polinomio característico deseado, mostrado en la ecuación (1.15), se pueden obtener las ganancias de realimentación definidas en (1.27).

$$k_{ci} = \alpha_i - a_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.27)$$

Para obtener la ganancia de realimentación K , para el espacio de estados definido en la ecuación (1.12), se obtiene la ecuación (1.28).

$$u(t) = -K_c x_c(t) = -K_c T x(t) \quad (1.28)$$

Y por semejanza con la ecuación (1.16) se obtiene (1.29):

$$K = K_c T^{-1} \quad (1.29)$$

La matriz de transformación T , está definida por:

$$T = MW \quad (1.30)$$

Donde M es la matriz de controlabilidad dada por el sistema matricial $\{A_c; B_c\}$, y W es:

$$W = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots & a_1 & 1 \\ a_{n-2} & a_{n-3} & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

A continuación se resumen los pasos a seguir para el diseño de un control por RVE:

1. Chequear la condición de controlabilidad del sistema.
Si $\text{rango}[B : AB : A^2B : \dots : A^{n-1}B]_{n \times n} = n$ y $A_{n \times n}$,
2. Del polinomio característico de la matriz A , determinar los autovalores.
3. Utilizando los autovalores deseados, escribir el polinomio característico deseado (es importante aclarar que no existe una teoría definida para la obtención dichos autovalores).
4. La matriz de ganancia de realimentación de estado K puede ser determinada a partir de la ecuación de Ackerman.
5. Implementar el esquema del lazo de control en espacio de estados mediante la figura 1.2.

1.1.3. Control Fuzzy

La lógica Fuzzy, difusa o lógica borrosa se basa en lo relativo de lo observado, así, por ejemplo, una persona que mida 2 metros es claramente una persona alta, si

CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL

previamente se ha tomado el valor de persona baja y se ha establecido en 1 metro. Ambos valores están contextualizados a personas y referidos a una medida métrica lineal (Reznik, 1997).

“La lógica borrosa es un mecanismo para representar la vaguedad e imprecisión de los conceptos empleados en el lenguaje natural”, expresó L. A. Zadeh. La misma fue definida como una extensión de los conjuntos clásicos capaz de modelar la imprecisión propia del ser humano, es un tipo de lógica que reconoce más que simples valores verdaderos y falsos, es decir, con ella las proposiciones pueden ser representadas con grados de veracidad o falsedad. La lógica difusa actualmente está relacionada y fundamentada en la teoría de los Conjuntos Difusos. Según esta teoría, el grado de pertenencia de un elemento a un conjunto está determinado por una función de pertenencia, que puede tomar todos los valores reales comprendidos en el intervalo $[0,1]$, 0 (no pertenece en absoluto) y 1 (pertenencia total).

La lógica Fuzzy está diseñada para reaccionar a cambios continuos de la variable a ser controlada y se diferencia de la lógica Booleana por no estar restringida a dos únicos valores de 0 y 1. En su lugar permite valores parciales y multivalores de verdad. Se puede afirmar, tal como lo demostró Bart Kosko, que la lógica Booleana es un caso especial de la lógica borrosa. Esta disciplina es especialmente ventajosa para problemas que no puedan ser fácilmente representados a través de modelos matemáticos debido a que los datos están incompletos o porque son muy complejos (Tejada, 2002).

La lógica difusa se adapta mejor al mundo real, e incluso puede comprender y funcionar con expresiones humanas, del tipo "hace mucho calor", "no es muy alto", "el ritmo del corazón está un poco acelerado", etc.

La clave de esta adaptación al lenguaje, se basa en comprender los cuantificadores de nuestro lenguaje (en los ejemplos de arriba "mucho", "muy" y "un poco").

En la teoría de conjuntos difusos se definen también las operaciones de unión, intersección, diferencia, negación o complemento, y otras operaciones sobre conjuntos, en los que se basa esta lógica (Reznik, 1997).

Para cada conjunto difuso, existe asociada una función de pertenencia para sus elementos, que indican en qué medida el elemento forma parte de ese conjunto difuso. Las formas de las funciones de pertenencia más típicas son trapezoidales, lineales y curvas.

CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL

En la teoría de conjuntos clásica se establece que, dado un conjunto clásico de objetos, cuyos elementos genéricos se representan como x , la pertenencia o no de x a un subconjunto A de U podría verse como una cierta función característica $\mu_A(x)$ de $U \rightarrow \{0,1\}$ tal que:

$$\mu_A(x) = 1 \quad \forall x \in U$$

$$\mu_A(x) = 0 \quad \forall x \notin U$$

Es decir, esta función establece si el elemento en cuestión pertenece o no al subconjunto A . En la teoría de los conjuntos borrosos esa función se denomina de «pertenencia» y toma valores comprendidos entre 0 (no pertenece en absoluto) y 1 (pertenencia total). Así, un conjunto A será borroso si para cualquier elemento del espacio universal U se da un intervalo de niveles de pertenencia, es decir, desde la no pertenencia absoluta hasta la pertenencia nítida. Un ejemplo característico de este tipo de conjunto puede ser el siguiente (Novo Fernández, 2009):

$$A = [(5,0.8) (6,1) (7,0.5) (8,0.1)]$$

Donde se observa que los números 5, 6, 7 y 8 integran el conjunto A , pero cada uno de ellos pertenece al mismo con un grado de intensidad diferente. Así, el elemento 5 pertenece al conjunto A con un grado de intensidad de 0.8. En definitiva, se puede aceptar el dicho popular que afirma que “las cosas no son sólo blancas o negras”, abundan los tonos grises.

El Conjunto Borroso A puede expresarse entonces como conjunto de pares ordenados, tal como se indica en (1.32):

$$A = \{(x, \mu_A(x)); \forall x \in U\} \quad (1.32)$$

donde, x : variable

μ : función de pertenencia

U : universo de discurso (rango, gama, etc.) de x

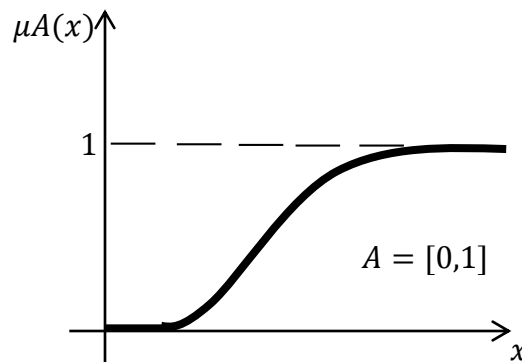


Figura 1.3. Función de pertenencia de un conjunto borroso.

Cómo se puede apreciar en la figura 1.3, cuanto más cerca esté $A(x)$ del valor 1 mayor será la pertenencia del objeto x al conjunto A .

Configuración de un controlador lógico borroso (CLB)

La existencia de procesos difíciles de controlar automáticamente, debido a la dificultad de obtener un modelo preciso del mismo, en algunas ocasiones exhibe buenos resultados gracias a operadores humanos, esto junto a la aparición de la teoría de conjuntos borrosos y de medios de cómputo poderosos estimuló la investigación acerca de las estrategias de control de estos operadores, expresada por reglas heurísticas tales como:

SI [precedencia] ENTONCES [consecuencia]

Las mismas pueden ser algoritmizadas gracias a que la teoría de conjuntos borrosos provee la matemática necesaria. Así la configuración básica de un CLB puede representarse como se muestra en la figura 1.4, donde se evidencia que este posee 4 fases fundamentales: emborronado, base de conocimiento, toma de decisiones y desemborronado.

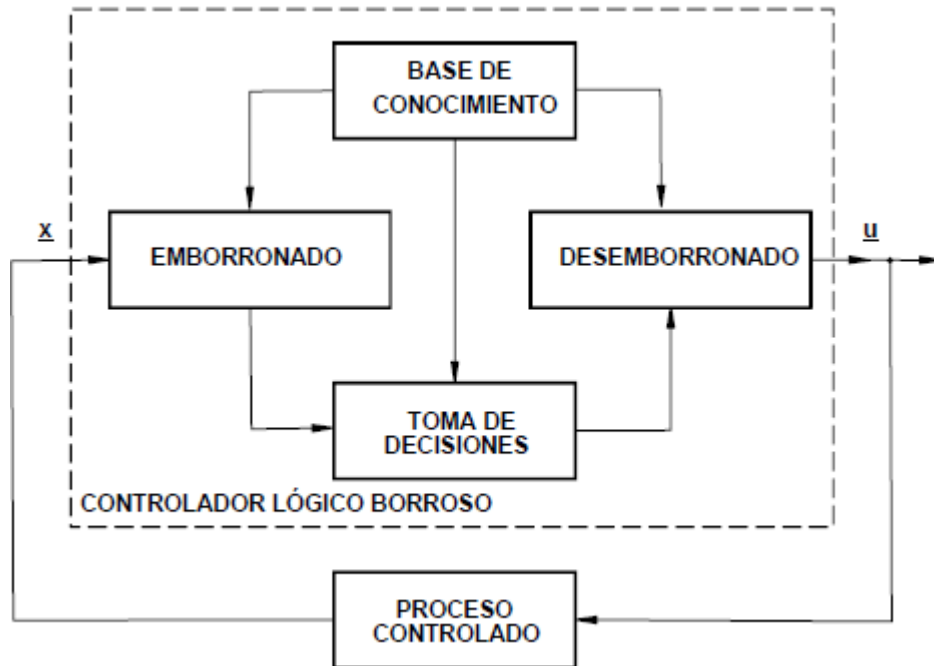


Figura 1.4. Diagrama en bloques del lazo con regulador borroso.

El **emborronado** consiste en la medición de las variables de entrada al regulador, eventual normalización de los valores de dichas variables en una gama preestablecida y su conversión a valores lingüísticos que puedan ser vistos como rótulos de conjuntos borrosos, los que se definirían como muestra la ecuación (1.32).

La **base de conocimientos** comprende lo que se sabe de la esfera de aplicación y las metas de control del operador, dadas por un conjunto de reglas (implicaciones). En el bloque funcional correspondiente a esta se incluyen los datos e informaciones suministradas al CLB, tales que posibiliten el procesamiento matemático de las variables medidas del proceso a fin de generar las acciones de control.

Forman parte de esta base los parámetros necesarios para la discretización (cuantificación) de las variables. El número de niveles de cuantificación resulta de un compromiso entre la precisión y sensibilidad a que se aspira y la memoria computacional (y velocidad de cómputo) de que se dispone. Por otro lado, dado que la matemática borrosa define operaciones entre variables de diferentes entidades físicas, se hace imprescindible la normalización de los universos de discurso respectivos. Para ello hay que decirle al CLB el o los intervalos que se usarán. Los más frecuentes son $[0,1]$ y $[-1,1]$.

Para la **toma de decisiones** se supone que la base de regla es del tipo clásico:

Si <estado del proceso> ENTONCES <acción de control>

Entonces, un estado dado x^o dará lugar a la “activación” de un número de reglas y a la “desactivación” momentánea de las restantes. Serán activada solamente aquellas reglas en las que todos los conjuntos borrosos del antecedente resulten ser, para el estado dado, no nulos (Reznik, 1997).

El **desemborronado** es la etapa del CLB encargada de entregar al proceso acciones de control deterministas a partir de salidas borrosas resultantes de la composición de reglas. La estrategia de desemborronado ha de tener como objetivo que la acción de control determinista generada sea la que mejor represente a la distribución posibilística en cuestión. No existe, sin embargo un procedimiento sistemático para la selección de tal estrategia (Tejada, 2002).

Para la variable de acción también se definen conjuntos borrosos, como el mostrado en la ecuación (1.33):

$$B = \{\mu_B(u), u\} \quad (1.33)$$

1.1.4. Control Predictivo Basado en Modelo

En la década del 70 del pasado siglo XX, el control predictivo se posicionó como una estrategia efectiva para un gran número de procesos. Esta tecnología fue desarrollada originalmente para refinerías de petróleo y plantas de potencia, pero actualmente pueden encontrarse aplicaciones industriales en los más diversos campos imaginables, que incluyen la industria de cemento, torres de secado, torres de destilación, robótica, control de motores, entre otras (Quin & Badgwell, 1997).

El MPC, constituye un campo muy amplio de métodos de control que hacen uso explícito de un modelo del proceso para obtener la señal de control minimizando una función objetivo. Integra diversas disciplinas como control óptimo, control estocástico, control de procesos con tiempos muertos, control multivariable y control con restricciones. En la actualidad, constituye una metodología capaz de reflejar directamente los múltiples criterios de funcionamiento relevantes en la industria de procesos (Bordons, 2000).

Los distintos algoritmos de MPC difieren entre sí casi exclusivamente en el modelo usado para representar el proceso, a las perturbaciones y en la función de costo a ser minimizada. Aunque las diferencias puedan parecer pequeñas a priori, pueden provocar distintos comportamientos a lazo cerrado.

CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL

El control predictivo presenta una serie de ventajas sobre otros métodos, entre las que se pueden citar las siguientes:

- Es capaz de manipular restricciones en las variables de entrada y salida, las cuales pueden ser incluidas de forma sistemática durante el proceso de diseño.
- Permite tratar de forma sencilla sistemas multivariantes con distinto número de entradas y salidas.
- Puede utilizarse en sistemas con dinámicas complejas: fase no mínima, inestables y con grandes retardos de tiempo.
- Introduce el control con alimentación en adelante (feedforward) en una forma natural para compensar los disturbios medidos.
- Resulta conceptualmente simple de comprender y ajustar por el personal sin un conocimiento profundo de control.

La mayor dificultad que presenta para su aplicación es la necesidad de un modelo apropiado del proceso cuya obtención requiere unos conocimientos mínimos de control. El algoritmo MPC está basado en el conocimiento previo del modelo y es independiente de la forma que se utilice para representar el mismo, por lo cual, las prestaciones obtenidas dependerán de las discrepancias existentes entre el proceso real y el modelo usado. Otro de sus inconvenientes radica en que, aunque su implementación no es compleja, resulta más difícil que la de los clásicos controladores PID.

Metodología del MPC

La metodología de todos los controladores pertenecientes a la familia del MPC se caracteriza por la estrategia representada en la figura 1.5 (Bordons, 2000).

En cada instante t y haciendo uso del modelo del proceso se predicen las futuras salidas para un determinado horizonte P , llamado horizonte de predicción. Estas salidas predichas, $\hat{y}(t+k|t)$, ($k=1,\dots,P$) dependen de los valores conocidos hasta el instante t (entradas y salidas pasadas) y de las señales de control futuras $u(t+k|t)$, ($k=0,\dots,P-1$). Dicho horizonte P comienza en el instante $t+1$ y finaliza en el instante $t+P$. El horizonte de control M es el intervalo para el cual la acción de control será calculada.

CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL

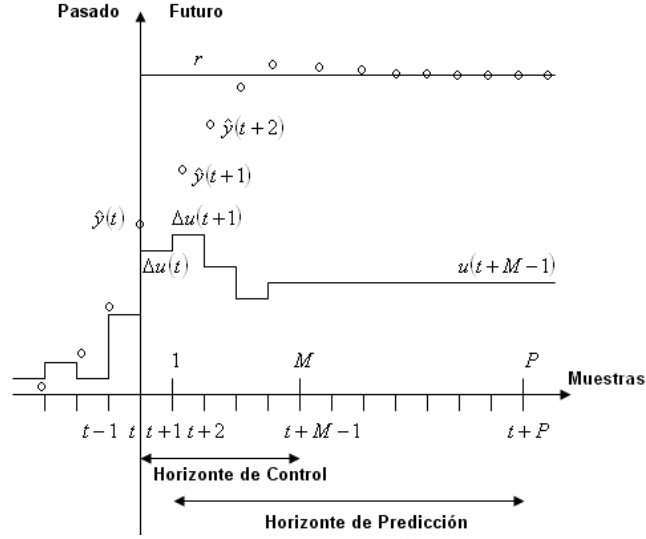


Figura 1.5. Metodología del MPC.

El conjunto de señales de control futuras se calcula optimizando un determinado criterio en el que se pretende mantener el proceso lo más próximo posible a la trayectoria de referencia r . Este criterio suele tomar la forma de una función cuadrática de los errores entre la señal de salida predicha y la trayectoria de referencia. El esfuerzo de control $\Delta u(t+k|t)$ es incluido en la función objetivo en la mayoría de los casos. Una solución explícita puede ser obtenida si el criterio es cuadrático, el modelo es lineal y no hay restricciones, de otra forma se debe usar un método de optimación iterativa. En algunos casos, se hacen suposiciones acerca de la estructura de la ley de control futura, como por ejemplo, que la misma será constante a partir de un instante dado.

A fin de implementar esta estrategia, se usa la estructura básica mostrada en la figura 1.6. Un modelo es usado para predecir las salidas futuras de la planta, basadas en valores pasados, actuales y en las acciones futuras óptimas de control propuestas. Estas acciones son calculadas por el optimizador tomando en cuenta la función de costo (donde se considera el error futuro) así como las restricciones.

CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL

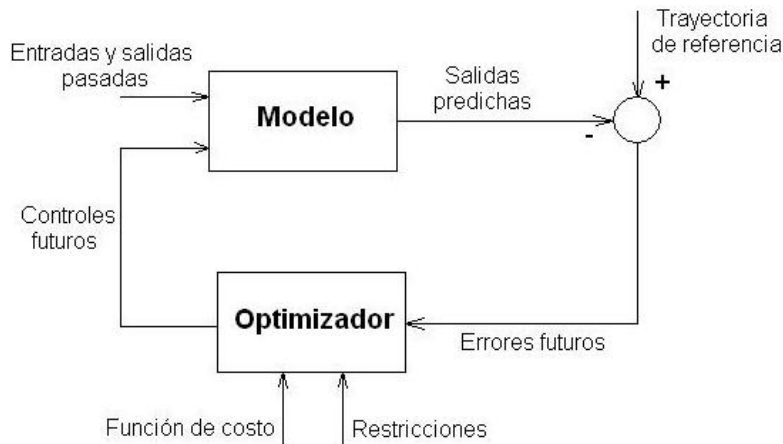


Figura 1.6. Estructura básica del MPC.

El modelo del proceso juega un papel decisivo en el controlador. El modelo escogido debe ser capaz de captar las dinámicas del proceso a fin de predecir exactamente las salidas futuras así como ser simple de implementar y de entender (Bordons, 2000).

El modelo usa la información de la entrada y la salida actual para calcular las predicciones de la salida $\hat{y}(k+1|k), \dots, \hat{y}(k+P|k)$, a lo largo del horizonte de predicción P . En el instante k , y con este modelo como guía, se puede usar un esquema de optimización para calcular el conjunto de acciones de control $u(k|k), \dots, u(k+M-1|k)$, que aplicadas lograrán que la salida siga una trayectoria deseada sobre el horizonte de predicción P y con la variable manipulada u cambiando únicamente en un horizonte de control $M < P$. El optimizador toma en consideración las restricciones que puedan existir en las entradas y salidas, incorporándolas directamente dentro de la tarea de optimización. De la secuencia de control calculada, sólo se aplica al proceso la primera acción de control $u(k|k)$, lo que provoca la transición del sistema entre k y $k+1$. En el instante $k+1$ se actualizan las mediciones, por lo que el modelo (predictor de salida) puede usar adicionalmente $y(k+1)$ y $u(k|k)$ para calcular nuevas estimas para la salida futura. Los horizontes de predicción P y de control M , se desplazan un paso hacia delante (control por horizonte desplazable).

El optimizador es otra parte fundamental de la estrategia, puesto que provee las acciones de control. Si la función de costo es cuadrática y no existen restricciones, su mínimo puede ser obtenido como una función explícita (lineal) de entradas y salidas pasadas y de trayectoria de referencia futura. El tamaño de los problemas de optimización depende del número de variables y del horizonte de predicción

CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL

usado. Por lo general resultan ser problemas de optimización relativamente modestos, los cuales no requieren programas sofisticados para ser resueltos.

Los algoritmos del MPC tienen elementos comunes, con particularidades y opciones, dando lugar a la diversidad de algoritmos (Bordons, 2000). Dichos elementos son los siguientes:

- Modelo de Predicción.
- Función Objetivo.
- Ley de Control a obtener.

Modelo de Predicción

La piedra angular del MPC es el modelo; un diseño completo debe incluir los mecanismos necesarios para la obtención del mejor modelo posible, el cual debe ser lo suficientemente rico para capturar al máximo la dinámica del proceso y debe ser capaz de permitir el cálculo de las predicciones a la vez que sea intuitivo y permita un análisis teórico. El uso del modelo del proceso viene determinado por la necesidad de calcular las salidas predichas en instantes futuros $\hat{y}(k+i|k)$. Las diferentes estrategias de MPC pueden usar distintos modelos para representar la relación entre las salidas y las entradas medibles. Algunas de dichas entradas serán variables manipuladas y otras se pueden considerar como perturbaciones medibles, que pueden ser compensadas por acción de realimentación (feedforward). Además se tendrá en cuenta un modelo de las perturbaciones, para intentar describir el comportamiento que no aparece reflejado en el modelo del proceso, englobándose aquí, el efecto de las entradas no medibles, el ruido y los errores de modelado.

Función Objetivo

Los diversos algoritmos de MPC proponen distintas funciones objetivo o de costo (FC) para la obtención de la ley de control. La finalidad general es que la salida futura (y) en el horizonte considerado debe seguir una determinada señal de referencia (r) y, al mismo tiempo, el esfuerzo de control (Δu) necesario para hacerlo debe ser penalizado.

La función de costo más empleada en MPC es la cuadrática, que puede no tener restricciones asociadas (caso ideal) o contar con otro grupo de formulaciones que expresan las restricciones bajo las cuales se debe realizar la optimización. En la

CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL

ecuación (1.34) se presenta directamente el FC en términos de entrada-salida para sistemas SISO.

$$FC[y(k), u(k)] = \sum_{i=1}^P \alpha_i (r(k+i) - \hat{y}(k+i|k))^2 + \sum_{i=1}^M \beta_i [\Delta u(k+i-1)]^2 + \sum_{i=1}^P \gamma_i [\Delta \hat{y}(k+i|k)]^2 \quad (1.34)$$

donde $\hat{y}$ es la salida predicha, r es el valor de referencia para la salida, $\Delta u(k+i) = [u(k+i) - u(k+i-1)]$ es el cambio en la acción de control. $\Delta \hat{y}(k+i|k) = [\hat{y}(k+i+1|k) - \hat{y}(k+i|k)]$ es el cambio estimado en la salida predicha, α_i , β_i , γ_i son términos de ponderación dependientes de la aplicación, que efectúan un escalado.

Queda abierta la posibilidad de incluir otros términos en el FC, siempre que puedan calcularse a partir de datos disponibles en el instante k . El efecto de la minimización del término relacionado con el error (primer término en el FC) no es más que garantizar una buena regulación (o seguimiento) del proceso. En cambio, la minimización del segundo y tercer término del FC busca disminuir las oscilaciones en la salida, buscando una respuesta lo más suave posible. Particularmente, el tercer término del FC hace una penalización explícita sobre los movimientos bruscos de la salida predicha.

Obtención de la Ley de Control:

Para obtener los valores de $u(k+i|k)$ es necesario minimizar la función de costo de la ecuación (1.34). Para ello se calculan los valores de las salidas predichas $\hat{y}(k+i|k)$ en función de los valores de las entradas y salidas pasadas y de las señales de control futuras, haciendo uso del modelo que se haya elegido y se sustituyen en la función objetivo, obteniendo una expresión cuya minimización conduce a los valores buscados. Para el criterio cuadrático si el modelo es lineal y no existen restricciones se puede obtener una solución analítica, en otro caso se debe usar un método iterativo de optimización.

La estructuración de la ley de control produce una mejora en la robustez y en el comportamiento general del sistema. Esta estructura de la ley de control es basada en el uso del concepto de horizonte de control (M). Esto consiste en considerar que luego de cierto intervalo ($M < P$) no hay variación en las señales de control propuestas, por lo tanto:

$$\Delta u(k+i) = 0 \quad \forall i = M, \dots, P \quad (1.35)$$

lo que es equivalente a dar pesos infinitos a los cambios en el control desde un instante determinado. El caso límite sería considerar M igual a 1, con lo cual todas las acciones futuras serían iguales a $u(k)$.

1.2. Estado del arte de las estrategias de Control Predictivo basado en Modelo y Fuzzy

En este epígrafe se tratará el estado actual de las estrategias MPC y Fuzzy, las cuales tienen en la actualidad un papel fundamental en la industria de procesos y en la mecatrónica.

1.2.1. Control Predictivo basado en Modelo

El Control Predictivo Basado en Modelo (MPC) se ha convertido en uno de los temas de investigación más desarrollados en las últimas décadas por los especialistas en control, y a diferencia de otras técnicas de control avanzado, el control predictivo ha sido aplicado exitosamente en la industria. Se considera que las razones principales del éxito de esta técnica radican en su conocimiento intuitivo y formulación flexible, unido a la habilidad para tratar restricciones, no linealidades y sistemas híbridos (Prakash & Senthil, 2007).

A partir de la década del 90 el MPC se ha caracterizado por su aplicación a diversos campos de la actividad industrial e investigativa, tales como robots (Ortega & Camacho, 1996), (Vivas, 2006), la anestesia clínica (Morari, 1994) y cultivos protegidos (Piñón, 2001). También existen numerosas aplicaciones en los sectores de pulpa y papel, procesamiento de alimentos, gas, minería, hornos, metalurgia, e industria aeroespacial y automovilística (Shigueo & Wu, 2002).

El MPC ha sido formulado en el espacio de estados lo que permite una utilización de resultados bien conocidos sobre estabilidad y también la generalización a casos más complejos como procesos multivariables, procesos no lineales y sistemas con perturbaciones estocásticas (Morari, 1994).

CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL

Los estudios de estabilidad se han inclinado a la búsqueda de soluciones por diferentes vías: horizonte de predicción infinito; horizonte de predicción finito y restricciones terminales (Meadows, 1995), (Clarke, 1994); restricciones de contracción (Yang & Polak, 1993), (de Oliveira & Morari, 1996), (de Oliveira & Morari, 2000); horizonte cuasi-infinito (Chen & Allgöwer, 1996); horizonte variable y control predictivo híbrido (Michalska & Mayne, 1993).

Otra de las líneas de investigación abiertas en los últimos años es el control predictivo robusto. La idea básica es tener en cuenta las incertidumbres sobre el proceso de una manera explícita y diseñar el controlador predictivo para optimizar la función objetivo ante la peor situación posible de las incertidumbres (Zheng, 1995), (Michalska & Mayne, 1993).

El control predictivo se puede considerar una técnica madura para sistemas lineales y no muy rápidos como los encontrados normalmente en la industria de procesos. Por su parte, el Control Predictivo No Lineal (*Nonlinear Model Predictive Control*, (NMPC)) surgió hace relativamente poco tiempo. En general los procesos industriales son no lineales, pero aun así la mayoría de las aplicaciones de control predictivo están basadas en el uso de modelos lineales.

La implementación del NMPC requiere resolver muchos problemas de optimización, los cuales no son independientes unos de otros, sino que están fuertemente relacionados. Un análisis de la optimización para el caso no lineal, puede encontrarse en (Mayne, 1995).

Además del NMPC (Magni & Scattolini, 2007), (Waller & Böling, 2005) y (Nandola & Bhartiya, 2007), otra de las líneas actuales de investigación es la consideración de funciones objetivos multicriterio (MacArthur & Zhan, 2007). Esta estrategia se justifica debido a que en muchas situaciones el comportamiento del proceso no se puede medir con una sola función objetivo. Por ejemplo, durante la fase de arranque puede interesar una estrategia de tiempo mínimo, y en el régimen nominal, el objetivo puede ser reducir en lo posible la varianza de las variables controladas.

Una de las razones que han contribuido a que el MPC se haya convertido en un éxito comercial es el hecho de que existen unos 15 suministradores que instalan el producto llave en mano, con períodos de amortización relativamente cortos, permitiendo que medianas empresas puedan tener acceso a esta tecnología. Dentro de las empresas que suministran controladores predictivos pueden mencionarse Aspen Technology, Adersa, Honeywell Profimatics, Setpoint Inc, entre otras; los productos que brindan las mismas no constituyen solamente un algoritmo,

CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL

sino que vienen acompañados por paquetes adicionales para la identificación de la planta o realización de pruebas (Camacho & Bordons, 2004). Además, los nuevos Sistemas de Control Distribuido empiezan a ofertar productos MPC genéricos que ofrecen al usuario la posibilidad de realizar futuras modificaciones sin depender de un producto cerrado.

Entre las aplicaciones más recientes se encuentra el Control Predictivo de Estados Finitos para un convertidor bidireccional con diodos de enclavamiento, donde se presenta un convertidor multinivel en conexión Espalda contra Espalda (EcE) basado en la topología con Diodos de Enclavamiento. El control de ambos convertidores, junto con el de balance del bus de continua se efectúa mediante una estrategia de Control Predictivo de Estados Finitos. Se presentan resultados que permiten concluir la viabilidad de aplicación del sistema para la solución de problemas relacionados con la transmisión de potencia y accionamientos de motores en niveles de media tensión sin la utilización de transformadores elevadores (Verne & Valla, 2011).

En (Fernández, 2011) se presenta el MPC por desacoplo con compensación de perturbaciones para una caldera industrial propuesta en el benchmark de ingeniería de control 2009-2010, donde se implementan diversos filtros para aumentar la robustez del algoritmo de control y mejorar la atenuación del ruido en las señales.

Otro aspecto importante en el MPC son las restricciones, y es por ello que se propone una solución explícita para el control predictivo de sistemas lineales sujetos a restricciones poliédricas no convexas, modeladas como la unión de un número finito de poliedros (Pérez & et al, 2011).

Optimización distribuida para MPC de sistemas de redes lineales con dinámica incierta, es otro trabajo sobre el tema. En este se desarrolla un algoritmo para manejar un sistema de redes dinámico lineal a través de la implementación de una estrategia MPC distribuida, donde el algoritmo converge hacia una solución óptima (Camponogara & de Lima, 2012).

En el 2013 se presenta un trabajo donde se propone un esquema de control predictivo generalizado bajo una dinámica de PLS (Partial Least Square). En la etapa de modelado un MPC con aproximación relevante de modelo es usado para identificar al mismo, en este trabajo se demuestra que el ajustes de parámetros es más fácil y que un mejor desempeño del control puede ser obtenido. Esto lo ratifican con dos ejemplos de simulación y un experimento de laboratorio (Qinghua & et al, 2013).

1.2.2. Control Fuzzy

El surgimiento de la lógica borrosa se considera que es en 1965 cuando Lofti A. Zadeh publica un trabajo en el que presenta a la teoría de conjuntos borrosos, aunque ya desde 1962 introduce el término “Fuzzy” en un trabajo que vinculaba la teoría de los circuitos eléctricos con la de sistemas. A partir de este momento, ésta comienza a cobrar un gran auge en el mundo, resaltando como los hechos principales en la historia del control borroso, el control de una máquina de vapor por Mamdani en 1974, más tarde en 1977 Ostergaar logra el control de un intercambiador de calor, en 1983 Takagi Sugeno con la derivación de reglas borrosas y en 1985 Togai Watanabe con la creación de un chip borroso.

Dentro del desarrollo de esta metodología, un paréntesis aparte lo merece Japón ya que este país es actualmente la principal potencia en el mundo en el desarrollo e implementación de la lógica borrosa, debido fundamentalmente a que invirtieron grandes sumas de dinero en la creación de empresas dedicadas a utilizar el control borroso y a que como expresara el propio Zadeh los japoneses antes de buscarle defectos al control borroso comenzaron a implementarlo, notando las grandes virtudes que suponía su utilización. De esta forma, con el paso de los años esta técnica se ha convertido en una de las herramientas más fuertes para procesos donde la precisión es el aspecto fundamental (Reznik, 1997).

Dentro de los trabajos más significativos de los últimos años se tienen:

En el 2011 se muestra el desarrollo e implementación de la lógica difusa como herramienta de control de posición para cada una de las articulaciones de un robot tipo PUMA. Se hace una descripción general del robot y se muestra el cálculo del volumen de trabajo, el cual es usado para la fuzzificación en el desarrollo del controlador. Finalmente es mostrado el desarrollo y la simulación del controlador usando la toolbox Fuzzy de Matlab, así como la descripción de una implementación realizada en un PLC (Tibaduiza & et al, 2011).

En este mismo año se presenta un trabajo donde se desarrolla un sistema para la adquisición de datos y control de una cámara de refrigeración. En el mismo se comparan los resultados obtenidos en el control de la máquina térmica utilizando control PID y Fuzzy, mostrando el último un mejor desempeño en relación al consumo energético, economizando un 10 % en relación a la otra estrategia probada (Tizzei & et al, 2011).

CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL

En el 2011 también se presenta un trabajo en el que demuestran las potencialidades de la lógica borrosa y se trata de mostrar como controladores P, PD, PI y PID debidamente ajustados, pueden ser superados en algunos aspectos por un simple controlador Fuzzy tanto en desempeño como en simplicidad (Lorandi Medina & et al, 2011).

Un año más tarde se propone el análisis y diseño de un controlador difuso de temperatura basado en relaciones booleanas. En la primera parte, se presenta el diseño del controlador Booleano. Posteriormente, se efectúa el diseño del controlador difuso partiendo del controlador Booleano realizado anteriormente. Las superficies de control obtenidas con y sin simplificación de términos evidencian las características que tiene la metodología propuesta. Adicionalmente se analizan los efectos que tienen las simplificaciones realizadas en las reglas de control (Espitia & Soriano, 2012).

También en el 2012 se presenta la forma en la cual se diseñó y construyó un sistema para controlar la temperatura de un horno eléctrico para la cocción de piezas de cerámicas. En el mismo se empleó un controlador difuso de tipo Mamdani, el cual trabaja con las entradas del error (temperatura deseada menos temperatura real), el cambio del error, y provee una salida de voltaje, la cual será la señal de control para un microcontrolador que realizará un control por encendido - apagado mediante ciclos completos de la línea de alimentación de voltaje, que se proporciona a la resistencia calefactora (Jiménez E., 2012).

1.3. Fundamentos teóricos de la Realidad Virtual

Desde el punto de vista didáctico, uno de los elementos que ha sido usado en varias ocasiones para la simulación e implementación de sistemas físicos son las herramientas virtuales en tercera dimensión (3D). Debido a que el campo de la Realidad Virtual (RV) ha venido ganando espacios dentro del desarrollo tecnológico hasta la actualidad, muchos centros e institutos a nivel internacional lo usan para el desarrollo de sus aplicaciones; ya sea en simulaciones de sistemas de la vida real, o para crear ambientes o mundos que desarrollen la capacidad de las personas en habilidades específicas.

La calidad con la que definen los ambientes visuales muchas de estas herramientas virtuales, así como el hecho de que representan un ahorro presupuestario y en

CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL

ocasiones una vía más segura para reproducir eventos de diferentes esferas de la vida real; ha logrado que en muchos casos se prefiera la utilización de estas herramientas y no de la implementación física de muchos sistemas. Existen ya muchos centros académicos, policiales, criminalísticos, aeronáuticos, navales y militares, que usan estos medios para simular procesos o eventos que pueden haber ocurrido en el pasado, o que ocurrirán en el futuro (ver figura 1.7).

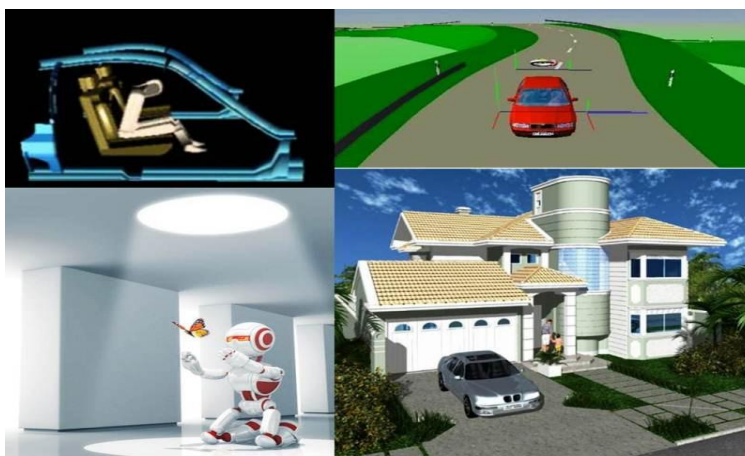


Figura 1.7. Ejemplos de espacios recreados en realidad virtual.

El avance tecnológico en las últimas décadas, así como el desarrollo computacional, han permitido que se utilicen cada vez más las simulaciones virtuales de plantas y procesos reales como patrones de detección de fallos y errores, ya sea por el mal comportamiento del propio proceso o por la acción de agentes externos sobre el sistema.

De esta manera, es cada vez más utilizado un no tan nuevo concepto en el ámbito tecnológico hoy en día, y es el concepto de RV. Esta es por lo general un mundo virtual generado por ordenador (o sistemas informáticos) en el que el usuario tiene la sensación de estar en el interior de este mundo, y dependiendo del nivel de inmersión, este puede interactuar con el mundo y los objetos del mismo en un grado u otro.

La RV, como concepto y desde el punto vista fenomenológico ha sido estudiada desde hace muchas décadas, por lo que no debe extrañar el hecho de que existan varios conceptos y definiciones, y que no siempre coinciden en terminología. Sin embargo, los autores del tema coinciden en la existencia de varios tipos de RV, los cuales poseen clasificaciones atendiendo a las principales características que definen el término. Principalmente esta se subdivide en dos subsistemas, que se clasifican de acuerdo a (Levis, 2010):

Tipo de Inmersión:

- Realidad Virtual Inmersiva: Se consigue una inmersión total mediante periféricos (cascos de realidad virtual, gafas, posicionadores, HDM...), hasta el punto de desaparecer el mundo real.
- Realidad Virtual Semi-inmersiva: Se interactúa con el mundo virtual, pero sin estar sumergidos en el mismo, por ejemplo a través de un monitor. Este tipo de RV es muy común en video juegos en la actualidad ya que no requiere ningún hardware especial.

Individual o Compartida:

- Humano-Máquina: Únicamente puede interaccionar una persona por mundo virtual. Ejemplo de este tipo de RV serían los videojuegos no multijugados, Cines 3D, etc...
- Humanos-Máquina: Es posible que más de una persona compartan el mismo mundo virtual e interaccionen al mismo tiempo con dicho mundo y/o entre ellos.

El desarrollo RV como ciencia, se ha visto a través de la historia apoyada por dos esferas de la ciencia: la investigación militar, y la investigación civil. Ambas representan los pilares del surgimiento y evolución de la RV. Inicialmente fue la industria militar quien llevó las investigaciones de simulaciones virtuales a un nivel inicial y a su evolución posterior debido al interés por parte de organizaciones gubernamentales de contar con medios de pruebas que no significaran la pérdida de vidas innecesariamente, y al ahorro de presupuesto en prácticas dentro de dicha esfera.

1.4. Estado del arte de la Realidad Virtual

El nivel actual de desarrollo tecnológico es suficiente para crear aplicaciones adecuadas para solucionar de una manera eficaz un cierto número de problemas en diversos campos de la actividad humana. Así, aunque el factor más importante de la popularización y dinamización del mercado de la RV es el entretenimiento, durante estos últimos años muchos avances tecnológicos en este campo se han centrado en el diseño de sistemas destinados a usos concretos. Aplicaciones que pueden significar un importante ahorro de tiempo y dinero y un aumento de la

CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL

eficacia del trabajo, lo cual permite que las inversiones efectuadas sean rentabilizadas con mayor facilidad y rapidez.

Aunque no puede hablarse de un punto de partida concreto de la RV, suele atribuirse el papel de pionero al investigador Iván Sutherland, figura emblemática en la historia de la infografía, quien publicó en 1965 un artículo titulado El Dispositivo Definitivo (The Ultimate Display), en el que atribuía a un nuevo tipo de aparato periférico la capacidad de convertir al ordenador, mediante una programación adecuada, en el País de las Maravillas que recorrió Alicia (Levis, 2010).

A partir de 1966 Sutherland y su equipo habían comenzado a experimentar con cascos de visualización de distintos tipos. En el dispositivo óptico propuesto en 1968 las imágenes en tres dimensiones (3D) eran emitidas a través de dos tubos de rayos catódicos (CRT) monocromáticos, uno por ojo. El casco de Sutherland, conocido como Espada de Damocles, permitía ver las imágenes tridimensionales generadas por el ordenador superpuestas (Tarabanov, 2006).

Paralelamente a la investigación de Sutherland, en la Universidad de Carolina del Norte en Chapell Hill, en uno de los principales centros de investigación en las tecnologías de simulación informática, se inició el desarrollo de un sistema de visualización 3D del modelo de una estructura molecular sintética que contemplaba por primera vez la inclusión de dispositivos para crear sensaciones táctiles y cinéticas combinadas con el estímulo visual (Levis, 2010).

En 1977, tres estudiantes de la Universidad de Illinois, Chicago, inventaron el primer guante sensitivo: un guante electrónico que permite comunicarse con el ordenador de un modo intuitivo mediante los movimientos de la mano. Luego, en 1985, dos antiguos investigadores de Atari, Jaron Lanier y Thomas Zimmermann, fundaron VPL Research Inc., primera empresa dedicada al desarrollo, fabricación y comercialización de interfaces y programas destinados a las nuevas técnicas de simulación, a las que todavía no se conocía como Realidad Virtual.

A finales de 1992 el precio de un equipo para Realidad Virtual rondaba todavía los 300 mil dólares, lo que representaba un obstáculo importante para la expansión del uso de estas técnicas. El paulatino, pero constante, descenso de los costos facilitó, a partir de 1993, la aparición en el mercado de interfaces y programas destinados al desarrollo de aplicaciones.

Para el año 2000, ya existía una fuerte industria dedicada al diseño de videojuegos así como de todo tipo de dispositivos que hicieran de la realidad virtual un ambiente

CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL

cotidiano. Las grandes corporaciones como Sony, Sega, Xbox, Nintendo, entre otras crearon consolas de juegos las cuales recreaban ambientes de realidad virtual que permitían una semi-inmersión en los mundos virtuales, que en algunos casos contaban con pequeñas características sensoriales como mandos vibradores.

En el 2007, se creó una revolución en el mercado del entretenimiento con la salida de nuevas consolas, y equipos de audio digital que permitían una experiencia sensorial nueva para el oído de los usuarios. La calidad de las imágenes en los simuladores de RV también fue mejorada, debido al desarrollo de tecnologías de alta definición de imágenes, como televisores y monitores HD (High Definition). Sin embargo la experiencia sensorial seguía siendo semi-inmersiva (Levis, 2010).

En la actualidad los simuladores de vuelo y otros simuladores basados en las mismas tecnologías (simuladores de conducción de tanques, simuladores de navegación submarina, etc.) han alcanzado en los últimos años un nivel alto de perfeccionamiento. Su uso se ha extendido al campo civil, especialmente para la formación de los pilotos de las líneas aéreas comerciales.

Los simulacros virtuales son potencialmente una poderosa herramienta científica, una novedosa forma de diversión, un extraordinario vehículo de formación y de comunicación y un estimulante medio de expresión artística. Desde la investigación científica a los museos virtuales, incluyendo entre otros, la medicina, la arquitectura, el diseño industrial, las telecomunicaciones, la ingeniería o la publicidad, cada vez son más los sectores en los cuales paulatinamente se empiezan a utilizar técnicas próximas a la RV (Levis, 2010).

Algunas de estas aplicaciones requieren el uso de cascos inmersivos y otros utilizan sistemas proyectivos o equipos de escritorio. Hay aplicaciones que se acercan a un verdadero sistema de RV y otras que sólo hacen un uso instrumental de ciertos aspectos relacionados con estas técnicas de simulación integral.

Entre las aplicaciones que en la actualidad se encuentran de la RV hay que destacar: la reconstrucción de la herencia cultural, la medicina, la simulación de multitudes y la sensación de presencia.

La reconstrucción de la herencia cultural consiste en la recuperación a través de la simulación de piezas únicas de la antigüedad que han sido destruidas o se encuentran degradadas. En algunas, a partir de unos pocos restos se pueden simular piezas enteras. Además, la RV permite mostrar la pieza en perfecto estado

CAPÍTULO I. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EMPLEADAS Y DE LA REALIDAD VIRTUAL

en diversos lugares del mundo a la vez, e incluso permite crear museos enteros con piezas virtuales (Ismet Can, 2008).

La aplicación en la medicina la encontramos en la simulación virtual del cuerpo humano; a partir de imágenes del mismo, se puede hacer la recreación en 3D del paciente, cosa que facilita la elaboración de un diagnóstico, o la simulación de operaciones en caso que sea necesario.

La simulación de multitudes consiste en la simulación del comportamiento de grandes cantidades de personas. Sin requerir la presencia de humanos, se puede simular el comportamiento de éstos en cosas que serían complejas como la evacuación de un edificio o los comportamientos en situaciones complejas (Ismet Can, 2008).

En el área de las ciencias tiene aplicaciones en la aerodinámica virtual, matemática, astrofísica, ingeniería molecular, en el diseño y esquematización de productos y maquinarias, la optimización de recursos y la visualización de datos complejos. En la robótica tiene gran impacto fundamentalmente en la conceptualización de robots y la tele operación o tele robótica.

Dentro del campo militar y aeroespacial la RV juega un papel fundamental en el entrenamiento de pilotos con simuladores aéreos, marítimos y terrestres, en el entrenamiento de combate y práctica de tiro, así como la preparación de los astronautas (Bonder & et al, 2009).

Conclusiones parciales I

1. El estudio de los fundamentos teóricos de las estrategias de control: Realimentación de Variables de Estado, control de la energía del sistema, Fuzzy y MPC permitió valorar las ventajas y desventajas de cada una de ellas, para entonces aplicarlas al péndulo de Furuta.
2. La evolución histórica de las estrategias de control tratadas en esta investigación, ha demostrado el avance y la importancia de las mismas para el control de procesos de gran complejidad.
3. La caracterización teórica e histórica sobre la RV, demostró que los simulacros virtuales son potencialmente una poderosa herramienta científica aplicable a diferentes sectores de la sociedad actual.

CAPÍTULO II. CARACTERIZACIÓN DEL PÉNDULO DE FURUTA

Introducción

En el presente capítulo se brinda una explicación detallada de los sistemas pendulares, específicamente de los péndulos invertidos y dentro de este tipo de sistemas, los denominados péndulos rotatorios o de Furuta; además del estado del arte del mismo, se presenta también todo lo relacionado con la obtención del modelo matemático de dicho sistema.

2.1. Estado del arte de los sistemas pendulares

Durante muchos años, uno de los principales campos investigativos de la ciencia ha sido enfocado hacia el desarrollo y la comprensión de sistemas físicos que posean características no lineales dentro de sus modelos matemáticos, y en definitiva crear nuevas vías de estudio para estos sistemas que suponen un desafío para las técnicas clásicas de control (Montoya G. & Escobar D., 2012).

La existencia de fallos en los actuadores representa un problema muy interesante para los especialistas del campo de investigación del control, puesto que hace imposible tener un control directo en los grados de libertad no actuados, de modo que el control de estos se debe realizar (siempre que sea posible) de forma indirecta por medio de los restantes grados de libertad actuados.

De esta manera se introduce un nuevo concepto y subsistema en el estudio de los procesos, el concepto de sistema subactuado. La definición de este no es más que aquel sistema que carece de al menos un actuador en uno de sus grados de libertad, es decir, un sistema subactuado (el péndulo es uno de ellos) es aquel que posee menos actuadores que grados de libertad (GDL) (Spong, 1994).

La definición de sistema subactuado, incluye también el caso de fallos en los actuadores, la ausencia de los mismos provocado por consideraciones en el diseño del sistema de control, falta de espacio en el marco del esquema físico, exceso de peso, insuficiencia presupuestaria, entre otros factores (Osorio, 2009).

Dentro de los sistemas subactuados, uno de los más estudiados son los esquemas pendulares. El estudio de los mismos puede ser dividido en dos etapas principales. Esto se debe principalmente a dos modelos físicos de péndulos:

- I. El Péndulo Invertido, creado por Claude Shannon en 1951, se fijó en un ejemplo clásico de la vida real para la implementación de su modelo físico: el simple juego de la escoba en posición invertida, sostenida por cualquier ser humano.

El juego consiste en realidad, en la aplicación de tres acciones casi simultáneamente: sensor, idear una estrategia de control, y actuar sobre el objeto (como se observa en la figura 2.1). Las 3 acciones son usadas a diario por el ser humano en todas las actividades de su vida, sin que este sea consciente de ello. Todo sistema de control, sea cual sea su aplicación, está sujeto a esta trilogía.

Este sistema estaba conformado por un péndulo sujeto a un carro móvil que se desplazaba en dos sentidos.

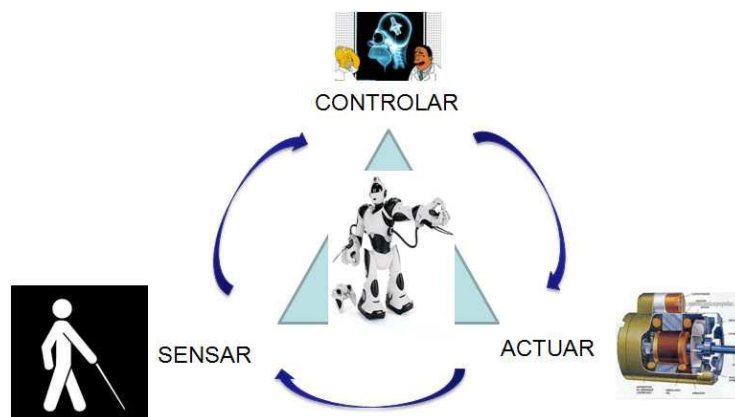


Figura 2.1. Acciones que desarrolla un operador humano para el control.

- II. El Péndulo de Furuta, o péndulo rotacional invertido, como también se le conoce, el cual como su nombre especifica fue creado por el Dr. K. Furuta años después de la aparición del primer esquema mencionado.

Surgimiento del péndulo invertido.

Claude Shannon en 1951 usó las partes de un juego erector para construir una máquina que balanceara un péndulo invertido que estaba encima de un pequeño carrito. El manejo del carro se hacía en dos sentidos: atrás y adelante, y en respuesta a los tipos de movimiento del péndulo, este era sensado por un par de interruptores en su base.

Para lograr mover el péndulo de un lugar a otro, el carro primero tenía que manejarse hacia un lado para poder desbalancear el péndulo, para proceder al desplazamiento en función de su control. Para balancear nuevamente hacia el destino, el carro se movía pasando el destino hasta que el péndulo se encontrara otra vez completamente perpendicular a la horizontal sin velocidad hacia delante, entonces se movía en sentido inverso del destino y así lograba el balanceo.

En la década de 1970, se comenzó a trabajar en el sistema físico conocido como péndulo invertido, el cual constaba de características estáticas y dinámicas especiales que lo hacían atractivo para el desarrollo de estudios académicos y aplicaciones industriales. Dado su complejidad y limitantes físicas este sistema pendular permitió ir adquiriendo a los estudiosos del tema un conocimiento cualitativo y determinístico de esta planta de gran valor y robustez, lográndose así resultados satisfactorios que siempre brindaron la posibilidad de nuevos avances y que abrieron las puertas para futuras investigaciones.

Sin embargo, el inconveniente principal seguiría siendo el problema de la trayectoria acotada del carro, esto suponía una desventaja a la hora de la aplicación de diferentes tipos de estrategia de control. Para terminar con esta desventaja en el esquema péndulo invertido, se generó una modificación a dicho sistema en el cual se suplía la carrera lineal del carro por una trayectoria circular cerrada (Ibargüen & et al, 2006).

Surgimiento del Péndulo de Furuta.

En el año de 1990, el Dr. Katsuhisa Furuta del Instituto Tecnológico de Tokio, en Japón; diseñó y construyó el Péndulo Rotacional Invertido, y como su nombre lo indica se soporta sobre un eje que puede girar en dos sentidos y 360° , lo que en teoría significa que es independiente de la trayectoria (o sea su recorrido puede ser infinito), eliminando la limitante del modelo anterior.

Este nuevo esquema proponía un sistema con dos grados de libertad, llamados brazo y péndulo. El movimiento del brazo (primer grado de libertad) se realizaba en un plano horizontal girando alrededor de un eje perpendicular al plano, mientras que el péndulo se encuentra colocado en un extremo del brazo y su eje de giro es perpendicular al mismo, al igual que el movimiento que realiza (figura 2.2).

Desde la aparición del péndulo rotacional se suscitó un problema mucho más general y complejo que el del simple mantenimiento de la varilla en la posición invertida: el problema de llevar el péndulo desde cualquier posición, y en particular desde la posición colgante natural, hasta la posición invertida. Este problema se conoce como el de swing up (Åström & Furuta, 1996).

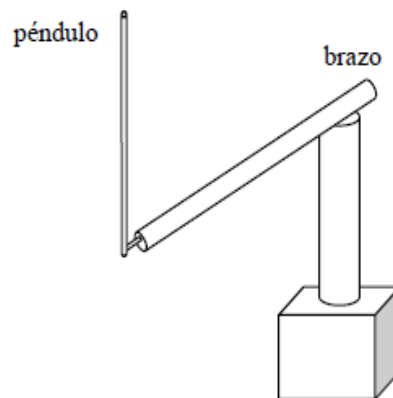


Figura 2.2. Péndulo de Furuta o Péndulo Rotacional Invertido.

Por tanto, en el problema del control del PF aparecerían dos sub-problemas: el de llevar el péndulo desde la posición colgante inicial, u otra posición cualquiera, a las proximidades de la posición deseada; y el de estabilizar al péndulo en la posición invertida.

A partir de este momento todos los estudios acerca de sistemas pendulares se centraron en la implementación de distintas estrategias de control, así como llevar los esquemas de control desarrollados en dicho sistema pendular al campo de la robótica, la industria militar, la industria naval, la industria espacial, e incluso al desarrollo de juguetes y dispositivos recreativos que tuvieran como principal funcionalidad el control de estabilidad para su locomoción (Osorio, 2009).

Es importante resaltar que a pesar de ser el esquema del péndulo de Furuta el más utilizado en proyectos de desarrollo y estudio de estabilidad, el modelo físico del péndulo invertido clásico se sigue usando en muchas universidades y centros de investigación.

2.1.1. Caracterización histórica de las estrategias de control en el péndulo de Furuta

Después de la aparición del péndulo de Furuta, este se convirtió en un medio en el que hasta nuestros días se siguen probando nuevos esquemas de control, con el objetivo de seguir perfeccionando y haciendo más eficientes los sistemas físicos de los procesos de la vida cotidiana, en los cuales se necesita del control de la estabilidad para el movimiento mecánico ordenado.

Cabe resaltar el hecho de que cada uno de los proyectos investigativos que se han realizado en el mundo acerca de la temática refleja una evolución continua; ya sea en cuanto a las leyes que se utilizan en el modelado matemático del sistema, o en la manera en que se han aplicado las diferentes estrategias de control.

En 1992, Furuta propuso un control robusto usando un sub espacio proyectado desde todo el espacio de estados. El controlador usaba un método de control llamado "bang-bang" pseudo-state feedback (Furuta & et al, 1992).

En 1995, Yamakita consideró diferentes métodos para elevar con movimientos un péndulo invertido doble. Uno es basado en la conservación de la energía y el otro en un método de control robusto (Yamakita & et al, 1995).

Olfati – Saber en 1999, propuso la estabilización semiglobal para el péndulo Furuta, usando controladores de puntos fijos (Olfati-Saber, 1999). Luego, en el 2000, Olfati introdujo nuevas formas de cascada normal para los sistemas mecánicos subactuados.

En el 2004 A. Valera, A. Valles y otros autores, del Instituto Politécnica de Valencia, desarrollaron una maqueta del péndulo de Furuta (ver figura 2.3) y una nueva técnica para controlar el problema del swing up. Utilizando dos técnicas de control diferentes, y diseñando dos controladores que se sincronizaban a partir de una conmutación de los mismos en función de la cercanía a la zona de equilibrio; logrando resolver esta disyuntiva, y de esta manera pudiendo llevar el péndulo rotacional a su posición invertida natural (Valera, Vallés, & Cardo, 2004).



Figura 2.3. Maqueta desarrollada en el Instituto Politécnico de Valencia.

Para ello primero implementaron un algoritmo de control que suministraba la suficiente energía al sistema como para llevar al péndulo a una zona cercana al origen (a esto se le conoce como control por regulación de energía (Mori & Furuta, 1976)). Una vez en esta zona se debía conmutar de controlador, para regular al sistema y que no saliera del punto de equilibrio inestable.

El segundo controlador es basado en realimentación en variables de estado, y se fundamentó en el establecimiento del control en el punto de equilibrio, es decir, una vez que el péndulo se encontrara en una zona cercana al origen, se debía conmutar de controlador, para regular al sistema de manera que no saliera del punto de equilibrio inestable.

En otro proyecto desarrollado sobre el tema, donde se hicieron grandes aportes al estudio del esquema pendular de Furuta, se unificaron las formulaciones sobre objetivos de control del péndulo de Furuta relacionadas con el control de energía. Como elemento original de esta tesis, se incorporó el modelo de fricción de Dahl al modelo del péndulo de Furuta, y el autor propuso dos controladores de energía. En este trabajo se obtuvieron los modelos Lagrangiano y Hamiltoniano del PF, incluyendo en ellos el tensor de inercia del péndulo, logrando con esto un modelo más preciso del mecanismo. Finalmente se diseñó y construyó el mecanismo péndulo de Furuta (ver figura 2.4), Los experimentos se hicieron en tiempo discreto, y lograron validar los modelos obtenidos en el desarrollo del trabajo, así como también los controladores que se diseñaron (De la Torre Rodríguez, 2004).

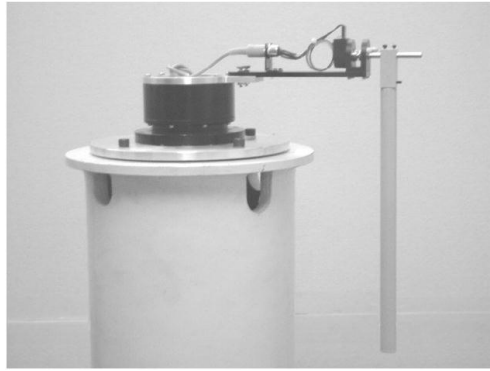


Figura 2.4. Esquema pendular desarrollado por D. S. de la Torre.

Un trabajo publicado en España demuestra el efecto excelente de la fuerza vertical para la estabilización del IP y además cómo la metodología de diseño de control difuso se puede utilizar para construir un sistema de control borroso híbrido que incorpora control PD en una estructura Takagi-Sugeno para la estabilización del IP a través de una fuerza vertical. Al obtener una comprensión intuitiva de la dinámica del IP, el espacio de estados se divide en seis regiones. En cada región, un controlador PD está diseñado para satisfacer las condiciones de estabilidad obtenidos por los métodos directo e indirecto de Liapunov. Esto demuestra que el sistema de control difuso híbrido propuesto proporciona una manera más flexible e intuitiva para estabilizar el IP a través de una fuerza vertical (Maravall & et al, 2005).

En el año 2006 se presenta un método alternativo para obtener las ganancias de realimentación de estado, usando algoritmos genéticos. El método es probado usando un péndulo invertido rotacional construido en la Universidad del Quindío, Colombia, (Ibargüen & et al, 2006).

El diseño de un controlador para el péndulo de Furuta, utilizando dinámica Hamiltoniana y control por modos deslizantes es presentado posteriormente. La primera corresponde a la representación del sistema mediante un modelo energético que permite establecer el comportamiento de la planta para cada instante de tiempo a partir de sus parámetros físicos. El segundo es muy utilizado y aceptado por la comunidad científica ya que permite brindar estabilidad en el punto de equilibrio, con una alta eficiencia debido a que tiene gran capacidad de rechazo a perturbaciones externas y buen comportamiento ante la variación de los parámetros (Ibargüen & et al, 2009).

En este mismo año se crea una maqueta del péndulo de Furuta en la cual se probaron diferentes estrategias de control, además se realizaron importantes consideraciones en relación a trabajos anteriores acerca del control de dicho

sistema pendular, también se realizó un serio estudio acerca de la influencia de la fricción para dicho sistema (Osorio, 2009).

En este trabajo se probaron tanto en simulación como en el laboratorio diferentes estrategias de control lineal y no lineal para resolver el problema del swing up y la estabilización para el péndulo de Furuta. Las simulaciones y los experimentos revelaron que el controlador swing up desarrollado años atrás por Åström y Furuta no lograba cumplir con su objetivo para algunas condiciones iniciales.

Otro trabajo publicado en el 2009, se propone como objetivo principal evaluar el comportamiento de un péndulo en configuración Furuta usando una plataforma gráfica de simulación, la cual es desarrollada mediante la programación orientada a objetos y el motor gráfico OpenGL[®]. El simulador que se desarrolla está basado en el prototipo de la empresa Quanser[®] (Mancillas & et al, 2009).

En el 2010 se diseñó un sistema de control lineal basado en ubicación de polos, con el objetivo de mantener el péndulo en su punto de equilibrio inestable; además de la implementación de una ley de control no lineal para abordar el sub problema de llevar el péndulo de su posición de reposo a las cercanías de la invertida, para dar solución completa al problema de Swing Up. Se construyó además el modelo no lineal en Simulink de Matlab con el fin de comprobar el control en simulación para luego implementar el control sobre el prototipo construido (Oswaldo R. & Caipa R., 2010).

Otro trabajo sobre el tema, presenta la combinación de dos métodos para estabilizar y para atenuar las perturbaciones en un péndulo invertido rotatorio: primero se rechaza la perturbación con el método de estructura al infinito, si existe una función, tal que, la función de transferencia de las salidas y de las perturbaciones sea nula, lo cual fuerza al sistema a tener un comportamiento sin perturbaciones; y segundo se garantiza que el sistema controlado es estable con el método de asignación de polos, al igualar el polinomio del sistema controlado con un polinomio estable deseado, lo cual fuerza al sistema a seguir un comportamiento estable (Jesús R., Figueroa, & Pérez C., 2012).

También en el 2012, se implementó y entrenó a una red neuronal (RNA) para el control del péndulo de Furuta. En este proyecto se diseñaron varios controladores los cuales, los cuales se emplearon en función de lograr la controlabilidad del péndulo. Las estrategias de control usadas fueron: control por regulación de energía, y control basado en la realimentación de variables de estados. Finalmente se creó una RNA de tres capas (cada una de ellas con 4, 8 y 1 neurona,

respectivamente) la que debía aprender del controlador swing up. Una vez que se entrenó la red, se cambió la acción del controlador por regulación de energía por la RNA (Montoya G. & Escobar D., 2012).

En el 2013 se presenta un trabajo que se ocupa de determinadas opciones en el control de un péndulo giratorio invertido, este documento describe dos posibilidades para el balanceo del péndulo: la primera es el enfoque clásico basado en la comparación de energías (potencial y cinética) del sistema con la energía del péndulo en su posición invertida; la segunda opción utiliza una operación de exponenciación sobre la posición del péndulo ya que la tendencia de la función de la ley de potencia es muy conveniente para la determinación de la cantidad de energía requerida para ser entregado al sistema. Para balancear el péndulo a la posición invertida, un controlador predictivo basado en una ley de control óptimo con perturbaciones fue propuesto. Este trabajo obtuvo resultados de experimentos en tiempo real (Seman & et al, 2013).

2.1.2. Aplicaciones del péndulo de Furuta

El péndulo de Furuta, como se ha mencionado anteriormente, es un experimento práctico usado durante mucho tiempo para propósitos educativos en el campo de la teoría de control moderno. Sin embargo, por ser este un sistema para el campo educativo, no quiere decir que no tenga aplicaciones en la vida real. Por el contrario, sus aplicaciones son múltiples y la teoría puede aplicarse a infinidad de sistemas (algunos ejemplos pueden observar en la figura 2.5). Estos sistemas han sido utilizados por la industria militar y espacial, la estabilidad en grúas, edificios (para el estudio del balanceo de estos durante eventos sísmicos), etc.

En el campo de aerodinámica espacial, la aplicación de la teoría de control del péndulo rotacional invertido ha tenido gran relevancia, sobre todo para el posicionamiento de satélites con respecto a la tierra. En este caso un satélite que está en movimiento, no puede ser seguido por las antenas que se encuentran en la tierra, por lo tanto no pueden dejar que este se mueva demasiado, ya que si no se saldría del rango de comunicación entre ellos. Es así como se podría decir que están sujetos estos dos cuerpos (satélite y antena), por un vector virtual el cual en la parte de la tierra se encuentra fijo y la parte en movimiento en el espacio, haciendo así la función del péndulo invertido (De la Torre Rodríguez, 2004).



Figura 2.5. Ejemplo de algunas aplicaciones del Péndulo de Furuta.

Más aún, en los vehículos no tripulados, donde un humano no puede ir a reparar alguna falla en el sistema, se puede dar el caso de que algún actuador deje de funcionar, es aquí en donde entran los algoritmos de control para sistemas subactuados, que pueden dar solución a este tipo de inconvenientes.

Por otra parte, en algunos edificios, se utilizan mecanismos que sirven para mantener el equilibrio del edificio, cuando ocurre un terremoto. Otro sistema en donde se utiliza el mismo principio es en los cohetes espaciales, donde el objetivo (al despegar de la superficie terrestre) es mantener alineado el centro de gravedad del cohete y el motor de propulsión con la vertical (Aguilar-Ibañez & et al, 2008).

En el campo de la robótica, se están desarrollando diversos tipos de robots que utilizan la teoría de los péndulos invertidos. Tal es el caso de dos tipos de robots mostrados en la figura 2.6, ambos creados por diferentes institutos de investigación. Un ejemplo de estas aplicaciones de robots lo representa el BallyBot. Este es un robot experimental de balanceo en dos sentidos, a través de ruedas laterales, similar a un péndulo invertido. El BallyBot es utilizado como una plataforma experimental para lograr un entendimiento profundo de los sistemas: sensor y controlador, para ser implementados luego en autómatas humanoides (Sánchez & et al, 2010).

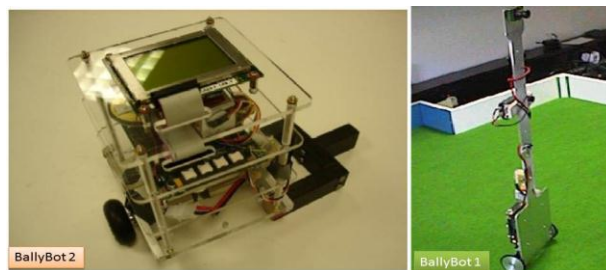


Figura 2.6. Aplicaciones robóticas de péndulos invertidos: el BallyBot.

2.2. Modelado del péndulo de Furuta

Existen varios métodos para modelar matemáticamente un sistema, dentro de los más conocidos se encuentran los de Newton y de Lagrange. El primero consiste en encontrar el modelo del sistema basándose en la Segunda Ley de Newton, o Ley de la Fuerza: $F = m \cdot a$ y para esto se determinan todas las fuerzas y agentes externos que actúan sobre el sistema. El segundo, se basa en usar las ecuaciones de la energía del sistema para llegar al modelo.

En sistemas complejos, el método de Newton puede tornarse difícil de usar, debido a la interacción de varios subsistemas dentro del sistema propio y a la cantidad de variables que se pueden tener. El método de Lagrange en estos casos resulta ser muy útil, ya que basta con determinar las energías del sistema y derivar las mismas.

En la figura 2.7 se muestra el diagrama de cuerpo libre del Péndulo de Furuta, el cual consta de dos cuerpos inerciales conectados: un pilar central con momento de inercia J , rígidamente conectado a un brazo horizontal de longitud l_a y masa m_a homogéneamente distribuida en línea y el péndulo de longitud l_p y masa homogéneamente distribuida en línea m_p .

El ángulo del péndulo, θ , ha sido definido como cero en la posición vertical invertida, y positivo, cuando el péndulo se mueve en la dirección de las manecillas del reloj. El ángulo del brazo, ϕ , se ha definido positivo cuando el brazo se mueve en la dirección contraria a las manecillas del reloj. La variable τ_ϕ (ecuación 1.10) representa la fuerza generalizada o torque en la dirección del ángulo de posición del brazo ϕ .

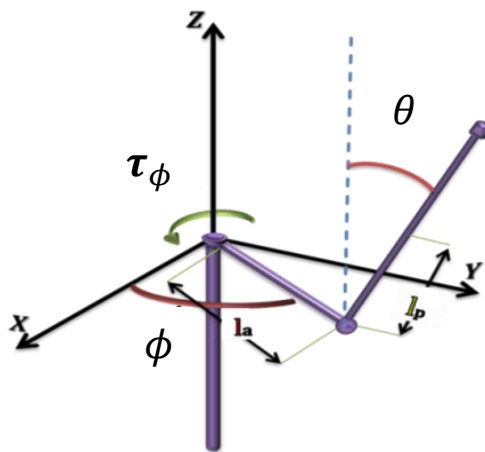


Figura 2.7. Diagrama de cuerpo libre del Péndulo de Furuta.

Inicialmente se tuvieron en cuenta las siguientes suposiciones:

- No hay fricción entre las partes.
- El pilar central, el brazo y el péndulo son cuerpos rígidos.

Definiendo al Lagrangiano como la diferencia entre la energía cinética y potencial del sistema $L = K_T - P_T$, y tomando en consideración lo antes mencionado se obtuvieron las siguientes ecuaciones que definen el modelo simplificado de un PF (Valenzuela, Montoya, & Giraldo, 2012):

$$L = \frac{1}{2} [J\dot{\phi}^2 + \left(\frac{1}{3}m_a l_a^2 \dot{\phi}^2\right) + \left(\frac{1}{3}m_p + M\right)(l_a^2 + l_p^2 \sin^2 \theta)\dot{\phi}^2 + (m_p + 2M)l_a l_p \cos \theta \dot{\phi} \dot{\theta} + \left(\frac{1}{3}m_p + M\right)l_p^2 \dot{\theta}^2] - \left(\frac{1}{2}m_p + M\right)g l_p \cos \theta \quad (2.1)$$

Para simplificar la ecuación (2.1) se definen unos parámetros auxiliares en términos de las constantes propias del sistema físico (2.2).

$$\begin{aligned} \alpha &= J + \left(\frac{1}{3}m_a + m_p\right)l_a^2 \\ \beta &= \frac{1}{3}m_p l_p^2 \\ \gamma &= \frac{1}{2}m_p l_a l_p \\ \delta &= \frac{1}{2}m_p g l_p \end{aligned} \quad (2.2)$$

Al sustituir las nuevas constantes (α , β , γ , δ) en (2.1) se obtiene la expresión (2.3).

$$L = \frac{1}{2} [(\alpha + \beta \sin^2 \theta)\dot{\phi}^2 + 2\gamma \cos \theta \dot{\theta} \dot{\phi} + \beta \dot{\theta}^2] - \delta \cos \theta \quad (2.3)$$

Finalmente, se puede demostrar que todas las ecuaciones de movimiento son de la forma:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} = \tau_\phi \quad (2.4)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \quad (2.5)$$

Estas ecuaciones son llamadas ecuaciones de Lagrange y tienen la gran propiedad de ser invariantes respecto a un cambio arbitrario de coordenadas.

Al realizar las respectivas derivadas del Lagrangiano del péndulo de Furuta, se llega a las siguientes ecuaciones:

$$(\alpha + \beta \sin^2 \theta) \ddot{\phi} + \gamma \cos \theta \ddot{\theta} + 2\beta \cos \theta \sin \theta \dot{\phi} \dot{\theta} - \gamma \sin \theta \dot{\theta}^2 = \tau_\phi \quad (2.6)$$

$$\gamma \cos \theta \ddot{\phi} + \beta \ddot{\theta} - \beta \cos \theta \sin \theta \dot{\phi}^2 - \delta \sin \theta = 0 \quad (2.7)$$

A partir de las ecuaciones (2.6) y (2.7), las que representan el modelo matemático del PF e introduciendo las variables de estado $x_1 = \phi$, $x_2 = \dot{\phi}$, $x_3 = \theta$, $x_4 = \dot{\theta}$, es posible reescribir el comportamiento de la planta como una serie de ecuaciones diferenciales de primer orden no lineales, como se muestra en las ecuaciones (2.8), (2.9), (2.10) y (2.11), que representan el modelo en espacio de estados (Montoya G. & Escobar D., 2012).

$$\dot{x}_1 = x_2 = \dot{\phi} \quad (2.8)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{\beta \gamma (\sin^2 \theta - 1) \sin \theta \dot{\phi}^2 - 2\beta^2 \cos \theta \sin \theta \dot{\theta} \dot{\phi} + \beta \gamma \sin \theta \dot{\theta}^2 - \gamma \delta \cos \theta + \beta \tau_\phi}{\alpha \beta - \gamma^2 + (\beta^2 + \gamma^2) \sin^2 \theta} \quad (2.9)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 = \dot{\theta} \quad (2.10)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{\beta (\alpha + \beta \sin^2 \theta) \cos \theta \sin \theta \dot{\theta}^2 + 2\beta \gamma (1 - \sin^2 \theta) \sin \theta \dot{\theta} \dot{\phi} - \gamma^2 \cos \theta \sin \theta \dot{\theta}^2}{\alpha \beta - \gamma^2 + (\beta^2 + \gamma^2) \sin^2 \theta} +$$

$$\frac{\delta (\alpha + \beta \sin^2 \theta) \sin \theta - \gamma \cos \theta \tau_\phi}{\alpha \beta - \gamma^2 + (\beta^2 + \gamma^2) \sin^2 \theta} \quad (2.11)$$

Puntos de equilibrio

Como es sabido un punto $x = x^*$ en el espacio de estado es un punto de equilibrio (PE) para un sistema dado, si tiene la propiedad de que cuando el estado inicial del sistema es x^* , el estado permanece en x^* en todo tiempo futuro (E. Slotine & Li, 1991).

Los PE de un sistema son las raíces de la ecuación:

$$f(x) = 0$$

Para conocer los puntos de equilibrio del sistema, se igualaron las ecuaciones de estado no lineales a cero, con lo que se llega al sistema de ecuaciones (2.12).

$$x_2 = 0, \quad \cos \theta \sin \theta = 0, \quad x_4 = 0, \quad (\alpha + \sin^2 \theta) \sin \theta = 0 \quad (2.12)$$

Luego, los puntos de equilibrio para la planta son $(x_1; 0; x_3; 0)$, donde $x_1 \in R$ y $x_3 = k\pi$, con $k \in Z$, los cuales se muestran en la figura 2.8.

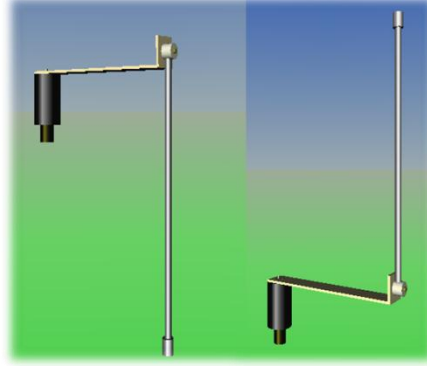


Figura 2.8. Puntos de equilibrio de un péndulo.

2.2.1. Obtención del modelo lineal del péndulo de Furuta

Para obtener el modelo lineal del PF mediante expansión de series de Taylor, primeramente se define el conjunto de ecuaciones de estado no lineales:

$$\dot{x} = f(x, \tau, t) \quad (2.13)$$

Sea el punto de operación denotado por $x_0(t)$, la cual corresponde a una entrada nominal $\tau_0(t)$. Expandiendo la ecuación de estado no lineal (2.13) en series de Taylor alrededor del punto de equilibrio y despreciando los términos de orden superior a 1, se obtiene la expresión (2.14).

$$\dot{x}_i(t) = f_i(x_0, \tau_0) + \sum_{j=1}^m \frac{\partial f_i(x, \tau)}{\partial x_j} \bigg|_{x_0, \tau_0} (x_j - x_{0j}) + \sum_{j=1}^p \frac{\partial f_i(x, \tau)}{\partial \tau_j} \bigg|_{x_0, \tau_0} (\tau_j - \tau_{0j}) \quad (2.14)$$

con $i=1, 2, \dots, n$.

$$\text{Se definen: } \Delta x_i \triangleq x_i - x_{0i}, \quad \Delta \tau_j \triangleq \tau_j - \tau_{0j}, \quad \Delta \dot{x}_i \triangleq \dot{x}_i - \dot{x}_{0i} \quad (2.15)$$

$$\dot{x}_{0i} = f_i(x_0, \tau_0) \quad (2.16)$$

Luego se reemplaza las ecuaciones (2.15) y (2.16) en la ecuación (2.14), se obtiene la expresión (2.17):

$$\Delta \dot{x}_i = \sum_{j=1}^n \frac{\partial f_i(x, \tau)}{\partial x_j} \bigg|_{x_0, \tau_0} \Delta x_j + \sum_{j=1}^p \frac{\partial f_i(x, \tau)}{\partial \tau_j} \bigg|_{x_0, \tau_0} \Delta \tau_j \quad (2.17)$$

La ecuación (2.17) se puede reescribir en forma matricial como se muestra en la expresión (2.18).

$$\frac{d(\Delta x)}{dt} = A \Delta x + B \Delta \tau \quad (2.18)$$

Y la ecuación que relaciona la salida con las variables de estado de interés y las entradas viene dada por la ecuación (2.19).

$$y = C \Delta x_j + D \Delta \tau_j \quad (2.19)$$

Finalmente teniendo en cuenta las ecuaciones (2.18) y (2.19), se obtuvieron las matrices A, B, C y D (ecuación 2.20), que representan el modelo lineal de la planta estudiada.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\beta K_t^2}{R(\gamma^2 - \beta \alpha)} & \frac{\delta \gamma}{\gamma^2 - \beta \alpha} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-\gamma K_t^2}{R(\gamma^2 - \beta \alpha)} & \frac{-\delta \alpha}{\gamma^2 - \beta \alpha} & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-\beta K_t^2}{R(\gamma^2 - \beta \alpha)} \\ 0 \\ \frac{\gamma K_t^2}{R(\gamma^2 - \beta \alpha)} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

En el caso de la matriz C, las salidas representadas corresponden a los estados $x_1 = \phi$, $x_2 = \dot{\phi}$, $x_3 = \theta$, $x_4 = \dot{\theta}$ que a su vez representan las variables controladas del sistema, y como variable manipulada se tiene al voltaje (v) aplicado al motor.

Los parámetros nominales del péndulo de Furuta se muestran en la tabla 2.1 (Montoya G. & Escobar D., 2012).

Tabla 2.1. Parámetros nominales del PF.

Parámetro	Valor
Masa de brazo horizontal (m_a)	0.078 kg
Masa del péndulo (m_p)	0.014 kg
Longitud del brazo horizontal (l_a)	0.084 m
Longitud del péndulo (l_p)	0.203 m

Gravedad (g)	9.8 m/s^2
Constantes del motor	
Resistencia (R)	12.1Ω
Inercia (J)	$9.89 \text{ e-7 kg}\cdot\text{m}^2$
Constante de torque (k_t)	$27.4 \text{ e-3 N}\cdot\text{m/A}$
Constante de fuerza electromotriz (k_e)	$27.4 \text{ e-3 V}\cdot\text{s/rad}$

Sustituyendo los parámetros nominales de la tabla 2.1 en el modelo lineal en espacio de estados del péndulo representado por la ecuación 2.20, se obtienen las matrices A y B mostradas en (2.21).

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.412782 & -102.603297 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.342518 & 182.011525 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 15.065037 \\ 0 \\ -12.500657 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Conclusiones parciales II

1. El estudio de los fundamentos teóricos y la evolución histórica de los sistemas pendulares, en particular el denominado péndulo de Furuta, ha demostrado la importancia y las aplicaciones que tiene el mismo en disímiles áreas.
2. Se realizó un estudio de las principales publicaciones sobre el tema y finalmente se presentó el modelo matemático que describe al mismo y las aplicaciones fundamentales que lo hacen centro de numerosas investigaciones.

CAPÍTULO III: DISEÑO DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EN EL PÉNDULO DE FURUTA

Introducción

En el presente capítulo se muestra el diseño y los resultados de simulación de las estrategias de control usadas para llevar al péndulo de Furuta desde una ubicación cualquiera a la posición invertida. El diseño del mundo virtual para la representación del PF es presentado también.

3.1. Diseño de las estrategias de control en el péndulo de Furuta

En esta sección se muestra el diseño de las estrategias de control usadas tanto como para el balanceo como el posterior control en la posición invertida del péndulo de Furuta.

Para el control del balanceo se utilizan dos técnicas: control de la energía del sistema y control Fuzzy; mientras que para mantener al péndulo en la posición invertida se utilizan: RVE y MPC.

Las combinaciones probadas fueron:

- 1) Control de la energía del sistema + RVE.
- 2) Fuzzy + RVE.
- 3) Fuzzy + MPC.

3.1.1. Diseño del control basado en regulación de la energía del sistema para el balanceo del péndulo de Furuta

Furuta y otros autores se dieron a la tarea de obtener una ley de control robusta para el balanceo del péndulo rotatorio invertido, a esta se le llamó control por regulación de la energía del sistema y su comportamiento depende críticamente de la proporción entre la máxima aceleración del punto de pivote y la aceleración de la gravedad (Åström & Furuta, 1996).

Para lograr el balanceo del PF, se parte del modelo no lineal del mismo mostrado en las ecuaciones (2.8) a la (2.11) del capítulo 2, donde la variable manipulada es el voltaje aplicado al motor (v) y la variable controlada es el ángulo del brazo (θ).

La ecuación (1.10) del capítulo 1, muestra la relación que existe entre el voltaje aplicado al motor y el torque que ejerce el mismo sobre el brazo del PF:

$$\tau_{\phi} = \frac{K_t}{R} v - \frac{K_t^2}{R} \dot{\phi}$$

El voltaje aplicado al motor (v) es la acción de control programada para realizar el balanceo por el método del control de la energía y se aplica al modelo no lineal mencionado anteriormente. Dicha acción de control se presenta en (1.11):

$$v = \frac{R}{K_t} \left[\frac{J}{L_a} k(E - E_0) \text{sign}(\dot{\theta} \cos \theta) + \frac{K_t^2}{R} \dot{\phi} \right]$$

El anexo 1 muestra el diagrama en simulink del Matlab del control de la energía del PF (ecuación 1.11) para el control del balanceo.

3.1.2. Diseño del control Fuzzy para el balanceo del péndulo de Furuta

Para realizar el balanceo del péndulo se parte del modelo no lineal del mismo mostrado en las ecuaciones (2.8) a la (2.11) del capítulo 2; en este caso se toma como variables controladas Theta (θ) y Thetap ($\dot{\theta}$), que se corresponden con el ángulo del péndulo y la derivada de este, es decir su velocidad de cambio, respectivamente; y como variable manipulada el voltaje (v) comprendido entre ± 24 V. Como se explicó en el capítulo 1, a través de la ecuación (1.10), el voltaje aparece implícito en el τ_{ϕ} , los cuales son directamente proporcionales.

El método de tipo Mamdani tiene una aceptación generalizada, es muy intuitivo y es el más apropiado para las entradas humanas, es por ello que fue el escogido para resolver el control del balanceo del PF. En la figura 3.1 se muestra la ventana de edición de esta estrategia de control.

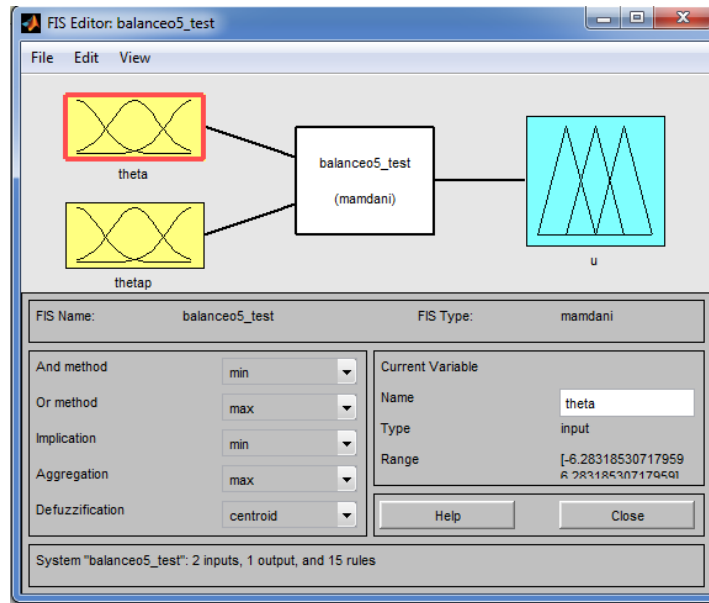


Figura 3.1. Ventana de edición del controlador Fuzzy.

En las figuras 3.2 y 3.3 se muestran las cinco funciones de pertenencia (neg-larg, neg-med, zero, pos-med y pos-larg) escogidas para las variables Theta y Thetap, estas fueron seleccionadas del tipo gaussianas, debido a la suavidad de cambio que ofrece este tipo de función.

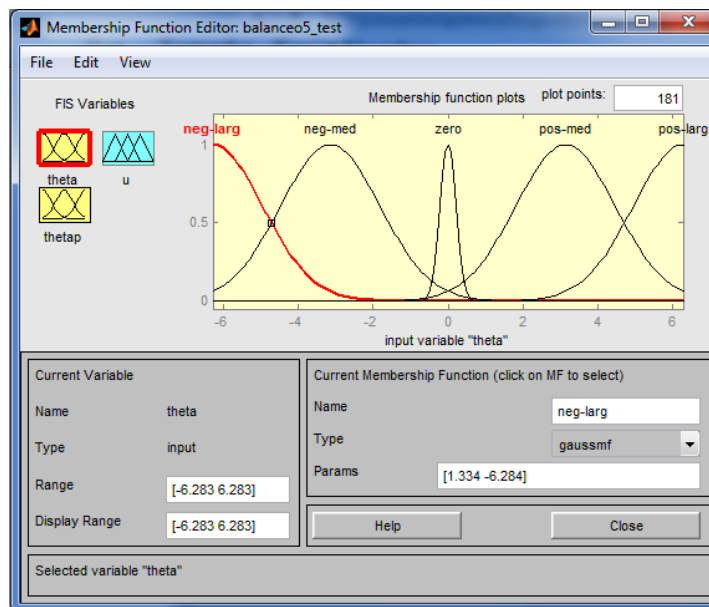


Figura 3.2. Funciones de pertenencia de Theta.

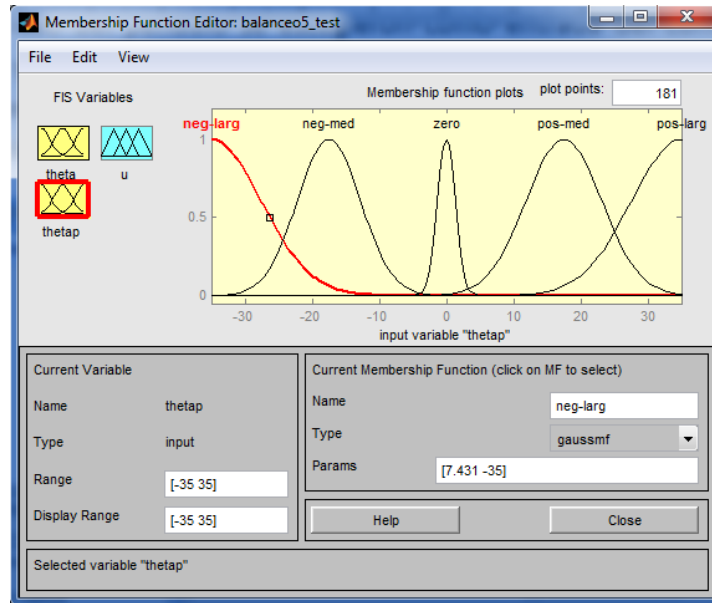


Figura 3.3. Funciones de pertenencia de Thetap.

La acción de control fue definida, a su vez, por 3 funciones de pertenencia (pos, neg y zer); estas del tipo trapezoidal, pues lo que se persigue en este caso son cambios bruscos en la polaridad del voltaje para balancear al péndulo, dichas funciones se observan en figura 3.4.

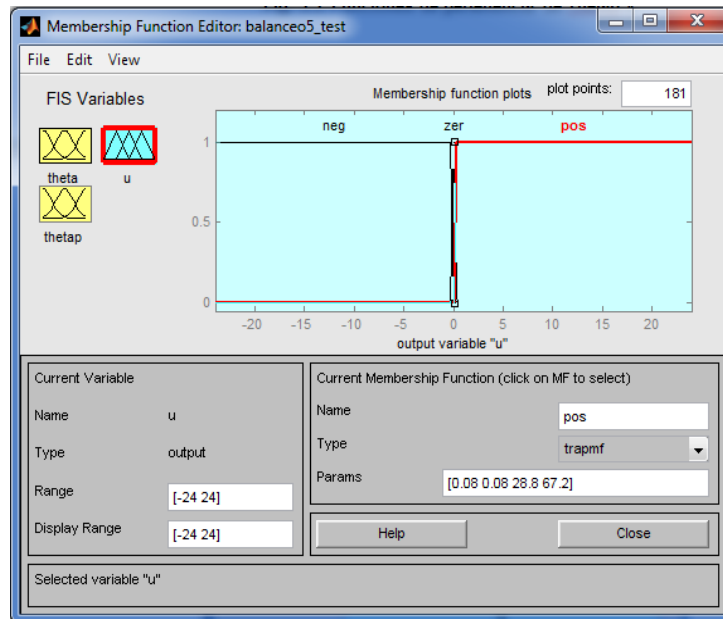


Figura 3.4. Funciones de pertenencia de la acción de control v.

Las reglas propuestas para el control del balanceo son las siguientes:

1. If (theta is pos-med) and (thetap is zero) then (v is pos)
2. If (theta is pos-larg) and (thetap is zero) then (v is neg)

3. If (theta is pos-larg) and (thetap is pos-med) then (v is pos)
4. If (theta is pos-larg) and (thetap is pos-larg) then (v is neg)
5. If (theta is pos-larg) and (thetap is zero) then (v is pos)
6. If (theta is pos-med) and (thetap is neg-med) then (v is neg)
7. If (theta is zero) and (thetap is neg-larg) then (v is pos)
8. If (theta is neg-med) and (thetap is neg-larg) then (v is neg)
9. If (theta is neg-med) and (thetap is neg-med) then (v is pos)
10. If (theta is neg-larg) and (thetap is zero) then (v is neg)
11. If (theta is neg-larg) and (thetap is pos-med) then (v is pos)
12. If (theta is neg-larg) and (thetap is pos-larg) then (v is neg)
13. If (theta is zero) and (thetap is zero) then (v is zer)

3.1.3. Diseño del control en la posición invertida del péndulo de Furuta usando Realimentación de Variables de Estado

Para el diseño del controlador por RVE, se toman como variables controladas a θ y ϕ , y como variable manipulada al voltaje aplicado al motor. Luego partiendo del modelo lineal del PF representado en la ecuación (2.21), se siguen los siguientes pasos:

1. Se chequea la condición de controlabilidad del sistema.
Si $\text{rango}[B : AB : A^2B : A^{n-1}B]_{n \times n} = n$ y $A_{n \times n}$, entonces el sistema es totalmente controlable.
Utilizando el Matlab:

```
>> M=ctrb(A,B);  
>> rank(M)  
>>ans = 4;
```

 el sistema es totalmente controlable, pues la matriz A (ecuación 2.21) es de 4x4.
2. Del polinomio característico de la matriz A:
 $|sI - A| = s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n$, se determinan los valores de $a_1, a_2, \dots, a_n$, los cuales son los polos del sistema: $[-13.6; -0.22; 0; 13.4]$ y se muestran en la figura 3.5.
3. Teniendo en cuenta estos polos, se seleccionan los polos dominantes del sistema, con los cuales se obtuvo una buena respuesta del péndulo en el punto de equilibrio. Entonces para el diseño del controlador se escogieron los polos deseados, mostrados a continuación:
 $P = [-6 + i; -6 - i; -5.5; -5.0]$

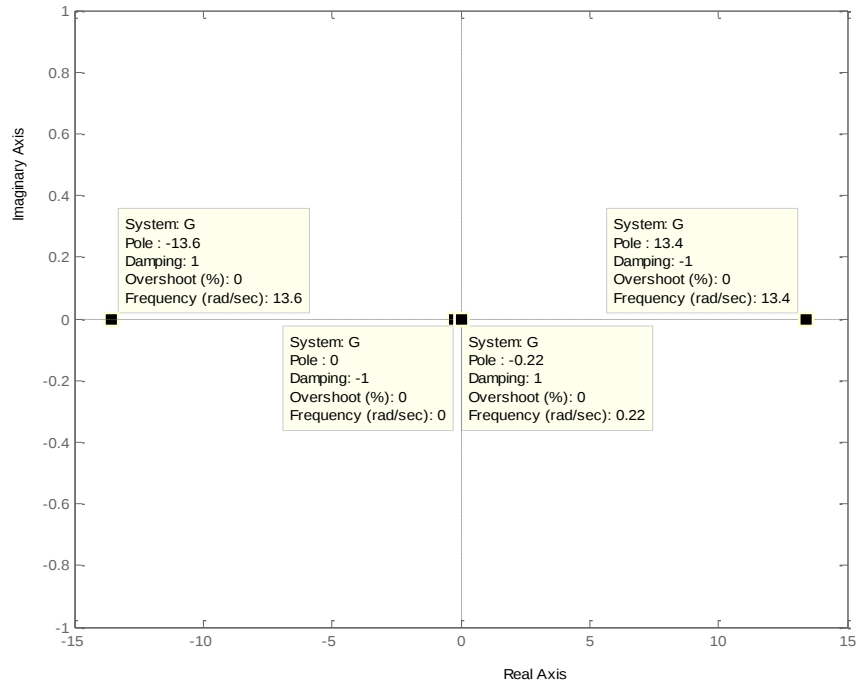


Figura 3.5. Ubicación de los polos del modelo lineal del PF.

- Para determinar la matriz de ganancia de realimentación de estado K , se emplea la fórmula de Ackerman (ecuación 1.29). Esta fórmula tiene en cuenta los polos deseados y las matrices A y B del modelo lineal del PF, y empleando Matlab se obtiene:

```
>> K = ACKER(A,B,P)
```

```
>>K = [-0.6972    - 0.5197    - 0.6396    - 2.392]
```

El anexo 2 muestra la programación en simulink del Matlab de la estrategia en cuestión, basado en la figura 1.2.

3.1.4. Diseño del control en la posición invertida del péndulo de Furuta usando Control Predictivo Basado en Modelo

Para el diseño del MPC, que es usado para mantener al péndulo en el PE inestable, se utiliza el modelo lineal del PF mostrado en la ecuación (2.21), se escogieron además como variable manipulada el voltaje aplicado al motor (v), y como variables controladas el ángulo del péndulo (θ) y ángulo del brazo (ϕ). El controlador predictivo se programó en un fichero (*.m) del Matlab, donde la utilización del modelo lineal para la predicción permite trabajar directamente con funciones objetivo cuadráticas, propias del Toolbox MPC de Matlab.

La acción de control calculada por el controlador predictivo en cada instante de tiempo, se obtiene resolviendo el problema de optimización dado por el funcional de costo planteado en (1.34).

Los parámetros de sintonía del controlador se presentan a continuación, donde P y M son el horizonte de predicción y control, respectivamente, T_s es el tiempo de muestreo; α y β son los pesos de la entrada y las salidas (ver tabla 3.1):

Tabla 3.1. Parámetros de sintonía del MPC.

Parámetro	Valor					
P	12					
M	5					
T_s	0.1 s					
Restricciones	v		θ		ϕ	
	<i>min</i>	<i>max</i>	<i>min</i>	<i>max</i>	<i>min</i>	<i>max</i>
	-2 V	2 V	-0.1 rad	0.1 rad	-	-
α	1		-		-	
β	-		0		0.115	
Referencia	-		0 rad		0 rad	$\pi\text{ rad}$

3.2. Resultados de las simulaciones en el péndulo de Furuta

Esta sección muestra los resultados obtenidos al combinar las estrategias de control mencionadas anteriormente para lograr el control global del péndulo de Furuta.

En la figura 3.6 se muestra el diagrama en bloque para el control global de PF, en la cual, cuando el péndulo está con una condición inicial (θ_0), muy cercana al punto de equilibrio estable, el controlador para el balanceo comienza a proporcionar la acción de control, hasta que el ángulo del péndulo (θ) se encuentre a $\pm 25^\circ$ del punto de equilibrio inestable; en este punto el conmutador (figura 3.7) cambia a cero la acción de control para evitar que el péndulo llegue con una aceleración muy grande al contorno del 0° y se mantiene con este valor hasta que el ángulo del péndulo sea menor a $\pm 15^\circ$ y a partir de este momento la acción de control que recibe la planta es la encargada de mantener al péndulo en la posición invertida y de seguir los

cambios de referencia del ángulo del brazo (ϕ). Los anexos 3a, 4, 5 y 3b muestran los diagramas en simulink / Matlab del control global del PF, y del conmutador respectivamente. En la figura 3.7 se puede observar la actuación del conmutador.

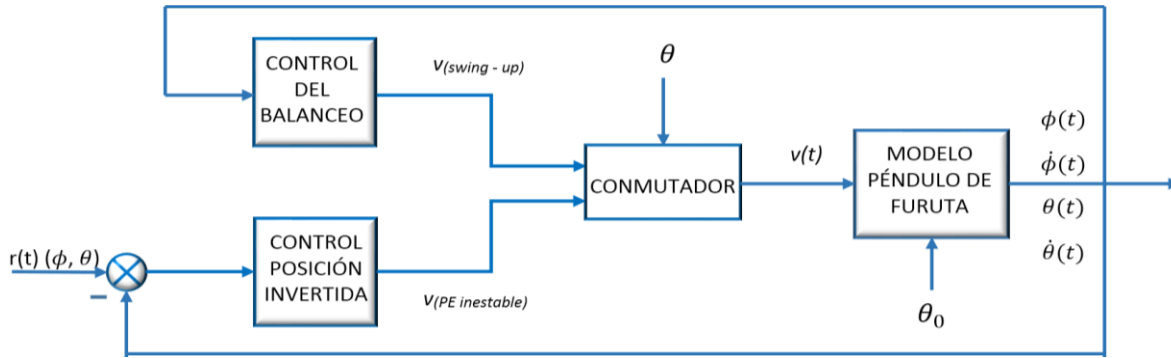


Figura 3.6. Diagrama en bloque para el control global del PF.

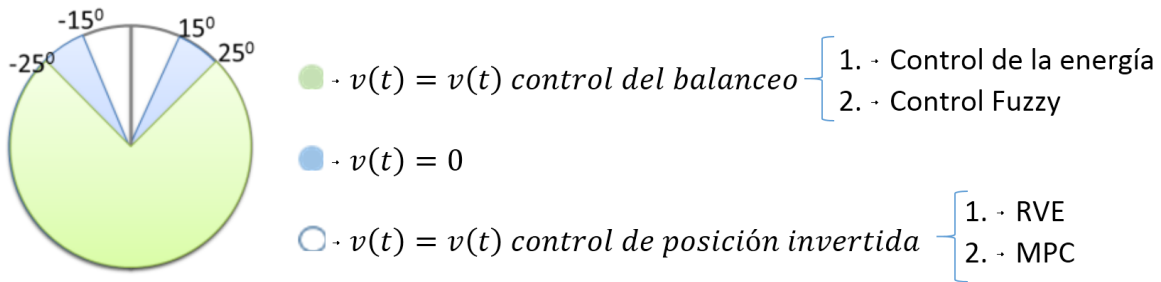


Figura 3.7. Actuación del conmutador.

3.2.1. Alternativa de control basada en la energía del sistema + RVE

El diagrama en bloque para el control global del sistema se muestra en la figura 3.6, y su implementación en los anexos 1, 2 y 3a. La conmutación entre los controladores se muestra en la figura 3.7 y su implementación en el anexo 3b. En esta alternativa se combina el control basado en regulación de la energía del sistema para el balanceo, con la técnica de Realimentación de Variable de Estado (RVE) para el control en la posición invertida del PF.

En las figuras 3.8 y 3.9 se muestran el comportamiento de θ y ϕ , respectivamente. Se puede observar como el péndulo oscila hasta que se estabiliza al cabo de aproximadamente 7 s en 0° , que representa la posición vertical (ver figura 3.8), y cómo ϕ luego de estabilizado θ sigue los cambios en su referencia (ver figura 3.9).

CAPÍTULO III. DISEÑO DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL EN EL PÉNDULO DE FURUTA

En la figura 3.8, al cabo de 30 s se puede observar una pequeña variación de la posición del péndulo, esta es debido al cambio de referencia que se le hace en ese mismo tiempo al ángulo del brazo ϕ .

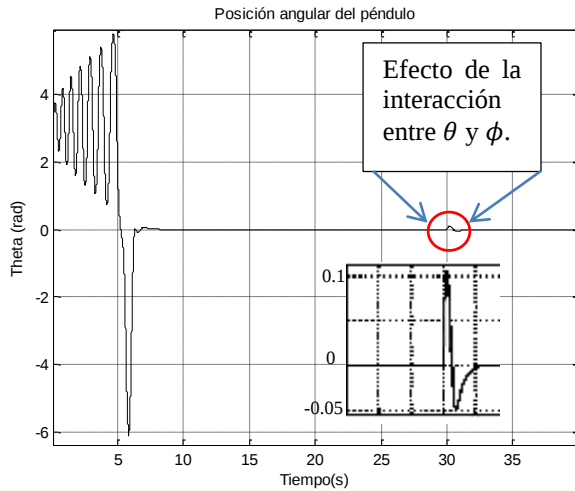


Figura 3.8. Salida del ángulo del péndulo θ - Energía + RVE.

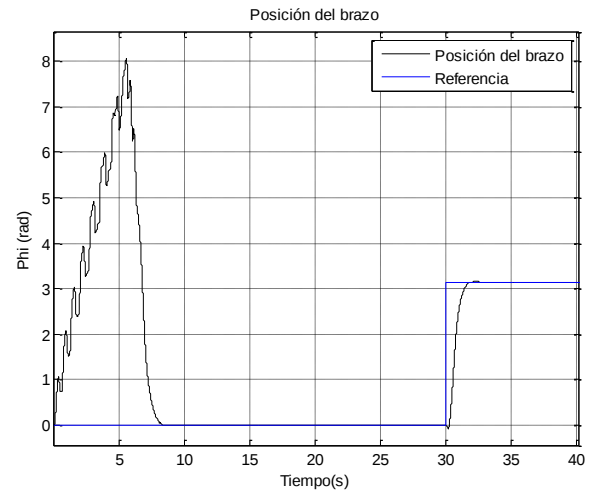


Figura 3.9. Salida del ángulo del brazo ϕ - Energía + RVE.

Las figuras 3.10 y 3.11 muestran la acción de control $v(t)$ y la energía suministrada al sistema. En la primera se puede observar cómo la señal de control varía a los 30s para evitar que el péndulo caiga debido a la interacción con el brazo.

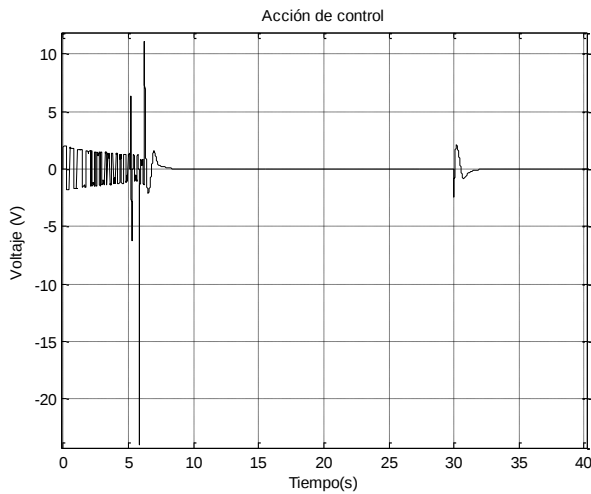


Figura 3.10. Acción de control - Energía + RVE.

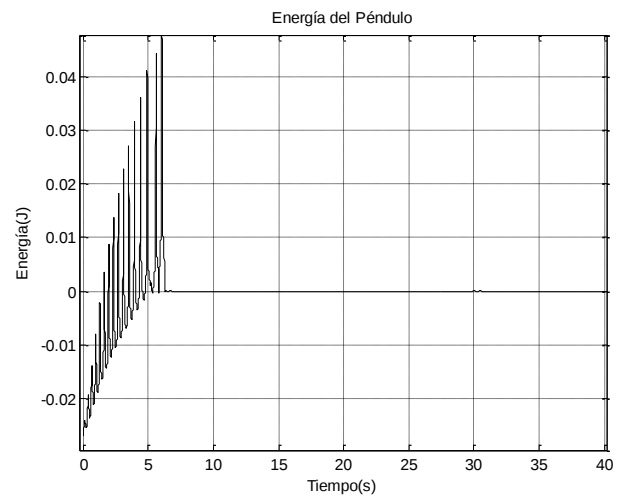


Figura 3.11. Energía del péndulo - Energía + RVE.

Comportamiento de la alternativa de control frente una variación del ángulo del péndulo.

Al ángulo del péndulo θ , en la posición invertida (0 rad), se le suma un valor de 0.0175 rad en forma de escalón por un tiempo muy pequeño a los 35 s.

La figura 3.12 muestra una ampliación la gráfica del ángulo del péndulo θ representado en la figura 3.8, en la misma se puede observar el efecto a los 30 s, de la interacción con el brazo, y a los 35 s el efecto correspondiente a la variación en forma de escalón descrita anteriormente. Como se puede apreciar el péndulo retorna a la posición de 0 rad . De igual manera la figura 3.13 muestra el comportamiento del ángulo del brazo ϕ ante esta variación, el cual se establece nuevamente en la referencia deseada.

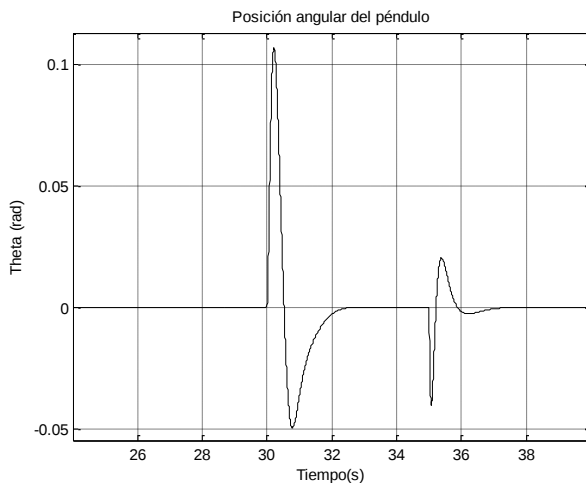


Figura 3.12. Salida del ángulo del péndulo θ - frente una variación en escalón - Energía + RVE.

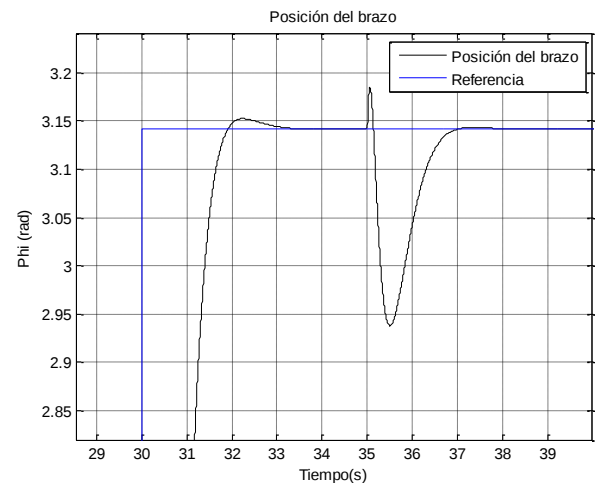


Figura 3.13. Salida del ángulo del brazo ϕ frente a una variación en escalón en θ - Energía + RVE.

3.2.2. Resultados de la alternativa de control Fuzzy + RVE

El diagrama en bloque para el control global del sistema se muestra en la figura 3.6, y su implementación en el anexo 4. La conmutación entre los controladores se muestra en la figura 3.7 y su implementación en el anexo 3b. En esta alternativa se combina el control Fuzzy para el balanceo, con la técnica de Realimentación de Variable de Estado para el control en la posición de equilibrio del PF.

Cuando se utiliza el control Fuzzy para el balanceo se obtienen los resultados mostrados en la figura 3.14, donde se muestra el comportamiento del ángulo del péndulo (θ) y puede observarse cómo el tiempo de establecimiento del mismo es

apenas 1 s, disminuyendo notablemente comparado con la técnica de control de la energía. La figura 3.15 de igual manera muestra el comportamiento del ángulo del brazo (ϕ), quien se establece en la referencia a los 2.5 s. La figura 3.16 muestra el comportamiento de Thetap ($\dot{\theta}$), el mismo a partir del establecimiento del péndulo en la posición invertida toma valor igual a cero como resultado esperado. La figura 3.17 muestra el voltaje suministrado al motor que mueve al brazo del péndulo.

En esta alternativa, para el control en el punto de equilibrio inestable del PF se utiliza la estrategia RVE, y los resultados de simulación obtenidos fueron los mismos que en la combinación anterior: control de la energía + RVE (figuras 3.8, 3.9, 3.10, 3.12 y 3.13).

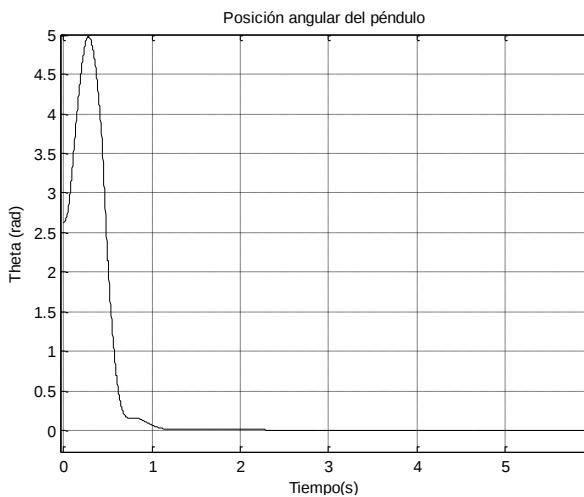


Figura 3.14. Salida del ángulo del péndulo θ - Fuzzy + RVE.

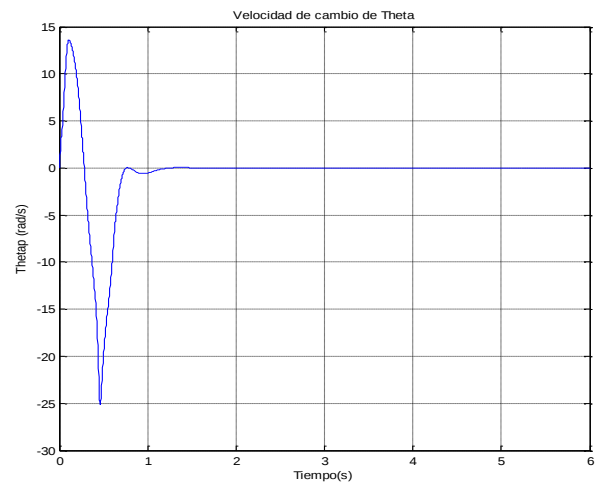


Figura 3.16. Salida de velocidad de cambio de θ - Fuzzy + RVE.

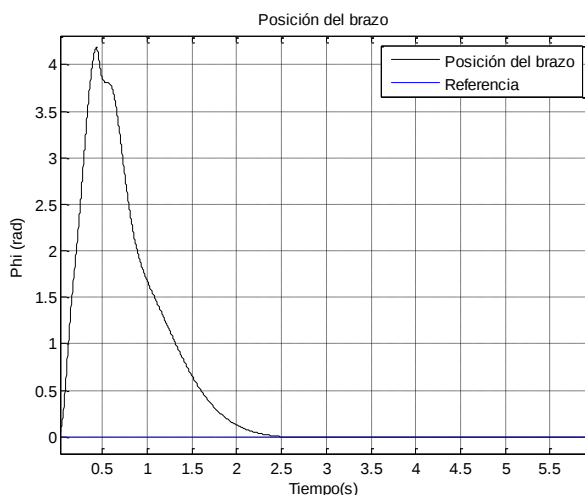


Figura 3.15. Salida del ángulo del brazo ϕ - Fuzzy + RVE.

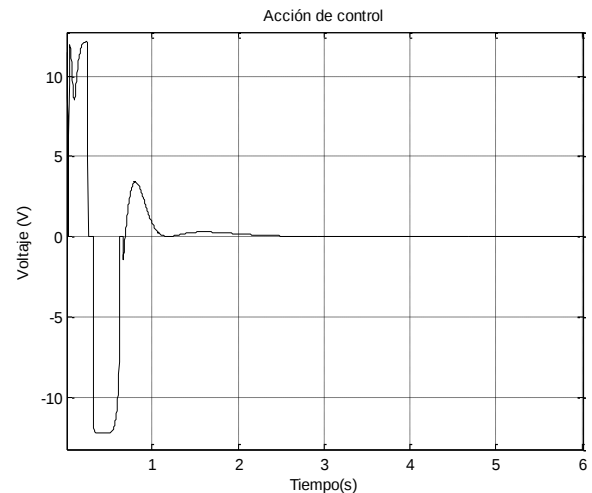


Figura 3.17. Acción de control (v) - Fuzzy + RVE.

3.2.3. Resultados de la alternativa de control Fuzzy + Control Predictivo Basado en Modelo

A continuación se presentan los resultados alcanzados al combinar el control Fuzzy para el balanceo con MPC para la posición de equilibrio del PF y esta combinación se muestra en el diagrama en bloque para el control global del sistema que se muestra en la figura 3.6 y su implementación en el anexo 5. La conmutación entre los controladores se muestra en la figura 3.7 y su implementación en el anexo 3b.

Los resultados de simulación obtenidos para el control Fuzzy en la zona de balanceo fueron los mismos que en la alternativa anterior: control Fuzzy + RVE (figuras 3.14 a la 3.17).

La figura 3.18 muestra el resultado del comportamiento del controlador predictivo en la zona de posición invertida del PF, donde se limita a mostrar el comportamiento de θ ante a un cambio de referencia en forma de escalón de ϕ , lo que evidencia la interacción presente entre ambas variables. Puede observarse que la variación del ángulo del péndulo θ es aproximadamente de $6 \times 10^{-3} \text{ rad}$, y para el caso de estabilización con RVE, la variación debido a la interacción presente es de 0.1 rad (ver figura 3.8 y 3.12), demostrando las potencialidades del MPC ante las interacciones.

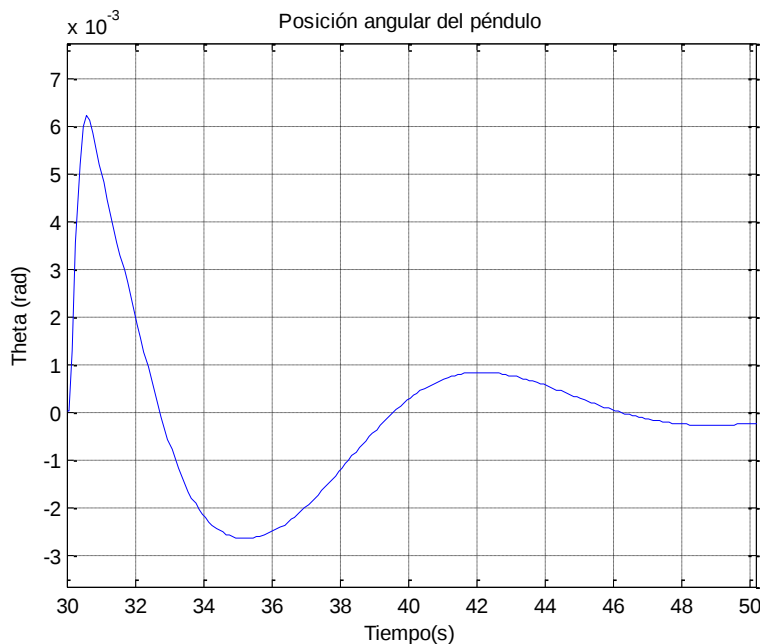


Figura 3.18. Salida del ángulo del péndulo θ - Fuzzy + MPC.

La figura 3.19 muestra el comportamiento del ángulo brazo ϕ ante un cambio de $\pi \text{ rad}$ en su referencia. El hecho que en esta alternativa el ángulo del brazo tarde más en alcanzar la referencia deseada radica en la prioridad del controlador MPC de que las variaciones de θ sean las menores posibles.

En la figura 3.20 se puede observar cuan pequeña es la acción de control para llevar al brazo a la referencia deseada, esto provoca que no sea un desplazamiento rápido, sobre todo si se compara con la técnica de RVE, pero garantiza que la variación de Theta (θ) debido a la interacción con Phi (ϕ) sea del orden de 10^{-3} rad (figura 3.18).

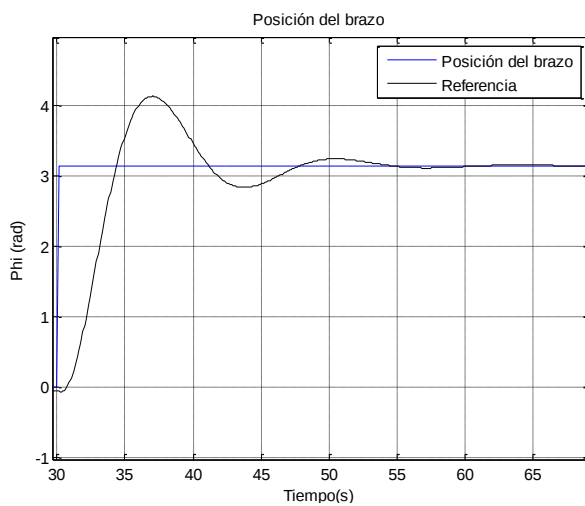


Figura 3.19. Salida del ángulo del brazo ϕ
- Fuzzy + MPC.

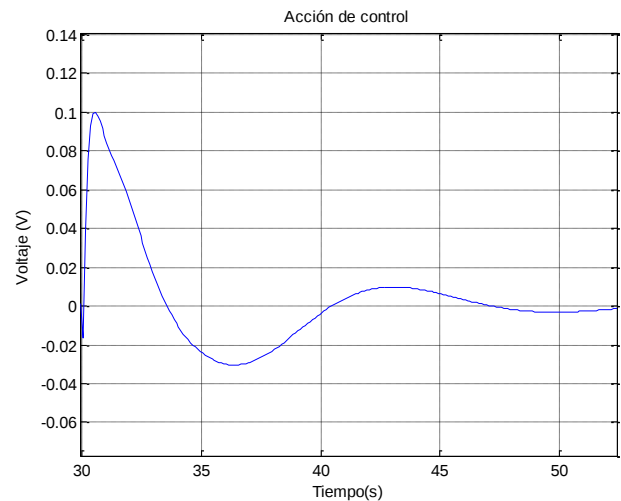


Figura 3.20. Acción de control - Fuzzy +
MPC.

Comportamiento de la alternativa de control frente una variación del ángulo del péndulo.

Al ángulo del péndulo θ , en la posición invertida (0 rad), se le suma un valor de 0.0175 rad en forma de escalón por un tiempo muy pequeño a los 60 s.

La figura 3.21 muestra una ampliación de la gráfica del ángulo del péndulo θ , a los 60 s se observa el efecto correspondiente a la variación en forma de escalón descrita anteriormente. Como se puede apreciar la variación de dicha variable es de menos de $4 \times 10^{-2} \text{ rad}$ y el péndulo retorna a la posición de 0 rad .

De igual manera la figura 3.22 muestra el comportamiento del ángulo del brazo ϕ ante esta variación, el cual se establece nuevamente en la referencia deseada. La figura 3.23 muestra el comportamiento de la acción de control (v) ante este cambio en θ .

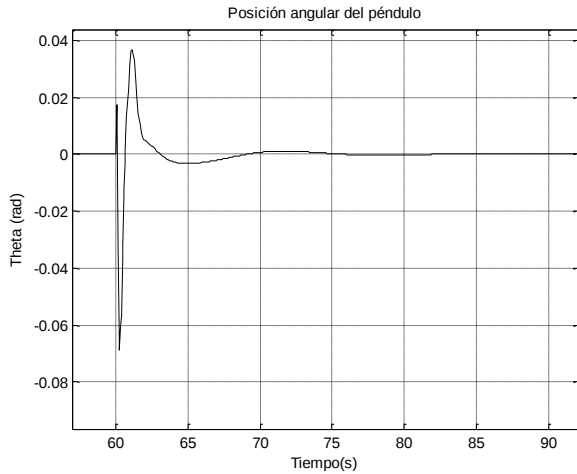


Figura 3.21. Salida de θ frente a una variación en escalón - Fuzzy + MPC.

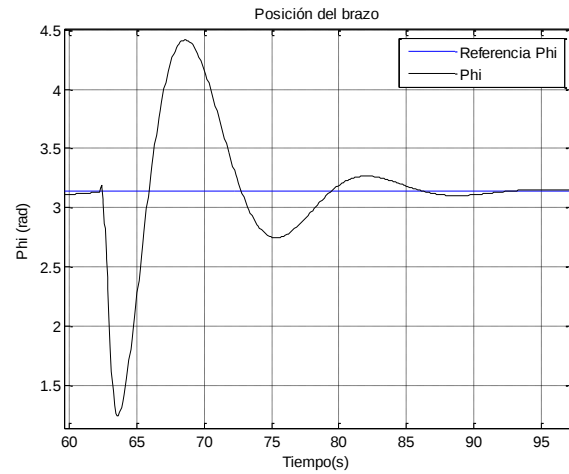


Figura 3.22. Salida de ϕ frente a una variación en escalón en θ - Fuzzy + MPC.

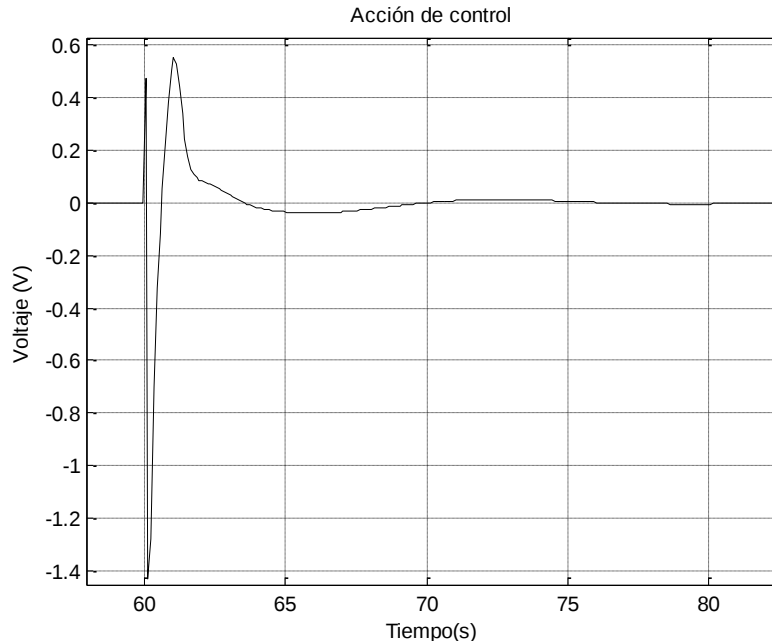


Figura 3.23. Acción de control (v) frente a una variación en escalón en θ - Fuzzy + MPC.

Como puede observarse en los resultados mostrados anteriormente en las figuras 3.18, 3.20, 3.21 y 3.23, el MPC cumple con las restricciones de voltaje (v) y variación en el ángulo del péndulo (θ) definidas en la tabla 3.1, corroborando una de las ventajas de esta estrategia de control avanzado.

3.3. Análisis de los resultados

A continuación se muestran los resultados obtenidos para cada alternativa de control propuestas en esta investigación para el control del PF.

La figura 3.24 muestra el comportamiento de θ , para las tres alternativas de control. Se observa como en el control del balanceo del péndulo la estrategia Fuzzy presenta un tiempo de establecimiento de 1 s, mucho menor que el control de la energía que logra estabilizarse a los 7 s.

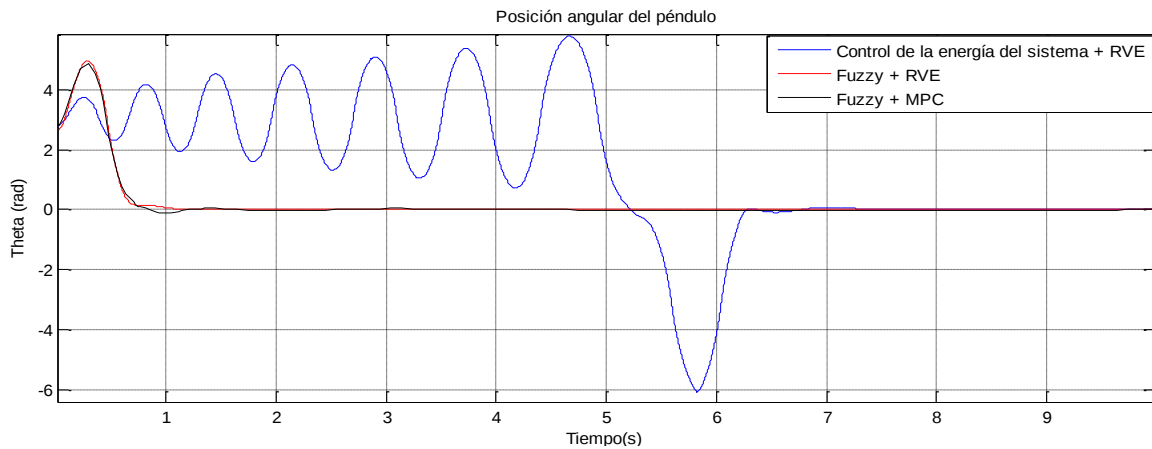


Figura 3.24. Salida de θ para las distintas alternativas de control.

Para el control del punto de equilibrio inestable, se comparan las estrategias RVE y MPC, para ello en la figura 3.25 se muestra el comportamiento de θ ante un cambio de referencia en el ángulo del brazo ϕ a los 30 s, evidenciando el efecto de la interacción presente. En esta simulación puede observarse que para la estrategia RVE la variación de θ es de 0.1 rad y para MPC es de $6 \times 10^{-3} \text{ rad}$, demostrando las potencialidades del MPC ante las interacciones, además se observa que ante variaciones en escalón aplicados a θ , el MPC posee un máximo sobrepaso menor que RVE.

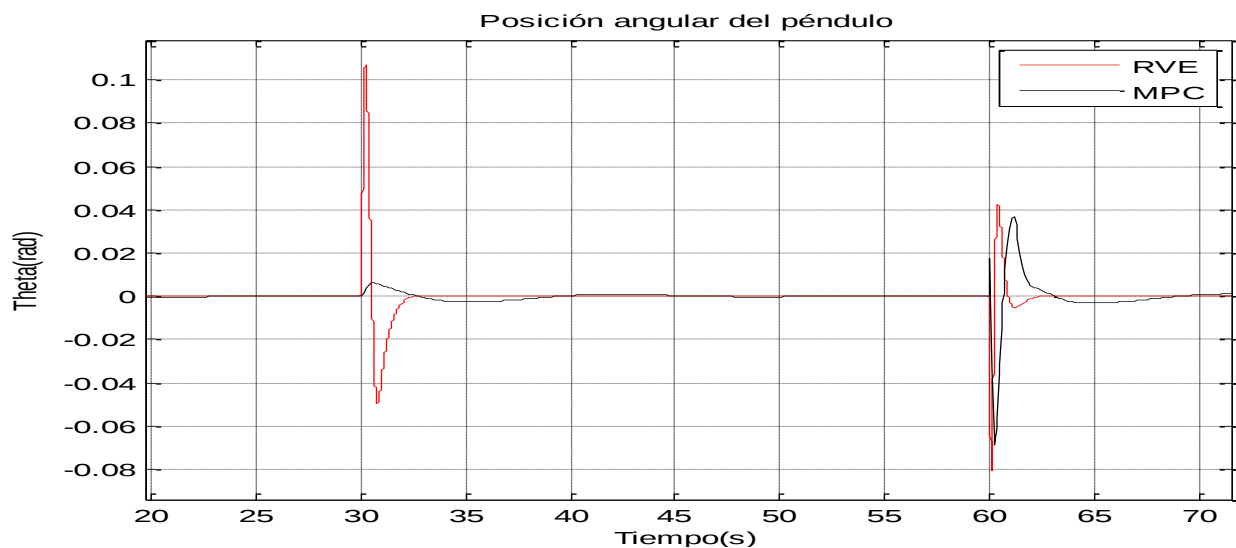


Figura 3.25. Salida de θ ante un cambio en la referencia de ϕ a los 30 segundos y frente a una variación en escalón en θ a los 60 s.

Las figuras 3.26 y 3.27 muestran las gráficas correspondientes al comportamiento del ángulo del péndulo (ϕ) y a la acción de control (v) respectivamente.

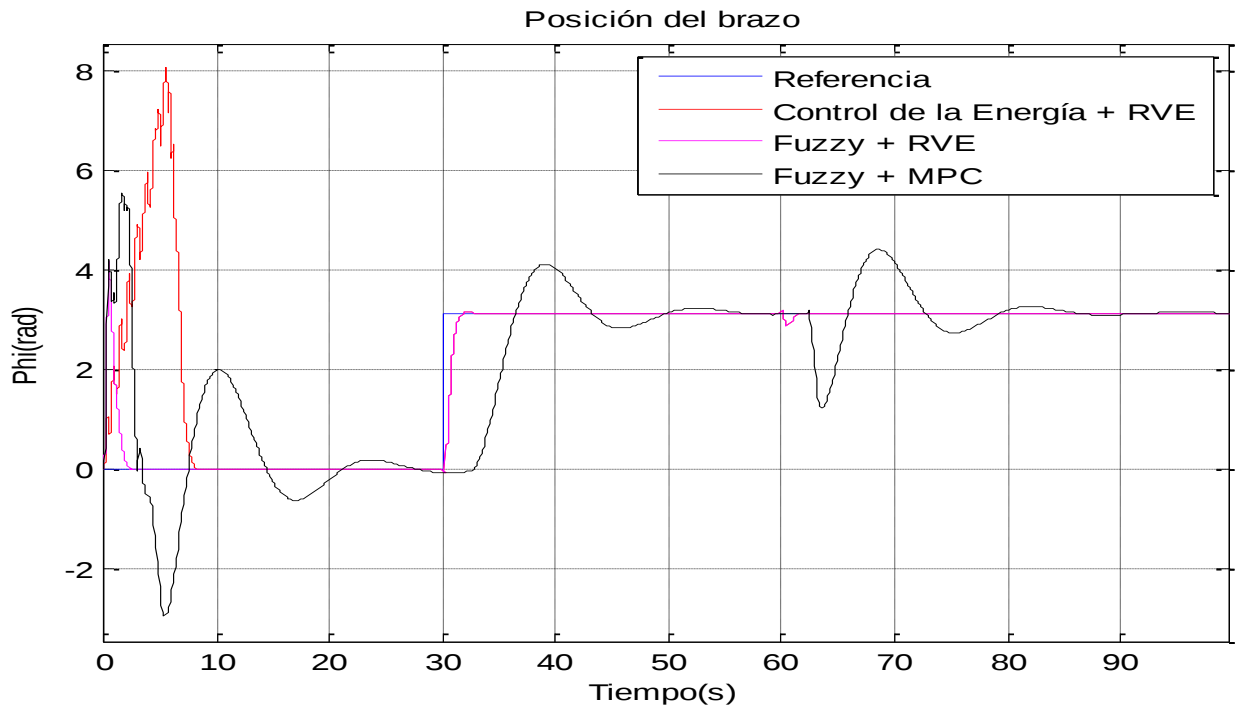


Figura 3.26. Salida de ϕ para las distintas alternativas de control.

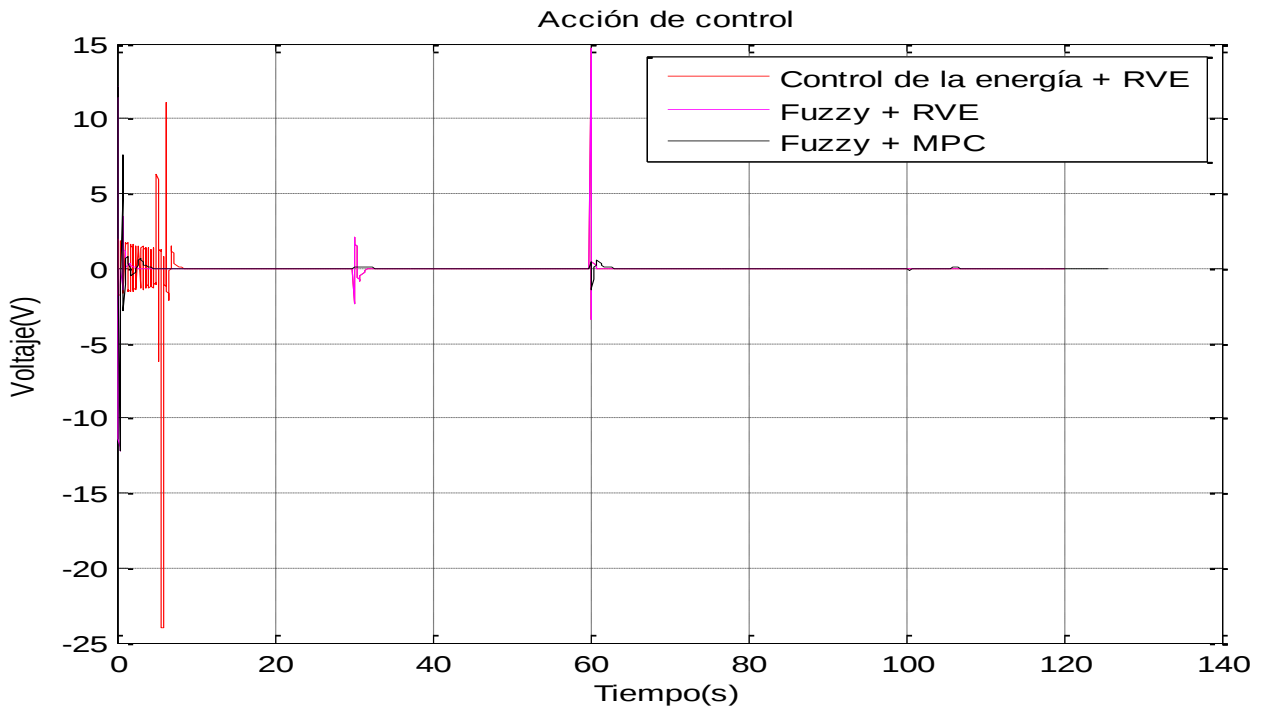


Figura 3.27. Acción de control (v) para las distintas alternativas de control.

3.4. Diseño del entorno virtual de la maqueta del Péndulo de Furuta

En este epígrafe se realiza una breve referencia al proceso de diseño, simulación y visualización del modelo virtual del Péndulo de Furuta que se desarrolla. Para el mejor aprovechamiento de la teoría relacionada con la simulación y control del Péndulo de Furuta, se diseñó un modelo en 3D del mismo. El soporte de diseño que se utiliza para realizar el modelo virtual es el *V-Realm Builder 2.0*. Este programa permite crear ficheros *.wrl, el mismo posee además un toolbox completo para este tipo de operaciones: el *Virtual Reality*.

El lenguaje usado para el diseño del modelo virtual, *VRML (Virtual Reality Modelling Language)*, o Lenguaje Modelado Realidad Virtual, es un formato de archivo que permite describir objetos y mundos virtuales en Internet, Intranet y sistemas locales. Este formato ha sido considerado como el estándar para gráficos 3D y multimedia.

VRML es un lenguaje muy poderoso para la creación de entornos en tres dimensiones, sin embargo, en aplicaciones complejas, tales como juegos, simulaciones de vuelo, etc., es posible que este estándar no sea suficiente, para esto se dispone de otros estándares como es el caso *X3D*. Sin embargo, para nuestra aplicación *VRML* es más que suficiente.

A continuación exponemos algunas de las características que posee el lenguaje *VRML*:

- Implícitamente establece un sistema de coordenadas para todos los objetos definidos e incluidos en el archivo.
- Define y forma un set de objetos en 3D y objetos multimedia.
- Puede realizar hipervínculos con otros archivos y aplicaciones.
- Puede definir conductas para los objetos.
- Maneja una estructura jerárquica para los objetos.

El *V-Realm Builder* como plataforma de diseño resulta ser una poderosa herramienta para la creación de entornos en 3D (ver la figura 3.28), con la ventaja de que se pueden diseñar objetos virtuales en forma gráfica, lo cual acelera el trabajo de diseño (MATLAB, 2008).

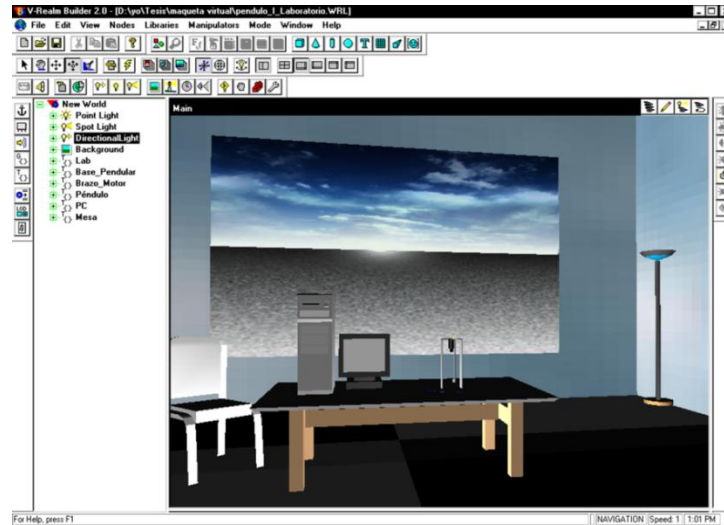


Figura 3.28. Entorno de desarrollo del V-Realm Builder 2.0.

Para enlazar los modelos en Simulink a los entornos desarrollados en V-Realm Builder, se dispone de la herramienta *Virtual Reality Toolbox*, este nos permite localizar los mundos recreados en la plataforma de diseño y marcar el nodo sobre el que se actuará durante la visualización. Esta aplicación permite además poder definir algunos parámetros de simulación, ángulos de vista, capturas de videos y fotogramas, etc. El esquema de enlace de las tres herramientas utilizadas para la visualización del péndulo de Furuta se muestra en la figura 3.29.

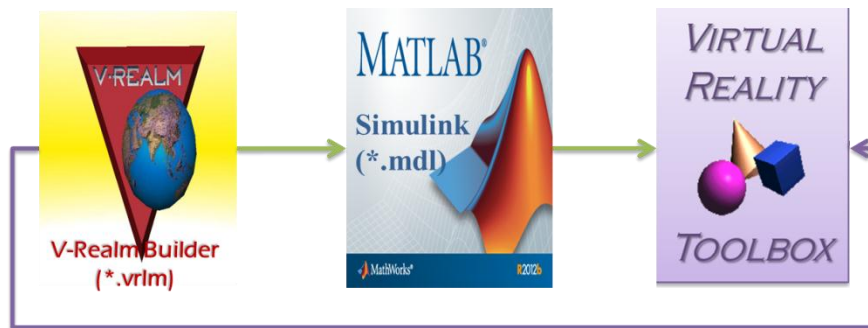


Figura 3.29. Esquema de enlace de las tres herramientas utilizadas para la visualización del Péndulo de Furuta.

Para visualizar un determinado modelo de Simulink en la interface de realidad virtual utilizamos el bloque *VR Sink*, que se observa en la figura 3.30. Este bloque es el que posibilita cargar el archivo **.wrl*, creado en el *V-RealmBuilder*, y mediante el cual se establecen los parámetros a los cuales se le darán los valores para la simulación de movimiento.

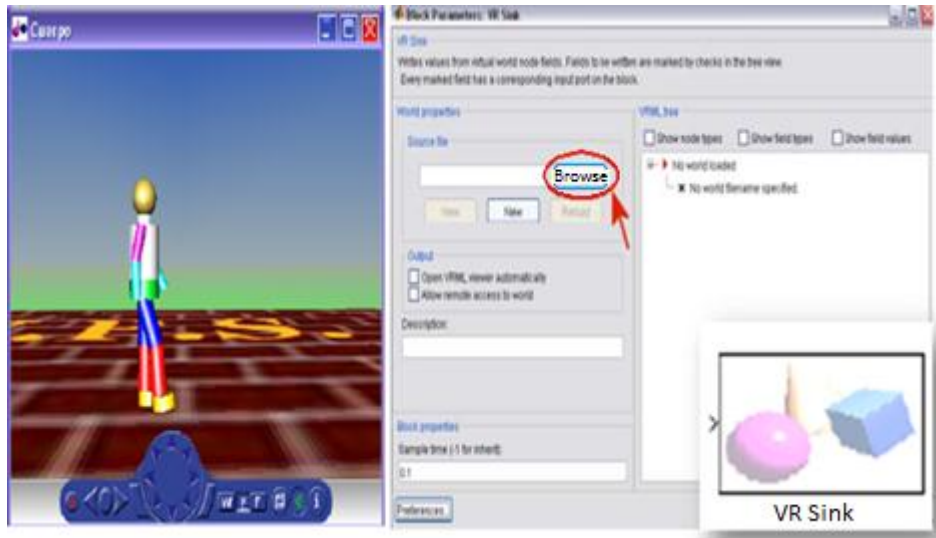


Figura 3.30. Visor del *Virtual Reality*, bloque de parámetros y algunos bloques del toolbox.

Para el diseño del modelo 3D del PF se siguieron los siguientes pasos:

1. Se crea un nuevo entorno de desarrollo o mundo en el espacio de trabajo del *V-RealmBuilder*.
2. Se le añade un nodo de *Background*, usado para una mejor ubicación en el mundo creado.
3. A continuación se crea un cilindro al cual se le dieron los valores de longitud y diámetro correspondientes al del brazo en el PF.
4. Una vez creado este cilindro, que para el caso específico del trabajo es el péndulo, se le asigna la etiqueta péndulo (ver figura 3.31).
5. Se salva el diseño en un fichero *wrl*, y se trabaja en el *Simulink*, donde se crea el modelo del sistema de simulación y control del proceso.
6. Finalmente con el objetivo de visualizar la simulación del péndulo se introduce el bloque *VR sink* al modelo *Simulink*, se carga el fichero **.wrl* creado y se habilita el nodo que corresponde a la rotación del péndulo, para que este realice la acción de oscilar. A este bloque *VR sink*, se le debe conectar la señal de salida que representa la posición angular del péndulo, para finalmente poder realizar la visualización del mismo (figura 3.32).

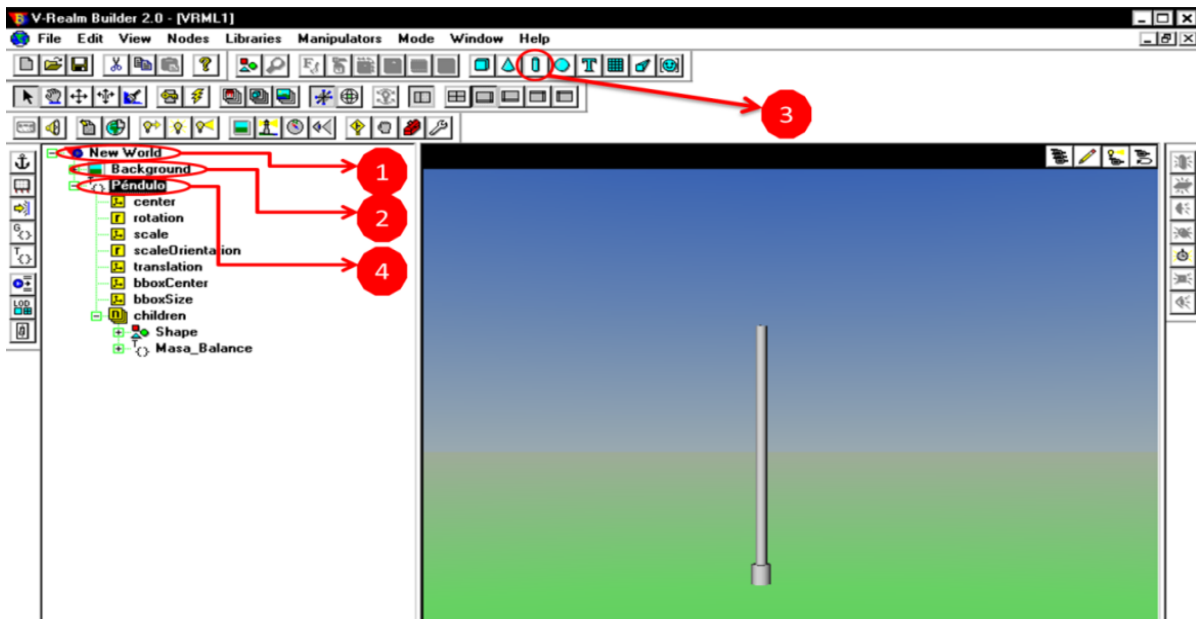


Figura 3.31. Diseño del Péndulo de Furuta en el V-Realm Builder.

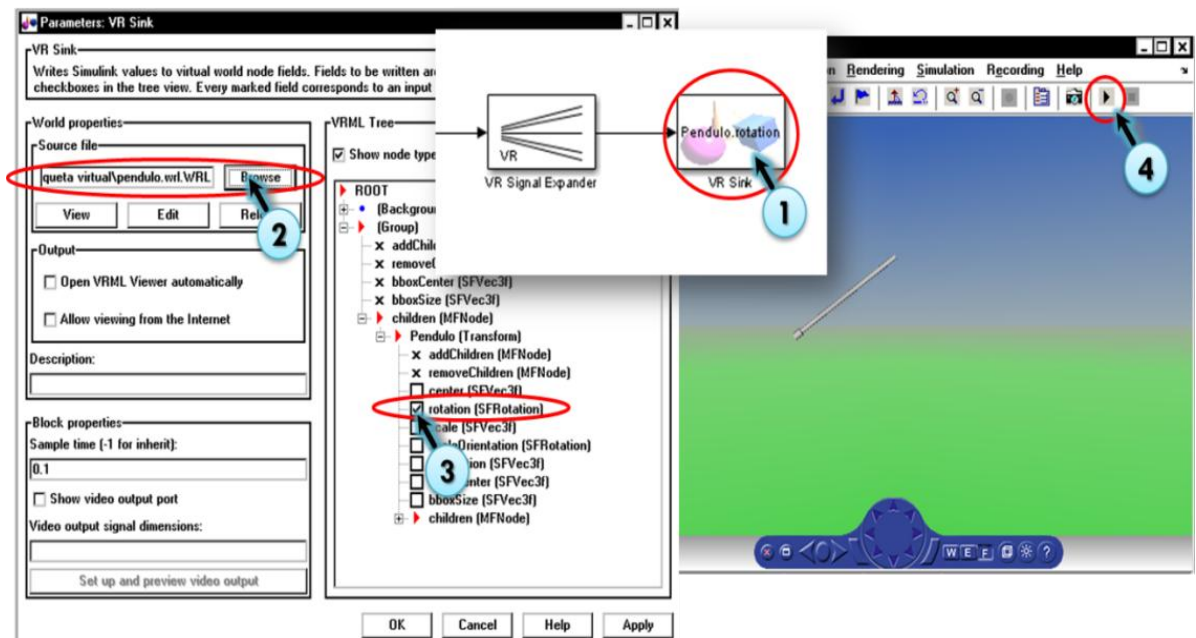


Figura 3.32. Ejemplo de visualización con el Virtual Reality Toolbox.

El modelo virtual que se crea, posee otros nodos geométricos que se usaron para representar el brazo, el motor, la base en la que se montó el sistema, y otros componentes que se añadieron con la finalidad de dar mayor realidad al entorno desarrollado, el mismo se muestra en la figura 3.33.

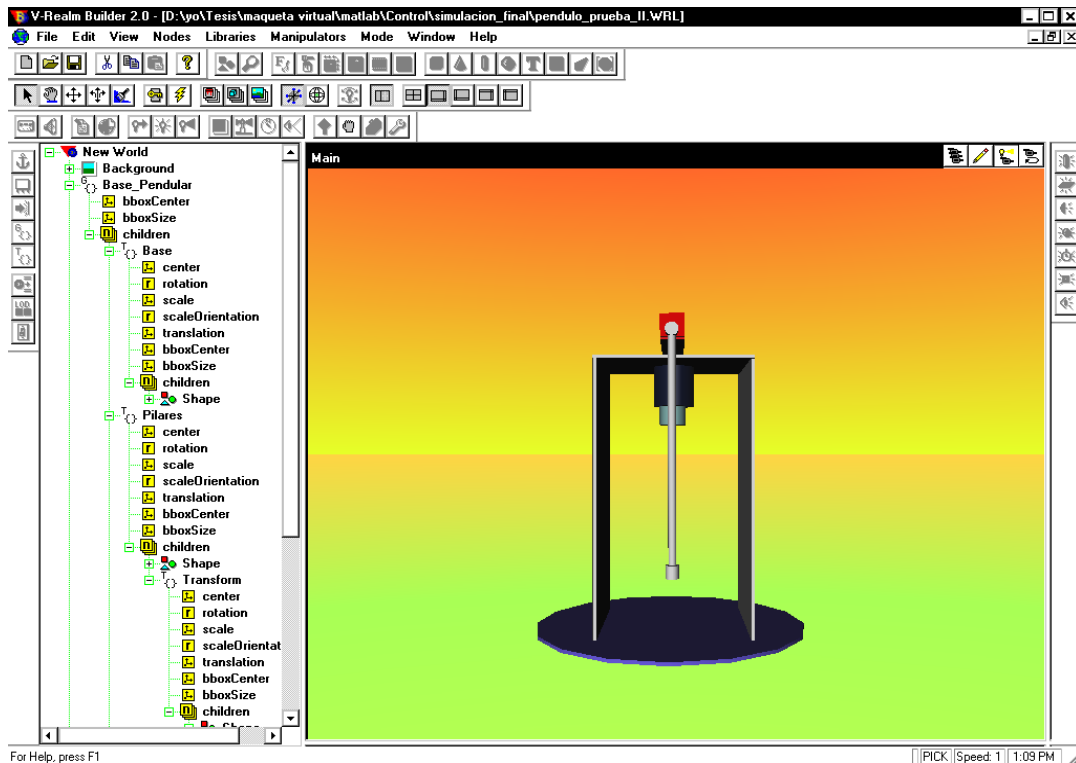


Figura 3.33. Diseño final del modelo virtual del Péndulo de Furuta.

Conclusiones parciales III

1. En este capítulo se presentó el diseño y la simulación de tres alternativas de control utilizadas para el control global de un péndulo de Furuta: control de la energía + RVE, control Fuzzy + RVE y control Fuzzy + MPC, evidenciándose las prestaciones de cada una de ellas.
2. Se realizó una comparación de estas estrategias demostrándose que cuando se utiliza control borroso para el balanceo, el péndulo se aproxima a las cercanías de la posición invertida con mayor rapidez y cuando es usado MPC para el control en el punto de equilibrio inestable el efecto de las interacciones que existen entre Theta (θ) y Phi (ϕ) disminuye notablemente. También se evidenció como el controlador predictivo cumple con las restricciones impuestas a las variables de entradas y de salidas y es efectivo ante el rechazo a una variación en escalón en θ .
3. Finalmente se presentó el diseño de un modelo virtual 3D el cual facilita la comprensión de los resultados obtenidos.

CONCLUSIONES GENERALES

Las conclusiones de esta investigación se muestran a continuación:

1. Se realizó una caracterización teórica e histórica de las estrategias de control: RVE, control de la energía, Fuzzy y MPC, que permitió valorar las prestaciones de cada una y su evolución actual, para luego aplicarlas al péndulo de Furuta.
2. Se llevó a cabo un estudio de la técnica de Realidad Virtual y el estado actual de la misma, evidenciándose sus disímiles aplicaciones en diferentes sectores de la sociedad.
3. Se realizó una investigación de los sistemas pendulares, en específico del péndulo rotatorio invertido o de Furuta, por lo que se demostró su importancia como sistema subactuado.
4. Se realizó el diseño y la simulación de las alternativas de control para el control global del péndulo de Furuta: control de la energía + RVE, control Fuzzy + RVE y control Fuzzy + MPC, demostrándose que cuando se aplican estrategias avanzadas (Fuzzy + MPC) se logra llevar al péndulo desde su posición colgante natural a la posición invertida en apenas 1 s, además el efecto ante las interacciones existentes en el proceso se reduce notablemente. Se mostró además una de las ventajas del control predictivo, como lo es el cumplimiento de las restricciones.
5. Se presentó el diseño de un entorno virtual para la representación del péndulo de Furuta, en el cual se evidencia el comportamiento de cada una de las estrategias de control tratadas en esta investigación.

RECOMENDACIONES

Para darle una continuidad a esta investigación se muestran las siguientes recomendaciones:

1. Diseñar un controlador no lineal para el control global del péndulo de Furuta.
2. Realizar un estudio de la fricción presente en el sistema.
3. Construir el péndulo de Furuta.

Bibliografía

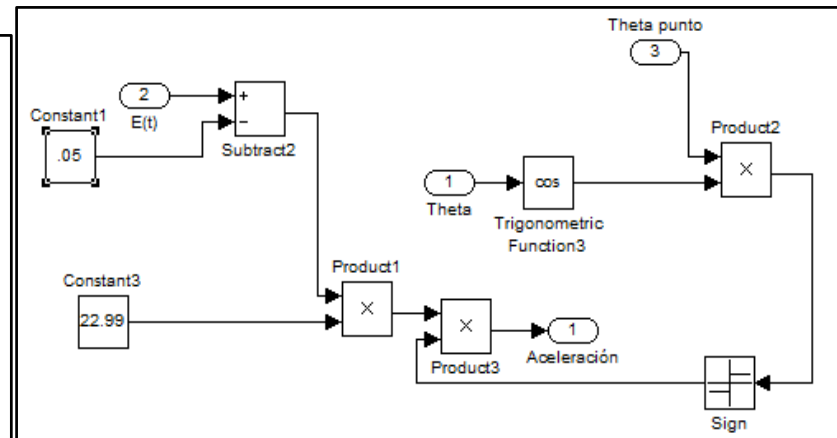
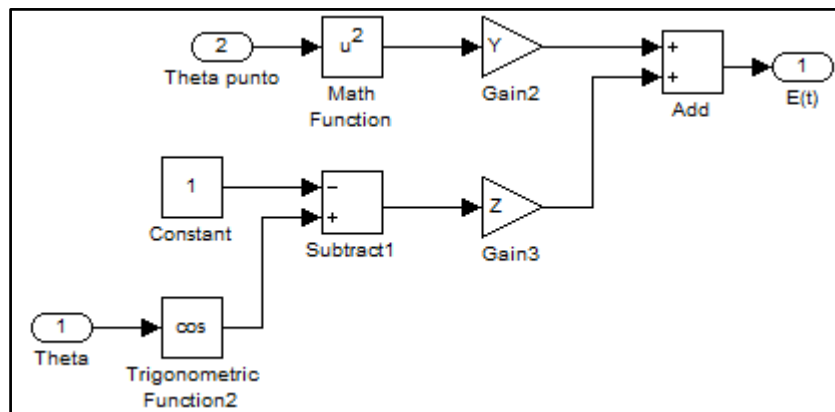
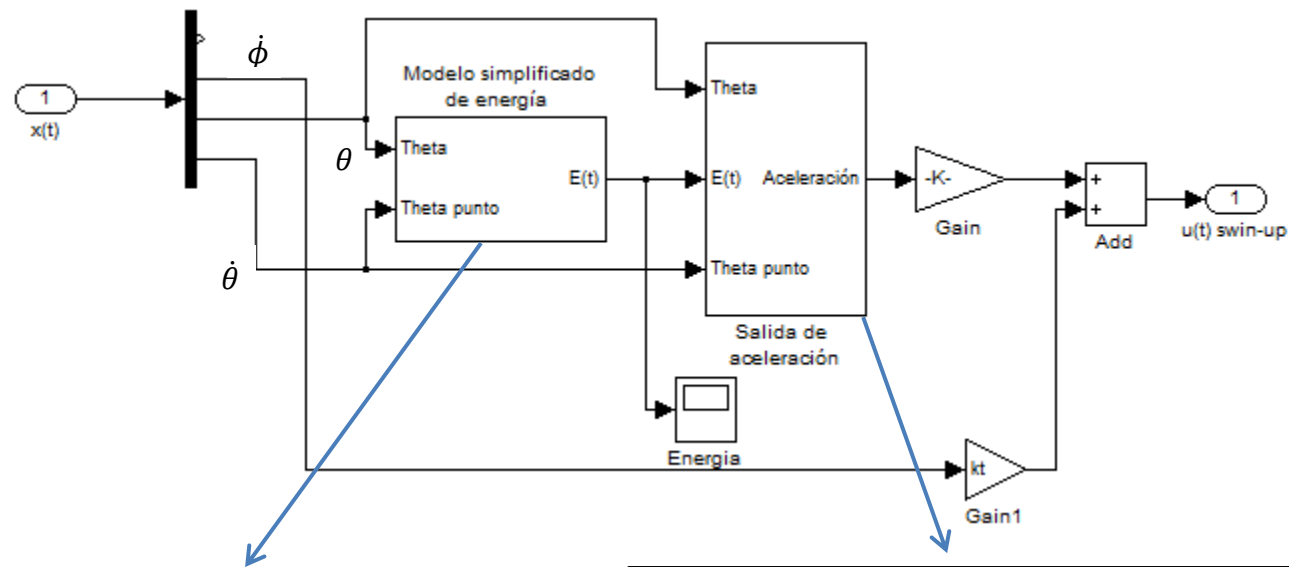
1. Levis, D. (2010). *¿Qué es la Realidad Virtual?* Recuperado el 15 de Enero de 2013, de <http://www.realidadvirtual.com>
2. Aguilar-Ibañez, C., & et al. (Agosto de 2008). Controlled Lagrangian approach to the stabilization of the inverted pendulum system. *Revista Mexicana de Física*, 54(4), 329-335.
3. Åström, K. J., & Furuta, K. (1996). Swinging up a pendulum by energy control. *13th Congreso Mundial de la IFAC*. San Francisco, California.
4. Bonder, D. A., & et al. (2009). *Virtual Prototyping of Electronics Assembly Systems*. Atlanta.
5. Bordons, C. (2000). Control Predictivo: Metodología, tecnología y nuevas perspectivas. *I Curso de Especialización en Automática*, 12-14.
6. Caballín, R., & Villafruela, L. (2013). *Modelo virtual del péndulo de Furuta, simulación y control*. Control Automático. Santiago de Cuba, Cuba: Universidad de Oriente.
7. Camacho, E. F., & Bordons, C. (2004). Control Predictivo: presente, pasado y futuro. En U. d. Sevilla (Ed.). Sevilla.
8. Camacho, E., & Bordons, C. (2004). Control Predictivo: pasado, presente y futuro. Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla. España. *CEA-IFAC*.
9. Camponogara, E., & de Lima, M. L. (2012). Distributed Optimization for MPC of Linear Networks with Uncertain Dynamics Automatic Control. En IEEE (Ed.), 57, págs. 804-809.
10. Chen, H., & Allgöwer, F. (1996). Proceedings of 16th Chinese Control Conference.
11. Clarke, D. (1994). *Advances on Model-Based Predictive Control*. Inglaterra: Oxford University Press.
12. De la Torre Rodríguez, D. S. (2004). *Control del Péndulo de Furuta*. Ensenada, Baja California; USA.: Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada.
13. de Oliveira, S., & Morari, M. (1996). Proceedings of the NATO Advanced Study Institute. *Contractive model predictive control with local linearization for nonlinear systems. Nonlinear Model Based Predictive Control*.
14. de Oliveira, S., & Morari, M. (2000). Contractive model predictive control for constrained nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*. No. 6, Vol. 45, p. 1053-1071.
15. E. Slotine, J.-J., & Li, W. (1991). *Applied nonlinear control*. New Jersey: Prentice-Hall.
16. Espitia, H. E., & Soriano, J. J. (2012). Design and simulation of a fuzzy temperature controller using the congresor based on boolean relationship. *Tecnura*, 16(32). doi:0123-921X
17. Fernández, I. R. (2011). Control predictivo por desacoplo con compensación de perturbaciones para el benchmark de control 2009-2010. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*. No. 2, Vol. 8, p.112-121.
18. Furuta, K., & et al. (1992). Swing - up control of inverted pendulum using pseudo-state feedback. 263-269.
19. Ibargüen, F. J., & et al. (2009). Dinámica hamiltoniana y control por modos deslizantes del Péndulo de Furuta. *Ingeniería y desarrollo*, 65-82.
20. Ibargüen, F., & et al. (2006). Control de un péndulo invertido por realimentación de espacios de estados generado a través de algoritmos genéticos. *Scientia et Technica Año XII*(32).
21. Ismet Can, M. (2008). *Virtual prototyping for robot controllers*. The 13th International Conference on Machine Design and Production, Istanbul, Turkey.
22. Iwashiro, M., Furuta, K., & Åström, K. J. (1996). Energy based control pendulum. 715-720.
23. Jesús R., J., Figueroa, M., & Pérez C., J. H. (2012). Control para estabilizar y atenuar las perturbaciones en un péndulo invertido rotatorio. *Revista Mexicana de Física*, 107-112.
24. Jiménez E., I. S. (2012). *Control de temperatura de un horno eléctrico mediante lógica difusa*. Tesis de maestría, Univesidad Tecnológica de la Mixteca.
25. Lorandi Medina, P. A., & et al. (2011). Controladores PID y Controladores Difusos. *Revista de la Ingeniería Industrial*, 5(1). doi:1940-2163
26. MacArthur, J., & Zhan, C. (2007). A practical global multi-stage method for fully automated closed-loop identification of industrial processes. *Journal of Process Control*. No. 17, p. 770-786. Elsevier. [en línea]. <<http://www.elsevier.com/locate/jprocont>>.

27. Magni, L., & Scattolini, R. (2007). Tracking of non-square nonlinear continuous time systems with piecewise constant model predictive control. *Journal of Process Control*. No. 17, p. 770-786. Elsevier. [en línea]. <<http://www.elsevier.com/locate/jprocont>>.
28. Mancillas, J. A., & et al. (2009). Diseño de una Plataforma Gráfica de Simulación Basada en un Péndulo en configuración de Furuta. *8º Congreso Nacional de Mecatrónica*. Veracruz, México.
29. Maravall, D., & et al. (2005). Hybrid fuzzy control of the inverted pendulum via vertical forces. *INTERNATIONAL JOURNAL OF INTELLIGENT SYSTEMS*, 20, 195-211.
30. MATLAB, R. (2008). MATLAB Help. United State of America.
31. Mayne, D. (1995). 4th IFAC Symposium on Dynamics and Control Chemical Reactors, Distillations Columns, and Batch Processes. Danish Automation Society. p. 229-242. *Optimization in model based control*.
32. Meadows, E. y. (1995). Receding horizon control and discontinuous state feedback stabilization. *International Journal Control*. No. 62, p. 1217-1229.
33. Michalska, H., & Mayne, D. (1993). Robust receding horizon control of constrained nonlinear systems. *IEEE Transaction on Automatic Control*. No. 38, p. 1623- 1633.
34. Montoya G., O. D., & Escobar D., L. F. (2012). *Control Híbrido del Péndulo de Furuta*. Pereira, Colombia: Universidad Tecnológica de Pereira.
35. Morari, M. (1994). *Advances in Model-Based Predictive Control*. Inglaterra: Oxford University Press.
36. Mori, S., & Furuta, K. (1976). Control of Unstable Mechanical Systems: Control of Pendulum. *International Journal of Control*, 23(5), 673-692.
37. Nandola, N., & Bhartiya, S. (2007). A multiple model approach for predictive control of nonlinear hybrid systems. *Journal of Process Control*. Elsevier. [en línea]. <<http://www.elsevier.com/locate/jprocont>>.
38. Novo Fernández, R. (2009). *Estrategia de control borroso adaptable para el proceso de vaciado continuo de ACINOX Las Tunas*. Tesis en opción al título de Ingeniero en Automática, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba.
39. Ogata, K. (2002). *Modern Control Engineering* (4th ed.). México, New Jersy: Prentice - Hall.
40. Olfati-Saber, R. (1999). Fixed point controllers and stabilization of the cart - pole system and the rotating pendulum. 1174-1181.
41. Ortega, G., & Camacho, E. (1996). Mobile Robot Navigation in Partially Structured Environment using Neural Predictive Control. *Control Engineering Practice*. No. 4, p. 1669-1679.
42. Osorio, C. A. (2009). *Diseño, construcción y control de un péndulo invertido rotacional usando técnicas lineales y no lineales*. Bogotá, D. C.: Universidad Nacional de Colombia.
43. Oswaldo R., O., & Caipa R., J. (2010). Modelado, diseño e implementación del control de swing up y balanceo al pendulo de furuta rotacional. *Revista Colombiana de Tecnologías de Avanzada*, 1(15).
44. Pérez, E., & et al. (2011). Solución Explícita al Control Predictivo de Sistemas Lineales Sujetos a Restricciones No Convexas. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*. No. 8, p. 167-181.
45. Piñón, S. (2001). Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ingeniería. *Control Predictivo Basado en Modelo para Cultivos Protegidos*. Universidad Nacional de San Juan, San Juan. Argentina.
46. Prakash, J., & Senthil, R. (2007). Design of observer based nonlinear model predictive controller for a continuous stirred tank reactor. *Journal of Process Control*. Elsevier. [en línea]. <<http://www.elsevier.com/locate/jprocont>>.
47. Qinghua, C., & et al. (24 de Febrero de 2013). A model predictive control approach with relevant identification in dynamic PLS framework. *Control Engineering Practice*, 181-193.
48. Quin, S. J., & Badgwell, T. A. (1997). An overview of industrial model predictive control technology. *Chemical Process Control*, 93, 232-257.
49. Ramírez, L., & Zuluaga, C. (2011). Integración del hardware de un péndulo invertido.
50. Reznik, L. (1997). *Fuzzy Controllers*. Melbourne: Newnes.

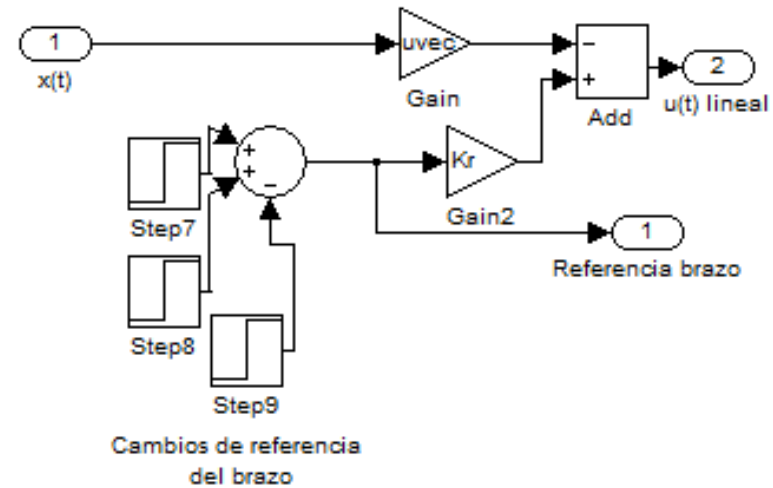
51. Sánchez, H., & et al. (2010). Construcción y control de un péndulo invertido utilizando la plataforma Lego MINDSTORMS NXT. *4to Congreso Iberoamericano de estudiantes de Ingeniería Eléctrica*.
52. Seman, P., & et al. (2013). Swinging up the Furuta pendulum and its stabilization via model predictive control. *Journal of ELECTRICAL ENGINEERING*, 64(3), 152-158.
53. Shigueo, E., & Wu, H. K. (2002). Congreso Iberoamericano de Investigación en Celulosa y Papel. *Control Adaptivo por Matriz Dinámica aplicado a una caja de alimentación de una máquina de papel*. Brasil.
54. Spong, M. W. (1994). The Control of the underactuated mechanical systems. *Conferencia Internacional de Mecatrónica*.
55. Tarabanov, E. (2006). *The virtual prototyping of robots dynamics*. Course of Mechatronics - Foundations and Applications.
56. Tejada, G. (2002). *Tutorial de lógica fuzzy*. Universidad Nacional de San Marcos, Lima.
57. Tibaduiza, D. A., & et al. (2011). Implementation of a fuzzy control for the direct kinematic control of a robot manipulator. *Revista Chilena de Ingeniería*, 19(3), 312-322. doi:10.4067/S0718-33052011000300002
58. Tizzei, A., & et al. (2011). Sistema para estudos de estratégias de controle aplicadas em câmaras frias. *Revista de Ingeniería Agrícola y Medioambiental*, 31(5). doi:10.1590/S0100-69162011000500004
59. Valenzuela, J. G., Montoya, O. D., & Giraldo, D. (19 de Diciembre de 2012). Control global del Péndulo Rotacional Invertido empleando modelos de energía. *Scientia et Technica*.
60. Valera, A., Vallés, A., & Cardo, M. (2004). Desarrollo y control de un péndulo de Furuta. (U. P. Valencia, Ed.)
61. Verne, S. A., & Valla, M. I. (2011). Control Predictivo de Estados Finitos para un Convertidor Bidireccional con Diodos de Enclavamiento. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*. No. 8, p. 297–308.
62. Vivas, A. O. (2006). Control Predictivo de un robot tipo SCARA. *Revista Chilena de Ingeniería*. No. 2, Vol. 14, p. 135-145.
63. Waller, J., & Böling, J. (2005). Multi-variable nonlinear MPC of an ill-conditioned distillation column. *Journal of Process Control*. No. 15, p. 23-29. Elsevier. [en línea]. <<http://www.elsevier.com/locate/jprocont>> .
64. Yamakita, M., & et al. (1995). Robust swing - up control of double pendulum. 290-295.
65. Yang, T., & Polak, E. (1993). Moving horizon control of nonlinear systems with input saturation, disturbances and plant uncertainty. *International Journal Control*. No. 58, p. 875-903.
66. Zheng, Z. (1995). Tesis en opción al grado científico de Doctor. *Robust control of systems subject to constraints*. California Institute of Technology, Estados Unidos.

ANEXOS

Anexo 1: Diagramas en simulink / Matlab del control basado en la energía del sistema.

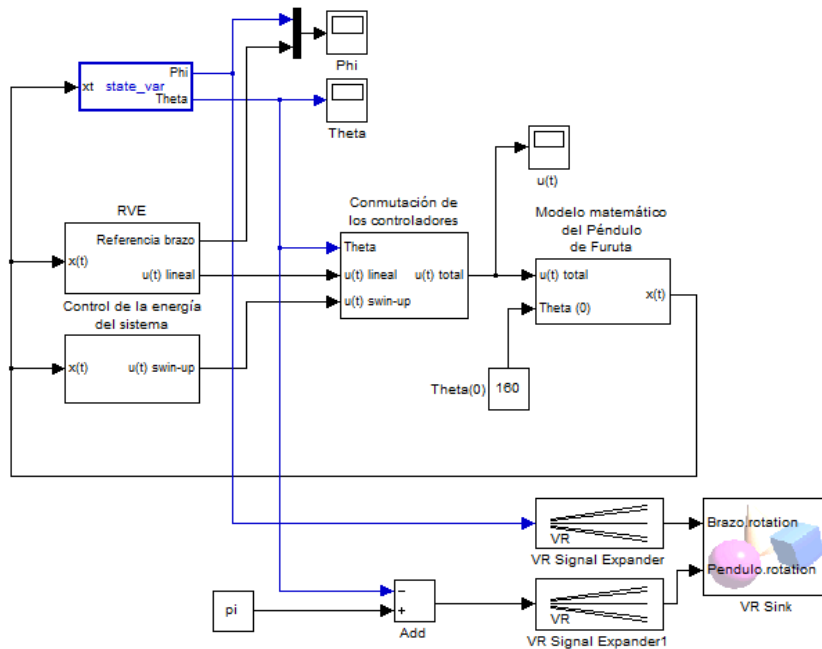


Anexo 2: Diagramas en simulink / Matlab del control por Realimentación de Variables de Estado con sistema de seguimiento.

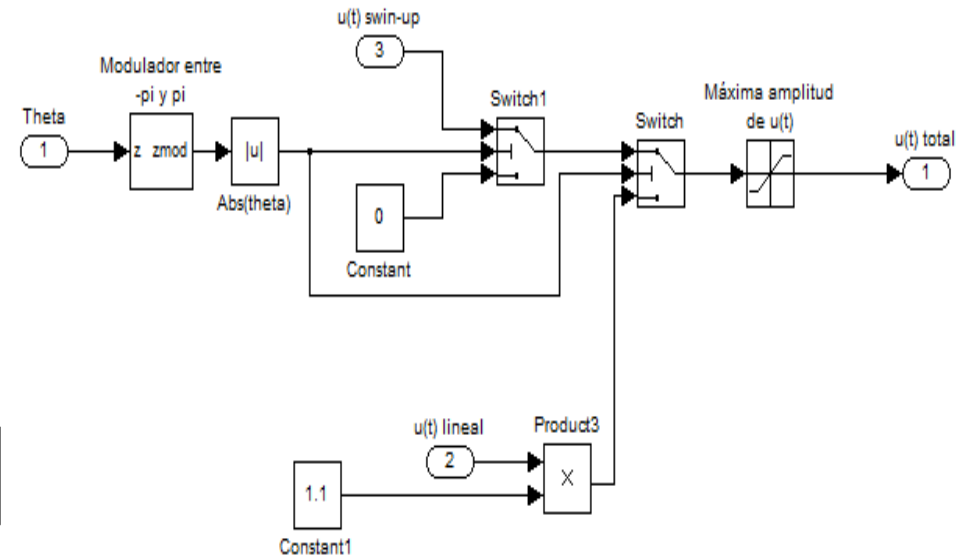


$x(t)$ corresponden a los estados del modelo $(\phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta})$

Anexo 3: Diagramas en simulink / Matlab del control global del PF (alternativa: Control de la energía del sistema + RVE) y del conmutador.

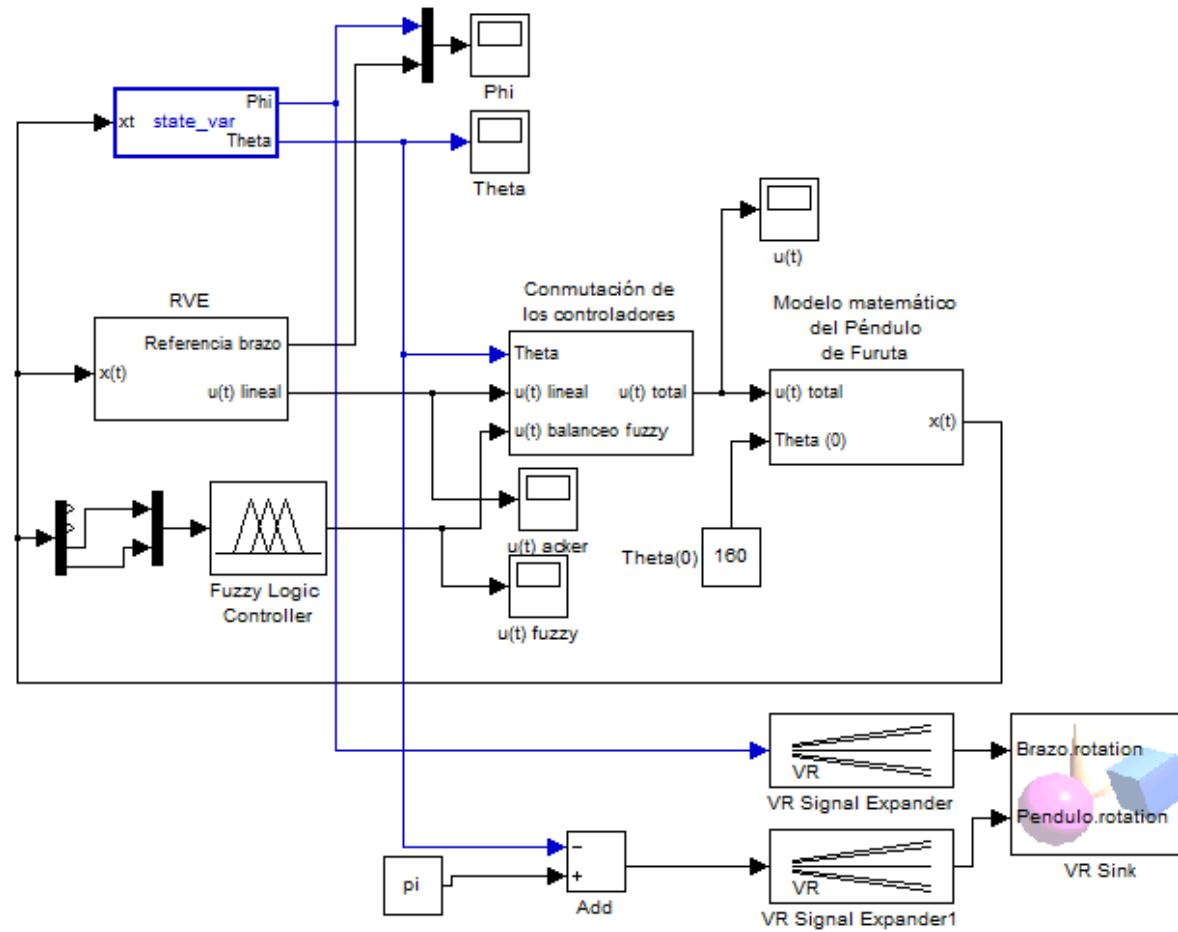


a)



b)

Anexo 4: Diagramas en simulink / Matlab del control global del PF (alternativa: Fuzzy + RVE).



Anexo 5: Diagramas en simulink / Matlab del control global del PF (alternativa: Fuzzy + MPC).