



Facultad de Ingeniería Eléctrica
Departamento de Control Automático

Alternativa de Controladores Predictivos Robustos

Tesis en opción al título académico de Máster en Automática

Autora: Ing. Elaine Guerrero Peña.

Tutora: Dra.C. Ania Lussón Cervantes

Curso: 2013-2014

“Año 56 de la Revolución”

Agradecimientos

Debo agradecer de manera especial y sincera a mi tutora y amiga Ania Lussón Cervantes por aceptarme para realizar esta tesis de maestría bajo su dirección. Su apoyo y confianza en mi trabajo y su capacidad para guiar mis ideas han sido un aporte invaluable, no solamente en el desarrollo de esta tesis, sino también en mi formación como investigador. Le agradezco también el haberme facilitado siempre los medios suficientes para llevar a cabo todas las actividades propuestas durante el desarrollo de esta tesis.

A mis amigos, en especial a Irina, que compartió conocimientos y experiencias de tipo profesional y personal que fueron de gran valor, quien además de brindarme sus conocimientos y experiencias profesionales desde el primer momento, ha sido una amiga con la que siempre se puede contar.

Para todos los profesores del Departamento de Ingeniería Automática, vayan también mis más sinceros agradecimientos, por sus clases magistrales y sus grandes aportes en experiencias y conocimiento.

Y, por supuesto, el agradecimiento más profundo y sentido va para mi familia. Sin su apoyo, colaboración e inspiración habría sido imposible llevar a cabo esta dura empresa.

A mis padres, Fidel y Elina, por su paciencia y perseverancia; a mi hermano Fillo por su tenacidad, superación, inteligencia.

A mi familia de calle 11, por su apoyo y ayuda.

A mi esposo, no por último menos importante, que es el responsable de que haya podido dedicar todas mis energías a este trabajo y al que debo mucho más que esta tesis.

Resumen

El control predictivo es quizás la técnica de control avanzado que mayor aceptación ha tenido en el mundo industrial. Sin embargo, una de las limitaciones de la misma es la necesidad de contar con un modelo de predicción realista, ya que generalmente no pueden contemplar todos los aspectos de la dinámica del proceso, por lo que suelen aparecer incertidumbres.

Esta investigación tiene como objetivo el diseño del control predictivo de procesos no lineales con incertidumbres acotadas, con el fin de obtener una solución más efectiva y robusta en el control de procesos con incertidumbres, que desde técnicas convencionales pueden tornarse complejas.

El aporte de la investigación es la obtención de una alternativa de control: Min-Max MPC, que considere de manera explícita la incertidumbre en el cálculo de la señal de control y que posibilite superar las limitaciones asociadas al tratamiento de las restricciones.

En esta tesis se ha escogido el Min-Max MPC con incertidumbres multiplicativas acotadas y criterio cuadrático. Esta formulación es sencilla desde un punto de vista conceptual, y al estar formulada sobre modelos de función de transferencia es muy apropiada a la hora de implementarla sobre procesos industriales.

La estrategia propuesta se aplica a un Intercambiador de Calor, un Reactor de Van de Vusse y un Fermentador. Se brindan las condiciones bajo las cuales se diseña el esquema de control para cada proceso, y por último, se muestran y analizan los resultados de las simulaciones ante cambios en la referencia y perturbaciones.

Abstract

The predictive control is perhaps the advanced control technique that has greater acceptance in the industrial world. However, one limitation of it is the need to have a realistic prediction model as it generally can not cover all aspects of the process dynamics.

This research aims to design predictive control of nonlinear processes with bounded uncertainties, in order to obtain a more effective and robust solution for process control with uncertainties, which can become complex from conventional techniques.

The contribution of the research is to obtain an alternative control: Min-Max MPC, which explicitly considers uncertainty in the calculation of the control signal and enables to overcome the limitations associated with the treatment of constraints.

In this thesis we have chosen the Min-Max MPC with multiplicative uncertainties and bounded quadratic criterion. This formulation is simple from a conceptual point of view, and to be made on transfer function models is most appropriate when deploying on industrial processes.

The proposed strategy is applied to a Heat Exchanger, Van de Vusse Reactor and Fermenter. The conditions under which the control scheme is designed for each process are provided, and finally, show and analyze simulation results to changes in the reference and disturbance.

Índice General

Introducción.....	1
Capítulo I. Caracterización del Control Predictivo basado en Modelos con Incertidumbres	5
1.1 Evolución histórica del Control Predictivo basado en Modelos	5
1.1.1 Evolución histórica del Control Predictivo basado en Modelos con Incertidumbres.....	9
1.2 Conceptos Básicos del Control Predictivo.....	13
1.2.1 Metodología del MPC	16
1.2.2 Elementos del MPC	18
1.3 Control Predictivo Robusto.....	24
1.3.1 Incertidumbres	24
1.3.2 Descripción de la Incertidumbre	26
1.3.3 Análisis para el diseño robusto	30
1.3.4 Diseño de controladores Min – Max MPC.....	33
1.4 Uso del MatLab para el Control Predictivo Min – Max.....	41
Conclusiones del Capítulo I	43
Capítulo II. Diseño del Control Predictivo Min – Max	44
2.1 Intercambiador de Calor con Camisa	44
2.1.1 Diseño del Controlador Predictivo Min – Max en el Intercambiador de Calor	46
2.1.2. Resultados de la simulación del Intercambiador de Calor	48
2.1.3 Estabilidad y robustez del Intercambiador de Calor a lazo cerrado	51
2.2 Reactor de Van de Vusse	52

2.2.1	Diseño del Controlador Predictivo Min – Max en el Reactor de Van de Vusse	58
2.2.2	Resultados de la simulación del Reactor de Van de Vusse.....	61
2.2.3	Estabilidad y Robustez del Reactor de Van de Vusse a Lazo Cerrado	65
2.3	Fermentador.....	66
2.3.1	Diseño del Controlador Min – Max en el Fermentador	69
2.3.2	Resultados de la simulación del Fermentador	72
2.3.3	Estabilidad y robustez del Fermentador a lazo cerrado	80
	Conclusiones del Capítulo II	83
	Conclusiones Generales	84
	Recomendaciones	85
	Bibliografía	86

Índice de Figuras

Figura 1.1 Metodología del MPC. (a) Estrategia. (b) Estructura básica	16
Figura 1.2 Incertidumbre en el modelo.....	24
Figura 1.3 Incertidumbres Aditivas.....	27
Figura 1.4 Incertidumbres Multiplicativas	28
Figura 1.5 Esquema de un sistema de control.....	30
Figura 2.1 Intercambiador de Calor con camisa.....	45
Figura 2.2 Intercambiador de Calor con Incertidumbres	47
Figura 2.3 Salida θ_s ante cambios en la referencia con restricciones.....	49
Figura 2.4 Acción de control Gv ante cambios en la referencia con restricciones.	49
Figura 2.5 Salida θ_s ante perturbaciones con restricciones.....	50
Figura 2.6 Acción de control Gv ante perturbaciones con restricciones.....	50
Figura 2.7 Función Sensibilidad del Intercambiador de Calor	52
Figura 2.8 Reactor de Van de Vusse	53
Figura 2.9 Reactor Van de Vusse con Incertidumbres.....	60
Figura 2.10 Salida cB ante cambios en la referencia con restricciones	61
Figura 2.11 Entrada V/VR ante cambios en la referencia con restricciones.	62
Figura 2.12 Entrada QK ante cambios en la referencia con restricciones.....	62
Figura 2.13 Salida del reactor ante perturbaciones con restricciones.....	63
Figura 2.14 Entrada V/VR ante perturbaciones con restricciones	63
Figura 2.15 Entrada QK ante perturbaciones con restricciones	64
Figura 2.16 Reactor de Van de Vusse controlado por MPC no Lineal.....	64

Figura 2.17 Función Sensibilidad para el Reactor de Van de Vusse	66
Figura 2.18 Fermentador Continuo	67
Figura 2.19 Fermentador Continuo con Incertidumbres.....	71
Figura 2.20 Salida Xb ante cambios en la referencia con restricciones.....	73
Figura 2.21 Entradas para la salida Xb	74
Figura 2.22 Salida (S) para cambios en la referencia	74
Figura 2.23 Entradas para la salida (S)	75
Figura 2.24 Salida (P) para cambios en la referencia.....	76
Figura 2.25 Entradas para la salida (P)	77
Figura 2.26 Salida Xb ante perturbaciones con restricciones.....	77
Figura 2.27 Salida S ante perturbaciones con restricciones	78
Figura 2.28 Salida P ante perturbaciones con restricciones.....	78
Figura 2.29 Variables Manipuladas ante perturbaciones con restricciones.....	79
Figura 2.30 Función Sensibilidad para el Fermentador Continuo	82

Introducción

Aunque en el pasado podía considerarse que el único objetivo del control consistía en mantener una operación estable del proceso, actualmente existe una serie de lazos de control económicamente muy significativos que, debido a su dificultad (procesos con múltiples variables que interaccionan, retardos, dinámica compleja, etc.) o a la calidad del control exigida, requieren técnicas de control más avanzadas. Estas aplicaciones tienden a aumentar debido a una serie de factores: exigencias crecientes de calidad, ahorro de energía, seguridad, flexibilidad en la producción, necesidad de integrar decisiones económicas, diseño integrado de plantas y sistemas de control, etc. (Bordóns, 2000).

La creciente presión para obtener un control de procesos cada vez más eficiente en calidad y costos, ha demandado el uso de mejores estrategias de control. El tratamiento de tales problemas, amerita el uso de herramientas avanzadas de control (Ipanaqué, 2000), tal es el caso del Control Predictivo Basado en Modelo (Model Predictive Control, MPC) que se ha desarrollado considerablemente en las últimas décadas, alcanzado un nivel muy significativo de aceptabilidad tanto en la industria, en aplicaciones prácticas de control de procesos, como en la comunidad de investigación.

El MPC, en su forma más general, permite la incorporación de distintos tipos de modelos de predicción, funciones objetivo y la consideración de restricciones sobre las señales del sistema (Qin y Badgwell, 1997). Esta estrategia se puede dividir en dos áreas: el control predictivo de sistemas lineales y de sistemas no lineales. La facilidad y sencillez de tratamiento de los sistemas lineales y la existencia de herramientas eficientes de análisis hicieron que esta área tomase un protagonismo inicial. Sin embargo, la incorporación de las restricciones en el controlador hizo que el sistema en lazo cerrado fuera no lineal, por lo que estas herramientas de análisis dejaron de ser útiles.

Así, el área de control predictivo no lineal ha ido tomando una importancia creciente en los últimos años, y como consecuencia han aparecido un número creciente de resultados y publicaciones, como se pone de manifiesto en (Ramírez *et. al.*, 1999b), (Gómez *et. al.*, 2001), (Ramírez *et. al.*, 1999a). Todo este desarrollo ha provocado un conocimiento cada vez más profundo de la estabilidad y robustez de esta técnica de control, resolviéndose problemas existentes y apareciendo nuevos retos. Otro importante campo abierto de investigación es el análisis y sobre todo el diseño de controladores predictivos robustos.

Por robustez se entiende que el rendimiento del lazo de control se mantenga cuando el comportamiento dinámico de la planta real es diferente del modelo de predicción usado. Como los modelos nunca representan perfectamente la realidad se necesitan métodos de diseño que incluyan algún mecanismo que provea de robustez frente a dinámicas sin modelar. Cómo diseñar y sintonizar un controlador MPC para conseguir robustez es otro importante tema de investigación.

Dentro del tema de la robustez y directamente ligado a las técnicas de MPC está el problema de evaluar las incertidumbres que tiene el modelo usado en el controlador. La presencia de estas puede llevar a que un sistema real evolucione a estados en los que el control MPC no es factible, y hacer que el sistema abandone el dominio de atracción del controlador. Pueden conducir a la inestabilidad del sistema, a pesar del correcto diseño del controlador con el modelo sin incertidumbres. Aunque la presencia de estas es inherente a la mayoría de aplicaciones de control, su tratamiento en la etapa de análisis y diseño de estrategias de control predictivo es un aspecto poco tratado y complejo.

Por lo antes expuesto, se ha planteado como **problema de la investigación**, las dificultades asociadas a la no inclusión de las incertidumbres en el control predictivo, siendo el **objeto de la investigación** las técnicas del Control Predictivo basado en Modelos de procesos no lineales con incertidumbres acotadas.

Como **objetivo de la investigación** se tiene diseñar el Control Predictivo basado en Modelos de procesos no lineales con incertidumbres acotadas utilizando las herramientas del MatLab; con el **campo de acción**: las técnicas del Control

Predictivo basado en Modelos de procesos no lineales con incertidumbres acotadas empleando las herramientas del MatLab.

La **hipótesis** del trabajo es que si se diseña un controlador predictivo con incertidumbres acotadas para los procesos en estudio, utilizando las herramientas del MatLab, se pueden resolver las dificultades asociadas a la no inclusión de las mismas en el control predictivo, obteniéndose una solución más efectiva y robusta en el control de procesos no lineales inciertos, que desde técnicas convencionales pueden tornarse complejas.

Tareas de la investigación:

1. Caracterizar desde el punto de vista gnoseológico e histórico el MPC.
2. Caracterizar desde el punto de vista gnoseológico e histórico el Control Predictivo basado en Modelos con incertidumbres.
3. Diseñar una alternativa de control predictivo robusto: Min – Max MPC en los procesos bajo estudio, utilizando las herramientas del MatLab.
4. Simular la alternativa de control predictivo robusto en los procesos bajo estudio.
5. Analizar los resultados obtenidos y presentar conclusiones.

En el transcurso de la investigación se utilizaron las siguientes **técnicas y métodos**:

1. Método histórico-lógico.
2. Método de análisis y síntesis.
3. Métodos experimentales: Diseño y Simulación.

Significación práctica de la investigación:

En este trabajo, la aplicación del control predictivo robusto, permite superar una de las limitaciones del MPC, ya que considera de manera explícita la incertidumbre

en el cálculo de la señal de control. Esta tesis se centra en el Control Predictivo Min – Max, esta comparada con otras estrategias de Control Predictivo que tienen en cuenta las incertidumbres, tiene una ventaja clara: la simplicidad de los algoritmos utilizados, los cuales son fáciles de comprender por personas no necesariamente familiarizadas con técnicas de control avanzado. La aplicación de este controlador posibilita superar las limitaciones asociadas al tratamiento de las restricciones, al incorporarlas desde el propio diseño del mismo. La alternativa desarrollada se pretende sea empleada en la asignatura Temas Avanzados de Control en la maestría en Automática del departamento de Control Automático de la Universidad de Oriente.

En el trabajo se exponen los conceptos y elementos básicos, así como la metodología del Control Predictivo basado en Modelo con incertidumbres acotadas, lo que provee de un material adicional para el estudio de esta técnica de control.

El texto está dividido en 2 capítulos. Su contenido a grandes rasgos es el siguiente: el Capítulo I revisa los principales aspectos de la teoría MPC, así como sus elementos básicos. Además, se analizan los fundamentos teóricos del MPC con incertidumbres acotadas y se ofrece una descripción de las herramientas del MatLab que se utilizan para el diseño del Min – Max MPC.

El Capítulo II está dedicado al diseño de controladores Min – Max MPC. El control propuesto se aplica a 3 procesos: un Intercambiador de Calor, un Reactor de Van de Vusse y un Fermentador, todos en presencia de incertidumbres acotadas en los parámetros. Se brindan las condiciones bajo las cuales se diseña el control propuesto (MPC Min – Max), y por último, se muestran los resultados de las simulaciones ante cambios en la referencia y perturbaciones para cada uno de los casos de estudio.

Capítulo I. Caracterización del Control Predictivo basado en Modelos con Incertidumbres

Introducción

El estado actual y las futuras tendencias en el campo del control de procesos industriales indican que el Control Predictivo basado en Modelo se ha convertido en una técnica atractiva y una alternativa viable para una gran variedad de sistemas. Este hecho, unido a la existencia de campos abiertos tanto en investigación como en temas relacionados con la implementación, justifica un estudio más detallado de esta tecnología que sigue despertando muchas expectativas.

En el capítulo se presenta la evolución histórica del Control Predictivo basado en Modelo y se brindan los conceptos y elementos básicos, así como la metodología de esta técnica de control. Además, se analizan los fundamentos teóricos del MPC con incertidumbres acotadas y se ofrece una descripción de las herramientas del MatLab que se utilizarán para el diseño del controlador MPC.

1.1 Evolución histórica del Control Predictivo basado en Modelos

El Control Predictivo Basado en Modelo es una técnica aplicable a sistemas lineales y no lineales, con y sin restricciones, que tiene sus raíces en el desarrollo de la teoría del control óptimo en la última parte de la década del 50, pero logra su consolidación como técnica independiente a finales de los 70 (Álvarez, 2000).

El MPC se desarrolló en base a dos líneas básicas. Por un lado, a finales de la década de los 70 aparecieron varios artículos mostrando un interés incipiente en el control predictivo en la industria (Richalet *et. al.*, 1976), (Richalet *et. al.*, 1978),

(Cutler y Ramaker, 1980), presentando el Control Predictivo Heurístico basado en Modelo (Model Predictive Heuristic Control, MPHHC), más tarde conocido como Control Algorítmico basado en Modelo (Model Algorithmic Control, MAC), y el Control con Matriz Dinámica (Dynamic Matrix Control, DMC). Ambos algoritmos utilizan explícitamente un modelo dinámico del proceso (la respuesta impulso en el primer caso y la respuesta escalón en el segundo) para predecir el efecto de las futuras señales de control en las variables a controlar las cuales eran determinadas minimizando el error predicho sujeto a restricciones de operación. La optimización se repetía en cada instante de muestreo con información actualizada del proceso. Estas formulaciones eran de naturaleza heurística y algorítmica e hicieron uso del potencial cada vez mayor de los computadores digitales en aquellos tiempos. Estos controladores estaban íntimamente ligados al problema de control óptimo en tiempo mínimo y a la programación lineal (Zadeh y Whalen, 1962). El concepto de horizonte deslizante (Propoi, 1963), una de las ideas centrales del control predictivo, fue utilizado extensamente en los años 70.

Rápidamente el MPC adquirió gran popularidad, particularmente en la industria de procesos químicos, debido a la simplicidad del algoritmo y a la utilización del modelo de respuesta a impulso o a escalón, que aunque posea muchos más parámetros que las formulaciones en el espacio de estado o en el dominio de entrada y salida, suele ser preferido por ser intuitivo y necesitar menos información *a priori* para identificar. Durante los años 80 un gran número de las aplicaciones del control predictivo se realizaron en el sector petroquímico (García *et. al.*, 1989). La mayoría de estas aplicaciones se llevaron a cabo en sistemas multivariables que incluían restricciones. A pesar de este éxito, estas formulaciones carecían de una teoría formal para proveer resultados sobre la estabilidad y robustez. De hecho, el caso de horizonte finito parecía demasiado difícil de analizar excepto en casos muy específicos.

Independientemente fue surgiendo otra línea de trabajo en torno a las ideas del control adaptativo, desarrollándose estrategias de control predictivo esencialmente para procesos monovariables y formuladas sobre modelos de entrada y salida. El Control Autosintonizado basado en Predictores (Predictor-Based Self-Tuning

Control) (Peterka, 1984) y el Control Adaptativo de Horizonte Extendido (Extended Horizon Adaptive Control, EHAC) (Ydstie, 1984), el Controlador Autosintonizado (Extended Prediction Self Adaptive Control, EPSAC) (Keyser y Cuawenberghe, 1985), y el Control Predictivo Generalizado (Generalized Predictive Control, GPC) desarrollado por Clarke (Clarke *et. al.*, 1987) pueden ser mencionados en este contexto.

El GPC utiliza ideas de los controladores de Mínima Varianza Generalizada (Generalized Minimum Variance, GMV), (Clarke y Gawthrop, 1979) y es en la actualidad uno de los métodos más utilizados a nivel académico. Existen numerosas formulaciones de control predictivo basadas en las mismas ideas comunes, entre las que se puede incluir Control Adaptativo Multivariable Multipaso (Multistep Multivariable Adaptive Control, MUSMAR), (Greco *et. al.*, 1984), Control Predictivo Funcional (Predictive Functional Control, PFC), (Richalet *et. al.*, 1987). Aunque los primeros trabajos sobre GPC contienen algunos resultados de estabilidad para el caso nominal, la falta de resultados generales sobre la estabilidad de los controladores de horizontes finito y deslizante constituyó un inconveniente para su utilización al principio.

Para hacer frente a esto, apareció en la década del 90 una nueva línea de trabajo sobre controladores predictivos con estabilidad garantizada. Se pueden citar dos métodos el Control Predictivo de Horizonte Recesivo Restringido (Constrained Receding-Horizon Predictive Control, CRHPC), (Clarke y Scattolini, 1991) y el Control con Horizonte Recesivo Estabilizando Entradas y Salidas (Stabilizing I/O Receding Horizon Control, SIORHC), (Mosca *et. al.*, 1990) que fueron desarrollados independientemente y garantizaban estabilidad, para el caso nominal, imponiendo que la señal de salida alcanzara a la referencia al final del horizonte.

Para el caso de restricciones, el análisis de estabilidad parecía ser un problema demasiado complicado de resolver. Aún en el caso de que el optimizador fuera capaz de encontrar una solución, no estaba garantizada la estabilidad del lazo cerrado.

La utilización de penalizaciones terminales y/o restricciones, funciones de Lyapunov, o conjuntos invariantes han dado lugar a una familia de técnicas que garantizan la estabilidad del sistema. Este problema ha sido atacado de distintos puntos de vista y han aparecido numerosas contribuciones casi siempre analizando el problema del regulador y normalmente en el espacio de estados (Morari, 1994), lo que permite además la generalización a casos más complejos como procesos multivariables, procesos no lineales y sistemas con perturbaciones estocásticas.

En la época de los 90 se elaboran además, varias alternativas para la incorporación de no linealidades en MPC (Bequette, 1991), (Henson, 1998). Durante los últimos años se han producido resultados espectaculares en este campo. Se ha demostrado (Bemporad *et. al.*, 2002) que un controlador predictivo con restricciones lineales resulta ser un controlador afín a trozos que puede ser implementado con poca carga de computación.

Otras aplicaciones de los controladores predictivos de sistemas no lineales se mencionan a continuación:

- El Control Predictivo Basado en Modelo Borroso para el proceso no lineal de la neutralización del pH en aguas residuales (Álvarez, 2000).
- El Control Predictivo basado en Modelos no Lineales Wiener (WNMPC) con funciones lineales a tramos (LAT) representando la ganancia no lineal (Lussón, 2002).
- El algoritmo para aplicar las técnicas de MPC borroso con estructura Takagi_Sugeno_Kang_Dinámica y bajo el principio de utilización de modelos lineales locales por tramos a procesos no lineales lo cual conduce inherentemente, a un proceso de adaptación de la matriz dinámica del sistema en cada período de muestreo (Rodríguez *et. al.*, 2007).

Una de las líneas de investigación abiertas en los últimos años es el control predictivo robusto. La idea básica es tener en cuenta las incertidumbres sobre el proceso de una manera explícita y diseñar el controlador predictivo para optimizar la función objetivo ante la peor situación posible de las incertidumbres. Estos

resultados prometedores permiten pensar que el control predictivo experimentará una mayor diseminación tanto en el mundo académico como en la comunidad industrial.

1.1.1 Evolución histórica del Control Predictivo basado en Modelos con Incertidumbres

Como es conocido a través de los textos de Control Predictivo, esta técnica presenta una limitación: la necesidad de disponer de resultados de estabilidad y robustez fáciles de implementar en procesos industriales. Afortunadamente, existe un buen número de resultados aparecidos durante la última década que proponen distintas soluciones a estos problemas (Campo y Morari, 1987); (Hrissagis, *et. al.*, 1996); (Badgwell, 1997).

Campo y Morari proponían minimizar como función de costo la norma infinito en el peor caso (Campo y Morari, 1987). La ventaja de esta formulación era la posibilidad de transformar este problema a un problema de Programación Lineal (LP), aunque se encontró que el tamaño de la optimización correspondiente a resolver en cada instante de tiempo lo hacía no viable para implementaciones reales. Esta transformación se mejoró, dando una técnica basada en un problema de optimización que, en principio, es posible resolver en tiempo real y que permite además, el problema multivariable con incertidumbres y restricciones sobre la acción de control y la salida (Allwright y Papavasiliou, 1992); (Allwright, 1994). La idea básica de esta técnica conocida como Control Predictivo Min–Max, es utilizar las estrategias habituales de Control Predictivo, pero minimizando siempre el peor caso, en vez del caso nominal.

Debe mencionarse que otras formulaciones alternativas de Control Predictivo Min – Max que han sido propuestas, difieren en el tipo de función de costo, en las restricciones consideradas y en el algoritmo utilizado para resolver el problema. Por ejemplo, Kim y Kwon propusieron una solución explícita del Control Predictivo

(Kim y Kwon, 1998). Sin embargo, la imposibilidad de imponer restricciones hace a la técnica inadecuada para poder aplicarla a problemas reales.

Un algoritmo diferente, basado en una trayectoria en árbol, fue propuesto por Sokaert y Mayne en 1998 para evaluar las posibles respuestas en presencia de incertidumbre. Esta técnica ha sido modificada para incluir representaciones politópicas de la incertidumbre, y así poder asegurar el seguimiento de la referencia sin errores estacionarios (Wang y Rawlings, 2004).

Otros resultados en la temática se mencionan a continuación:

- La integración de la estimación del estado y el control Min – Max MPC, donde se muestra como esta integración permite describir el control como un problema de optimización de inecuaciones de matrices lineales y cuadráticas, cuya solución puede mejorar el desempeño del sistema de control (Löfberg, 2001).
- Una técnica Min – Max MPC que mejora el tiempo de cálculo, pero que no incluye restricciones (Álamo, *et. al.*, 2002). En la misma línea Ramírez y Camacho han propuesto una técnica innovadora que han demostrado sobre un proceso real, pero como los autores mencionan, deben realizarse modificaciones adicionales para incluir restricciones (Ramírez y Camacho, 2002).
- Implementación de un GPC quasi–infinito en la norma 1, que permite incluir la incertidumbre por un procedimiento basado en actualizar la banda predicha, de forma que en cada período de muestreo solo se resuelva un problema de Programación Lineal (Megías, *et al.* 2002).
- Linealidad a Trozos de la Ley de Control Min – Max MPC con Norma Cuadrática e Incertidumbre Acotada, donde los autores muestran como la Ley de Control Min – Max MPC con una función de costo cuadrática y de horizonte finito resulta ser una ley de control lineal a trozos, cuando se tienen en cuenta incertidumbres aditivas acotadas (Ramírez y Camacho,2003).

- Estabilidad robusta para controladores MPC Min – Max para sistemas no lineales con incertidumbres acotadas, donde exponen varios resultados en estabilidad robusta para el caso en el que las incertidumbres tienden a decaer con el estado pero no tienden a cero. Además se muestra cómo el diseño robusto para el controlador local es trasladado a un controlador Min – Max y cómo los términos persistentes para las incertidumbres determinan el radio de convergencia para el sistema en lazo cerrado (Limón, Álamo y Camacho, 2004).
- MPC Min – Max con ley de realimentación de estado dependiente de los parámetros lineales, donde se diseña un control por horizonte libre, utilizando matrices en el espacio de estado en las que varían los parámetros medidos en tiempo real, lo que amplía la región de estabilidad de las condiciones iniciales y reduce el desempeño (Zhiqiang, Lihong y Meng, 2005).
- Aproximación del control Min – Max MPC para sistemas híbridos lineales, donde se presenta la estrategia de control con horizonte recesivo (RCH) para el control lineal robusto de sistemas híbridos sujetos a perturbaciones aditivas acotadas. Se comprueba la factibilidad para un tiempo inicial así como los argumentos convexos y se asume un ajuste invariante, condiciones suficientes para garantizar la estabilidad robusta y el desempeño del sistema a lazo cerrado (Ayala, Silva y Sá da Costa, 2005).
- Control predictivo robusto para sistemas con incertidumbres y cotas normales usando nuevos parámetros dependientes en la matriz de peso terminal (Lee y Park, 2006).
- Control predictivo Min – Max multimodelo con restricciones, validado sobre una planta de laboratorio. Para conseguir su aplicación a sistemas reales, es necesario modificar la formulación original del Control Predictivo Min – Max con el fin de reducir su costo computacional e introducir los parámetros de sintonía habituales. Con el controlador propuesto se consigue incluir el efecto de la incertidumbre dentro de una estructura de Control Predictivo, utilizando una formulación eficiente desde el punto de vista numérico al

estar basada en Programación Lineal, con parámetros de sintonía sencillos. Esta técnica se valida sobre una planta de laboratorio (dos tanques acoplados), comprobándose experimentalmente la estabilidad, robustez y buen rendimiento del controlador propuesto (Álvarez *et. al.*, 2006).

- Min – Max MPC usando el problema QP, donde se propone una estrategia de control MPC Min – Max computacional eficiente en la cual una aproximación cercana a la solución del problema de Min – Max es calculada usando el problema de programación cuadrática (QP) (Álamo *et. al.*, 2007).
- Enfoque de optimización robusta regresiva Min – Max en datos inciertos, en el cual se presenta un algoritmo de optimización de tres etapas para resolver problemas con incertidumbres. Proporciona aplicaciones del algoritmo, ilustrando la ineficiencia de la solución obtenida si se considera solo un número finito de escenarios. (Assavapokee *et. al.*, 2008).
- Algoritmo Quasi Min – Max MPC para sistemas LPV (Lineales de Parámetros Variables) con restricciones. En este trabajo es propuesto un método basado en un ajuste invariante para reducir la complejidad computacional del diseño de un controlador estable. La ley de control es obtenida resolviendo un problema QP con restricciones (Min y Shaoyuan, 2010).
- Un nuevo MPC robusto para sistemas lineales inciertos. En el mismo es propuesto un nuevo método de sintetizar controladores robustos con restricciones para sistemas con descripción politópica. El algoritmo reduce el cálculo en línea y se obtienen con él, un mejor desempeño del proceso. (Liu *et. al.*, 2010).
- MPC robusto para sistemas inciertos con restricción en la entrada con estados de referencia no cero, en el cual se presenta una estrategia con horizonte de control recesivo eficiente para regular un sistema incierto con restricciones en la variable manipulada considerando que los estados de referencia para el seguimiento y la entrada son conocidos. Los resultados muestran el buen desempeño de la estrategia (Lim, *et. al.*, 2011).

- Optimización distribuida para MPC de sistemas de redes lineales con dinámica incierta. En este trabajo se desarrolla un algoritmo para manejar un sistema de redes dinámico lineal a través de la implementación de una estrategia MPC distribuida, donde el algoritmo converge hacia una solución óptima (Camponogara, 2012).
- MPC de una turbina de viento usando medidas inciertas. En este trabajo, el problema de control del sistema no lineal es simplificado en una programación cuadrática. Es ideado un algoritmo basado en la estimación de la velocidad del viento, para encontrar una estimación del retraso y compensarlo antes de que sea usado en el controlador. También se muestran las comparaciones entre el MPC con compensación de error, sin compensación de error y el MPC con linealización en la estimación de velocidad del viento, demostrándose que con técnicas apropiadas de procesamiento de señales, se mejora el desempeño del controlador de la turbina de viento (Mirzaei *et. al.*, 2013).

1.2 Conceptos Básicos del Control Predictivo

El Control Predictivo Basado en Modelo constituye un campo muy amplio de métodos de control desarrollados en torno a ciertas ideas comunes e integra diversas disciplinas como control óptimo, control estocástico, control de procesos con tiempos muertos, control multivariable o control con restricciones (Bordóns, 2000).

El Control Predictivo no es una estrategia de control específica, sino que se trata más bien de un campo muy amplio de métodos de control desarrollados en torno a ciertas ideas comunes. Se puede definir como un conjunto de algoritmos computacionales que controlan la respuesta futura de un proceso en futuros instantes de tiempo (horizonte), mediante el uso explícito de un modelo del mismo. Estos métodos de diseño conducen a controladores lineales que poseen prácticamente la misma estructura y presentan suficientes grados de libertad.

Es una técnica de tiempo discreto en la que en cada intervalo de control el algoritmo MPC calcula, a lazo abierto, una secuencia de ajustes de la variable manipulada con la finalidad de optimizar el comportamiento del sistema minimizando una función de costo (J) sobre un horizonte de control finito especificado. La primera entrada de esta secuencia óptima se inyecta a la planta y se repite la optimización completa en el próximo intervalo de control, a esto se le denomina control por horizonte deslizante.

Los distintos algoritmos de MPC difieren entre sí casi exclusivamente en el modelo usado para representar el proceso y los ruidos y en la función de costo a minimizar. Aunque las diferencias puedan parecer pequeñas a priori, pueden provocar distintos comportamientos a lazo cerrado, siendo críticas para el éxito de un determinado algoritmo en una determinada aplicación.

El Control Predictivo es un tipo de control de naturaleza abierta dentro del cual se han desarrollado muchas aplicaciones, encontrando gran aceptación tanto en la industria como en el mundo académico. En la actualidad existen numerosas aplicaciones de controladores predictivos funcionando con éxito, tanto en la industria de procesos como en control de motores o Robótica. El buen funcionamiento de estas aplicaciones muestra la capacidad del MPC para conseguir sistemas de control de elevadas prestaciones capaces de operar sin apenas intervención durante largos períodos de tiempo.

El MPC presenta una serie de ventajas sobre otros métodos, entre las que destacan:

- Resulta particularmente atractivo para personal sin un conocimiento profundo de control, puesto que los conceptos resultan muy intuitivos, a la vez que la sintonización es relativamente fácil.
- Puede ser usado para controlar una gran variedad de procesos, desde aquellos con dinámica relativamente simple hasta otros más complejos incluyendo sistemas con grandes retardos, de fase no mínima o inestables.
- Permite tratar con facilidad el caso multivariable.
- Posee intrínsecamente compensación del retardo.

- Resulta conceptualmente simple la extensión al tratamiento de restricciones, que pueden ser incluidas de forma sistemática durante el proceso de diseño.
- Es muy útil cuando se conocen las referencias futuras.
- Es una metodología completamente abierta basada en algunos principios básicos que permite extensiones futuras.

Como es lógico, sin embargo, también tiene sus desventajas. La principal es que, aunque su implementación no es compleja, resulta más difícil que la de los clásicos controladores PID. Si la dinámica del proceso no cambia y no existen restricciones, la mayor parte de los cálculos se puede realizar fuera de línea y el controlador resultante es simple, pudiéndose aplicar a procesos de dinámicas rápidas; en caso contrario, los requisitos de cálculo son mucho mayores (Camacho y Bordóns, 2004).

Pero quizás el mayor inconveniente venga marcado por la necesidad de disponer de un modelo apropiado del proceso. El algoritmo de diseño está basado en el conocimiento previo del modelo y es independiente de éste, pero resulta evidente que las prestaciones obtenidas dependerán de las discrepancias existentes entre el proceso real y el modelo usado (Bordóns, 2000).

En la práctica, MPC ha probado ser una estrategia razonable para el control industrial, convirtiéndose en un éxito comercial debido a que existen unos 15 suministradores que instalan el producto llave en mano, con períodos de amortización de entre 3 y 12 meses, permitiendo que medianas empresas puedan tener acceso a esta tecnología. Aparte de esto, los nuevos Sistemas de Control Distribuido empiezan a ofertar productos MPC genéricos que ofrecen al usuario la posibilidad de realizar futuras modificaciones sin depender de un producto cerrado (Bordóns, 2000).

El éxito actual del MPC se debe principalmente a:

- La consideración del comportamiento del proceso a lo largo de un horizonte futuro permite tener en cuenta el efecto de las perturbaciones en

realimentación, permitiendo al controlador conducir la salida a la trayectoria de referencia deseada.

- La consideración de restricciones en la fase del diseño del controlador evita en lo posible su violación, resultando en un control más preciso en torno al punto óptimo de operación. La inclusión de restricciones es quizás la característica que más distingue al MPC respecto a otras metodologías.

1.2.1 Metodología del MPC

La metodología de todos los controladores pertenecientes a la familia MPC se caracteriza por la estrategia representada en la figura 1.1a y por tener como estructura básica la mostrada en la figura 1.1b.

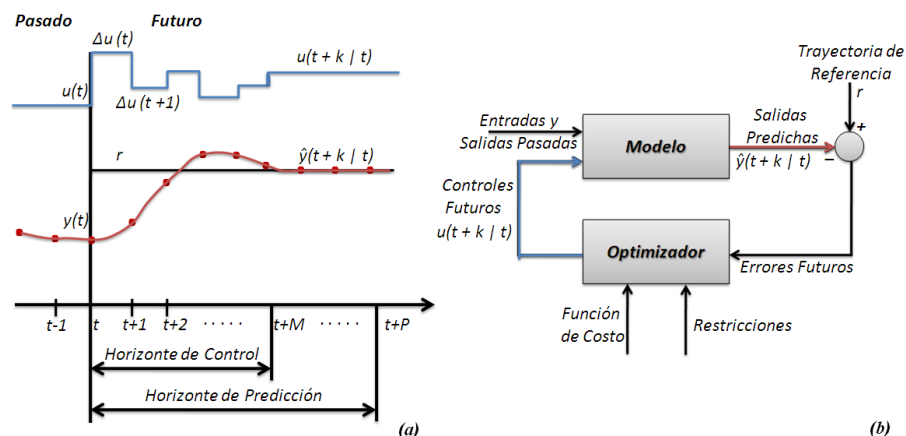


Figura 1.1 Metodología del MPC. (a) Estrategia. (b) Estructura básica

Las salidas futuras para un horizonte determinado P , llamado horizonte de predicción, son predichas en cada instante t utilizando el modelo del proceso. Estas predicciones de la salida $\hat{y}(t+k|t)$ para $k=1 \dots P$, dependen de los valores conocidos hasta el instante t (entradas y salidas pasadas) y de las señales de control futuras $u(t+k|t)$, $k=0 \dots P-1$, que han de ser calculadas y enviadas al sistema. El horizonte de control M es el intervalo para el cual la acción de control será calculada (Camacho y Bordóns, 2004).

En el instante t y con el modelo del proceso actuando como guía, se puede usar un esquema de optimización para calcular el conjunto de acciones de control

$u(t|t), \dots, (t + M - 1 | t)$, que aplicadas lograrán que la salida siga lo más cerca posible una trayectoria de referencia r (la cual puede ser el set-point mismo o una aproximación cercana de éste), sobre el horizonte de predicción P y con la variable manipulada u cambiando únicamente en un horizonte de control $M < P$. El optimizador normalmente utiliza una función cuadrática del error entre la señal de salida predicha y la trayectoria de referencia, y toma en consideración las restricciones que puedan existir en las entradas, incorporándolas directamente dentro de la tarea de optimización. En la mayor parte de los casos se incluye también el esfuerzo de control $\Delta u(t + k | t)$ dentro de la optimización (Camacho y Bordóns, 2004).

De la secuencia de control calculada, solo se aplica al proceso la primera acción de control $u(t|t)$, lo que provoca la transición del sistema entre t y $t + 1$. En el instante $t + 1$ se actualizan las mediciones, por lo que el modelo (predictor de salida) puede usar adicionalmente $y(t + 1)$ y $u(t|t)$ para calcular nuevas estimas para la salida futura. Los horizontes de predicción P y de control M , se desplazan un paso hacia delante (control por horizonte deslizante) (Lussón, 2002).

El modelo de proceso juega, en consecuencia, un papel decisivo en el controlador. El modelo elegido debe ser capaz de capturar la dinámica del proceso a fin de predecir de forma precisa las salidas futuras así como ser simple de implementar y de entender. Las distintas metodologías del control predictivo difieren fundamentalmente en el tipo de modelo utilizado (Camacho y Bordóns, 2004).

El optimizador es otra parte fundamental de la estrategia ya que permite obtener las acciones de control a aplicar. Si la función de costo es cuadrática, el modelo lineal y no existen restricciones, se puede obtener una solución explícita (lineal) de entradas y salidas pasadas y la trayectoria de referencia futura. Si éste no es el caso se ha de acudir a un algoritmo numérico de optimización que requiere mayor capacidad de cálculo. El tamaño del problema resultante depende del número de variables, de los horizontes de control y predicción y del número de restricciones. Por lo general resultan ser problemas de optimización relativamente modestos los

cuales no requieren programas sofisticados de computadora para ser resueltos (Ipanaqué, 2000).

La aplicación de los conceptos de MPC para procesos lineales conduce a resolver un problema de optimización con programación cuadrática, el cual tiene propiedades de convexidad muy deseables. Esto es sumamente importante pues, en general, para la mayoría de las aplicaciones reales se debe obtener la convergencia del problema a un óptimo en pocos décimos de segundos y para ello existen algoritmos muy eficientes. Sin embargo, cuando se aplican dichos conceptos a procesos no lineales, aun cuando la función objetivo y las restricciones sean convexas, se conduce a un problema de programación no lineal, el cual por lo general no es convexo y por tanto trae consigo muchas dificultades en cuanto a tiempo de cálculo, convergencia, factibilidad y estabilidad del proceso en cuestión (Lussón, 2002).

1.2.2 Elementos del MPC

En la sección anterior se ha mostrado la forma genérica de resolver el problema MPC, que consiste básicamente en minimizar la función de costo haciendo uso del modelo del sistema para calcular las predicciones (Camacho y Bordóns, 2004).

Todos los algoritmos MPC poseen elementos comunes y se pueden escoger diferentes opciones para cada uno de estos elementos dando origen a diferentes algoritmos. Estos elementos son:

- Modelo de Predicción
- Función Objetivo
- Ley de Control a obtener

Modelo de Predicción.

El diseño completo del modelo escogido debe incluir los mecanismos necesarios para la obtención del mejor modelo posible. El uso del modelo del proceso viene

determinado por la necesidad del cálculo de la salida predicha en instantes futuros $\hat{y}(t + k | t)$ (Camacho y Bordóns, 2004).

Las diferentes estrategias de MPC pueden usar distintos modelos para representar la relación de las salidas con las entradas medibles, algunas de las cuales serán variables manipuladas y otras se pueden considerar como perturbaciones medibles, que pueden ser compensadas por acción *feedforward* (Bordóns, 2000).

Los modelos que pueden ser usados en el MPC se clasifican en:

- Modelos lineales: Son aquellos que expresan relaciones lineales entre sus variables, por lo que permiten una solución matemática sencilla al problema de MPC. Es válido el principio de superposición de efectos (Ljung, 1987).
- Modelos no lineales: Son aquellos que expresan relaciones no lineales entre sus variables, transformando el problema de MPC en uno no lineal, cuya solución numérica es mucho más compleja. No es válido el principio de superposición de efectos. Al utilizar modelos no lineales en el control de procesos, existen ciertas limitaciones, entre las que se encuentran el tiempo de cálculo, la robustez del algoritmo de control y los problemas de convergencia (Lussón, 2002).

Para el estudio se puede separar el modelo en dos partes: el modelo del proceso propiamente dicho y el modelo de las perturbaciones. Cualquier método usará ambas partes para la predicción (Bordóns, 2000).

Modelo del proceso.

Casi todas las formas posibles de modelar un proceso aparecen en alguna formulación de MPC siendo las más usadas las siguientes (Bordóns, 2000):

Respuesta a impulso. También conocida por secuencia de ponderación o modelo de convolución. Este método es ampliamente aceptado en la práctica industrial debido a que es muy intuitivo y no requiere información previa sobre el proceso, con lo que el procedimiento de identificación se simplifica, a la vez que permite describir fácilmente dinámicas complejas como fase no mínima o retardos. Sus

principales desventajas son el gran número de parámetros necesarios y que sólo los procesos estables a lazo cerrado pueden ser descritos por este medio.

Respuesta ante escalón. Es muy similar al anterior sólo que ahora la señal de entrada es un escalón. Presenta las mismas ventajas e inconvenientes que el método anterior.

Función de transferencia. Es usado en la mayoría de los métodos de control, por ser una representación que requiere sólo unos pocos parámetros y es válida también para procesos inestables, aunque es fundamental tener un conocimiento *a priori* del proceso.

Espacio de Estados. Posee la ventaja de que sirve también para sistemas multivariables y se puede extender fácilmente al caso no lineal, a la vez que permite analizar la estructura interna del proceso. Los cálculos pueden ser complicados, con la necesidad adicional de incluir un observador si los estados no son accesibles.

Modelo de las perturbaciones.

De tanta importancia como la elección de un determinado modelo del proceso es la elección del modelo utilizado para representar las perturbaciones. Un modelo bastante extendido es el Autorregresivo Integrado de Media Móvil (Auto-Regressive and Integrated Moving Average, ARIMA).

Función Objetivo.

Los diversos algoritmos de MPC proponen distintas funciones de costo para la obtención de la ley de control. En general se persigue que la salida futura (y) en el horizonte considerado siga a una determinada señal de referencia (r) al mismo tiempo que se puede penalizar el esfuerzo de control (Δu) requerido para hacerlo.

La expresión general de tal función objetivo será:

$$J(P_1, P_2, M) = \sum_{k=P_1}^{P_2} \delta(k) [\hat{y}(t+k|t) - r(t+k)]^2 + \sum_{k=1}^M \lambda(k) [\Delta u(t+k-1)]^2 \quad (1.1)$$

En algunos métodos el segundo sumando, que considera el esfuerzo de control, no se tiene en cuenta, mientras que en otros también aparecen directamente los valores de la señal de control (no sus incrementos). En la función de costo se pueden considerar (Bordóns, 2000):

- Parámetros de sintonía: P_1 y P_2 son los horizontes mínimo y máximo de costo (o de predicción) y M es el horizonte de control, que no tiene por qué coincidir con el horizonte máximo, como se verá posteriormente. El significado de P_1 y P_2 resulta bastante intuitivo: marcan los límites de los instantes en que se desea que la salida siga a la referencia. Así, si se toma un valor grande de P_1 es porque no importa que haya errores en los primeros instantes, lo cual provocará una respuesta suave del proceso. Para procesos con tiempo muerto t_d no tiene sentido que P_1 sea menor que dicho valor puesto que la salida no empezará a evolucionar hasta el instante $t + t_d$. Además, si el proceso es de fase no mínima, este parámetro permite eliminar de la función objetivo los primeros instantes de respuesta inversa.

Los coeficientes $\delta(k)$ y $\lambda(k)$ son secuencias que ponderan el comportamiento futuro. Usualmente se consideran valores constantes o secuencias exponenciales. Con estos parámetros de sintonización se obtiene un abanico muy amplio de posibilidades con las que se puede cubrir una extensa gama de opciones, desde un control estándar hasta una estrategia diseñada a medida para un proceso en particular.

- Trayectoria de referencia: Una de las ventajas del control predictivo es que si se conoce a priori la evolución futura de la referencia, el sistema puede empezar a reaccionar antes de que el cambio se haya efectivamente realizado, evitando los efectos del retardo en la respuesta del proceso. En muchas aplicaciones la evolución futura de la referencia es conocida de antemano, como en Robótica; en

otras aplicaciones aunque la referencia sea constante, se puede conseguir una sensible mejora de prestaciones simplemente conociendo el instante de cambio de valor y adelantándose a esa circunstancia.

En el criterio de minimización (1.1), la mayoría de los métodos suelen usar una trayectoria de referencia $r(t + k)$ que no tiene por qué coincidir con la referencia real. Normalmente será una suave aproximación desde el valor actual de la salida $y(t)$ a la referencia conocida mediante un sistema de primer orden:

$$r(t) = y(t)r(t + k) = \alpha r(t + k - 1) + (1 - \alpha)r(t + k)k = 1 \dots P \quad (1.2)$$

α es un parámetro comprendido entre 0 y 1 (mientras más próximo a 1 más suave será la aproximación) que constituye un valor ajustable que influirá en la respuesta dinámica del sistema.

- Restricciones: En la práctica, todos los procesos están sujetos a restricciones. Los actuadores tienen un campo limitado de acción así como una determinada velocidad de cambio (*slew rate*), como es el caso de las válvulas, limitadas por las posiciones de totalmente abierta o cerrada y por la velocidad de respuesta. Razones constructivas, de seguridad o medioambientales o bien los propios alcances de los sensores pueden causar límites en las variables de proceso, tales como niveles en depósitos, caudales en tuberías o temperaturas y presiones máximas. Además, normalmente las condiciones de operación vienen definidas por la intersección de ciertas restricciones por motivos fundamentalmente económicos, con lo que el sistema de control operará cerca de los límites. Todo lo expuesto anteriormente hace necesaria la introducción de restricciones en la función a minimizar.

Muchos algoritmos predictivos tienen en cuenta el tema de las restricciones por lo cual han tenido gran éxito en la industria. Normalmente se considerarán límites en la amplitud y en la variación de la señal de control y límites en las salidas.

$$\begin{aligned} u_{min} &\leq u(t) &&\leq u_{max} &&\forall t \\ \Delta u_{min} &\leq u(t) - u(t - 1) &&\leq \Delta u_{max} &&\forall t \\ y_{min} &\leq y(t) &&\leq y_{max} &&\forall t \end{aligned} \quad (1.3)$$

Sólo efectuando predicciones se pueden poner límites efectivos sobre las variables calculadas, ya que dichas predicciones permiten tomar en el instante t decisiones que eviten que las variables controladas en $t + k$ excedan los límites deseados. Esta es una característica diferencial de los métodos del control predictivo que no poseen otro tipo de controladores.

Ley de Control a obtener.

Para obtener los valores $u(t + k | t)$ será necesario minimizar la función J de la ecuación (1.1). Para ello se calculan los valores de las salidas predichas $\hat{y}(t + k | t)$ en función de valores pasados de entradas y salidas y de señales de control futuras, haciendo uso del modelo que se haya elegido y se sustituyen en la función de costo, obteniendo una expresión cuya minimización conduce a los valores buscados (Bordóns, 2000).

De cualquiera de las maneras la obtención de la solución no resulta trivial pues existirán $P_2 - P_1 + 1$ variables independientes, valor que puede ser elevado (del orden de 10 a 30). Con la idea de reducir estos grados de libertad se puede proponer cierta estructura a la ley de control. Además se ha encontrado que esta estructuración de la ley de control produce una mejora en la robustez y en el comportamiento general del sistema, debido fundamentalmente a que el hecho de permitir la libre evolución de las variables manipuladas (sin estructurar) puede conducir a señales de control de alta frecuencia no deseables y que en el peor de los casos podrían conducir a la inestabilidad.

Esta estructura de la ley de control se plasma en el uso del concepto de horizonte de control (M), que consiste en considerar que tras un cierto intervalo $M < P_2$ no hay variación en las señales de control propuestas, es decir:

$$\Delta u(t + k - 1) = 0 \quad k > M \quad (1.4)$$

lo cual es equivalente a dar pesos infinitos a los cambios en el control a partir de cierto instante. El caso límite sería considerar M igual a 1 con lo que todas las acciones futuras serían iguales a $u(t)$ (Bordóns, 2000).

1.3 Control Predictivo Robusto

Los controladores predictivos como su nombre indica están basados en un modelo nominal, que generalmente es inexacto. En la práctica es muy importante que los controladores funcionen bien, incluso cuando el comportamiento dinámico del proceso real sea diferente del descrito por el modelo nominal.

Así, todo controlador predictivo tiene que contemplar ciertos aspectos de robustez, es decir, buena operación de la planta en presencia de falta de información sobre el funcionamiento de algunas partes de la misma. La mejor manera de conseguir características de robustez en un sistema de control es intentar representar de alguna manera esta falta de información para poder incorporarla en el proceso de análisis y diseño. Esto permite tener en cuenta, de manera directa, la robustez del sistema de control que se está diseñando (Serrano, 1994).

1.3.1 Incertidumbres

La mayor parte de las herramientas tradicionales usadas para modelar problemas de toma de decisiones son deterministas. Por determinista se entiende que el modelo se conoce con precisión (Mula, 2004; Maccarthy and Liu, 1993). La precisión asume que los parámetros de un modelo representan exactamente la percepción del fenómeno o las características del sistema modelado. Según Galbraith, la diferencia entre la cantidad de información requerida para ejecutar una tarea y la cantidad de información que realmente se tiene se entiende como *incertidumbre* (Galbraith, 1973). En Control de Procesos, la incertidumbre del modelo (figura 1.2), es el concepto general que se refiere a las desviaciones de la dinámica del modelo con relación al proceso (planta) real (Limón, 2002).

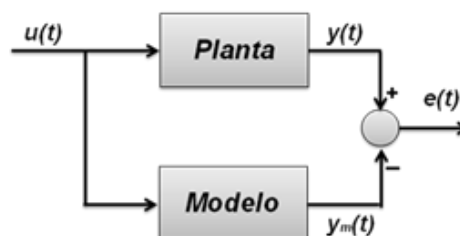


Figura 1.2 Incertidumbre en el modelo

Como se ha visto, el control predictivo está basado en la determinación de la evolución futura del sistema, para lo cual es necesario disponer de un modelo que exprese la dinámica del sistema a controlar. Sin embargo, es muy difícil, la obtención de un modelo de un sistema tal que caracterice el comportamiento del sistema real con total exactitud.

Esto se puede deber a diversas causas como la presencia de fenómenos no modelados, la simplificación de modelos y la consideración de parámetros inexactos. Por tanto, todo modelo tiene asociado errores en el modelado o incertidumbres, que hacen que exista una discrepancia entre el comportamiento predicho y el comportamiento futuro del sistema real (Limón, 2002).

Existen diversas formas de representar las incertidumbres. Estas representaciones varían según la estructuralidad que contengan, reflejando de algún modo el conocimiento de los mecanismos físicos que causan la discrepancia entre el modelo y el proceso, así como la capacidad de formalizar estos mecanismos de forma que puedan ser manipulados.

En muchos casos las incertidumbres se pueden expresar en forma *estructurada*, como expresiones en función de unos determinados parámetros que puedan ser considerados en la función de transferencia y se dan generalmente a bajas frecuencias (Foo y Soh, 1993). Sin embargo, siempre suele haber errores remanentes a altas frecuencias que no pueden modelarse así, constituyendo lo que serían incertidumbres *no estructuradas* (J. C. Doyle y G. Stein, 1981).

Dentro de las incertidumbres estructuradas se pueden considerar dos casos (Bordóns, 1994):

- ***Incetidumbres en los valores de los parámetros del modelo (paramétrica)*** sin cambiar la estructura de este, es decir, cada parámetro podrá encontrarse dentro de un determinado intervalo. Aparecen con mucha frecuencia en los problemas de control y pueden deberse a causas como que los valores nominales de los parámetros del modelo son aproximaciones de los valores reales, y pueden variar debido a las no linealidades del proceso o cambios en el punto de operación.

- **Incetidumbres por dinámica inmodelada**, hacen variar el orden del modelo que describe el proceso. Son incertidumbres que poseen cierta estructura, ya que pueden modelarse mediante la adición de nuevos términos a la función de transferencia del modelo, pero estos términos no son simple parámetros, sino que incluyen dinámica. La existencia de un nuevo polo sin modelar y los cambios en el retardo son los factores que se consideran más relevantes en este tipo de incertidumbre.

Existen diferentes maneras de modelar las incertidumbres no estructuradas, y la idoneidad de cada una depende en gran medida del tipo de controlador que se ha de emplear.

1.3.2 Descripción de la Incertidumbre

El controlador diseñado en base a un modelo puede no responder a las prestaciones esperadas cuando se aplique sobre el proceso real. Para tratar este problema es necesario conocer como describir la incertidumbre asociada a la dinámica del proceso y deducir después las ecuaciones que resultan al considerar esta incertidumbre.

Se tiene un modelo $G_0(s)$ del proceso (nominal) que representa más o menos bien el proceso real. Este proceso real, debido a variaciones en las condiciones de operación, degradación de componentes, entre otras, no será un proceso fijo con una dinámica fija, sino que presentará unas características variables en el tiempo. Dado que el controlador que se diseña ha de operar bajo todas estas variaciones, el proceso real se describirá a partir de las variaciones que puede experimentar en relación al modelo nominal. Esto proporciona un conjunto de plantas para las cuales el controlador diseñado tendrá que conseguir las especificaciones.

Así se tendrá en cuenta la presencia de incertidumbres a la hora de diseñar el controlador, considerando que la dinámica de la planta no está descrita por un único modelo LTI sino por una familia F de modelos o plantas LTI (Serrano, 1994).

La familia F de modelos estará descrita por:

$$F = \{G(e^{j\omega}): |G(e^{j\omega}) - G_0(e^{j\omega})| \leq r_a(\omega)\} \quad (1.5)$$

donde:

$r_a(\omega)$: función real que expresa la incertidumbre asociada a cada frecuencia.

de manera que cualquier miembro de la familia adoptará la forma:

$$G(e^{j\omega}) = G_0(e^{j\omega}) + \Delta\alpha(e^{j\omega}) \quad (1.6)$$

donde:

$$|\Delta\alpha(e^{j\omega})| \leq r_a(\omega) \quad (1.7)$$

Esta incertidumbre $\Delta\alpha(e^{j\omega})$ se llama **Incetidumbre Aditiva**, ya que perturba la planta aditivamente. Consiste en suponer que todas las incertidumbres se pueden agrupar en un vector, el cual se añade a la ecuación de predicción, por tanto estas afectan a la capacidad de predicción del modelo (Ramos, *et. al.*, 2007). Son sencillas de identificar, más fáciles de tratar que otras posibles representaciones de las incertidumbres y además permiten modelar un amplio espectro de discrepancias en el modelo (figura 1.3).

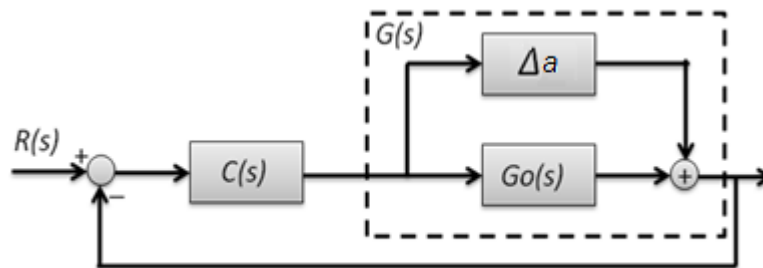


Figura 1.3 Incertidumbres Aditivas

Estas pueden representar discrepancias entre modelos que dependan del estado o de las salidas del sistema y proveen una información poco precisa del comportamiento de la planta real. Proveen un modelo sencillo de incertidumbres que además facilita el análisis del comportamiento del sistema incierto, aunque su determinación puede ser una tarea difícil en sistemas no lineales (Limón, 2002).

Una descripción alternativa de esta familia de plantas F se obtiene a partir de definir:

$$\Delta m(e^{j\omega}) = \frac{\Delta\alpha(e^{j\omega})}{G_0(e^{j\omega})} \quad (1.8)$$

$$r_m(\omega) = \frac{r_a(\omega)}{|G_0(e^{j\omega})|} \quad (1.9)$$

de manera que se puede escribir F como:

$$F = \left\{ G(e^{j\omega}): \frac{|G(e^{j\omega}) - G_0(e^{j\omega})|}{|G_0(e^{j\omega})|} \leq r_m(\omega) \right\} \quad (1.10)$$

pudiéndose escribir cualquier miembro de la familia como:

$$G(e^{j\omega}) = (1 + \Delta m(e^{j\omega})) G_0(e^{j\omega}) \quad (1.11)$$

donde:

$$|\Delta m(e^{j\omega})| \leq r_m(\omega) \quad (1.12)$$

Esta incertidumbre $\Delta m(e^{j\omega})$ se llama **Incetidumbre Multiplicativa**. Por definición, la incertidumbre multiplicativa indica el porcentaje de desconocimiento que se tiene de la planta en cada frecuencia. Este porcentaje suele aumentar con la frecuencia y siempre habrá una a partir de la cual el desconocimiento del sistema sea total, o sea, una frecuencia a partir de la cual el valor de la incertidumbre multiplicativa supere la unidad. Este tipo de incertidumbre es más difícil de cuantificar (figura 1.4).

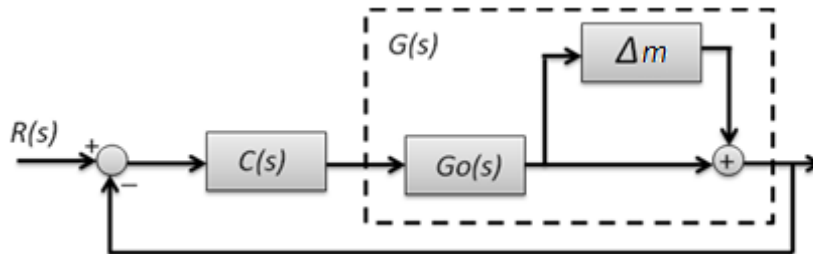


Figura 1.4 Incertidumbres Multiplicativas

Es importante remarcar que además de estos dos tipos de descripciones existen otras. El propósito de las mismas es poder escoger la que mejor refleje el conocimiento de la planta y de la incertidumbre asociada. En la tabla 1.1 se resumen las descripciones de las incertidumbres más comunes (Serrano, 1994). La planta real $G(s)$ se expresa en función del modelo nominal $G_0(s)$.

Tabla 1.1 Descripciones de las incertidumbres más comunes

Incertidumbre	Descripción	Acotación
<i>Aditiva</i>	$G(s) = G_0(s) + \Delta\alpha(s)$	$ \Delta\alpha(s) \leq r_a$
<i>Multiplicativa</i>	$G(s) = (1 + \Delta m(s))G_0(s)$	$ \Delta m(s) \leq r_m$
<i>Aditiva Inversa</i>	$G(s) = G_0(s)(1 + \Delta\alpha_i(s))^{-1}$	$ \Delta\alpha_i(s) \leq r_{ai}$
<i>Multiplicativa Inversa</i>	$G(s) = G_0(s)(1 + \Delta m_i(s)G_0(s))^{-1}$	$ \Delta m_i(s) \leq r_{mi}$

Las incertidumbres pueden provocar los siguientes efectos sobre el controlador MPC (Limón, 2002):

- La actuación obtenida, basada en un modelo sin incertidumbres, puede no ser óptima para el sistema real incurriendo en un costo mayor, y por tanto, en un peor comportamiento del sistema.
- El sistema real puede evolucionar a estados en los que el control MPC no es factible, es decir, en los que es imposible satisfacer todas las restricciones del sistema y por tanto el problema de optimización no tendría solución posible. Es decir, que las incertidumbres pueden hacer que el sistema, en su evolución, abandone el dominio de atracción del controlador, fuera del cual éste no está definido.
- La evolución del sistema podría hacerse inestable, a pesar del correcto diseño del controlador con el modelo sin incertidumbres. Por tanto es de relevante importancia la consideración de las mismas en el diseño del controlador, con el fin primordial de garantizar la estabilidad del sistema y la satisfacción de las restricciones impuestas.

Esto conduce a dos cuestiones fundamentales en el control: la primera es el *análisis de la estabilidad robusta* del sistema en lazo cerrado, es decir, la determinación del grado de incertidumbre que puede tener un sistema de forma que el controlador diseñado para el sistema nominal conserve la estabilidad en lazo cerrado. La segunda cuestión es el *diseño robusto*, en el cual, dado un sistema con un cierto grado de incertidumbres, se diseña un controlador tal que garantice la estabilidad del sistema en lazo cerrado, la satisfacción de las restricciones y de ser posible, ciertas características en su comportamiento (Limón, 2002).

1.3.3 Análisis para el diseño robusto

Para realizar el análisis y diseño de los controladores predictivos teniendo en cuenta la incertidumbre de los modelos, se parte de un proceso representado por un modelo $G_0(s)$, y cuyo esquema de control sea como el que se muestra en la figura 1.5.

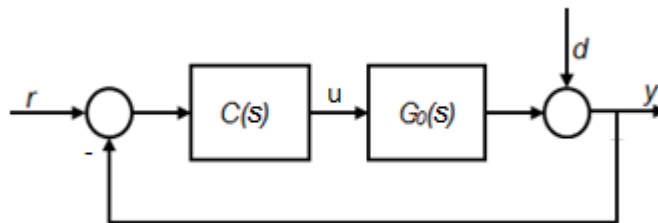


Figura 1.5 Esquema de un sistema de control

Como se puede ver, en este sistema de control se ha considerado también la presencia de señales de perturbación d . El problema de control consiste en mantener la variable controlada y en un cierto valor deseado. El controlador realizará la tarea correctora a partir de la señal de error construida como la diferencia existente entre la salida real del proceso y el valor deseado por la misma.

Otro punto a tener en cuenta en el proceso de diseño, es el hecho que el mismo se realizará a partir del modelo nominal $G_0(s)$, y que la dinámica de este modelo diferirá de la del proceso real. Esto añade más incertidumbre en la señal de error

esperada por el controlador, en el cual la componente correspondiente a la salida no será del tipo $y = G_0(s)u$.

Por tanto, se tienen dos fuentes de incertidumbres que causan una cierta falta de información en el esquema de control realimentado. Para poder tener en cuenta esta falta de información en el diseño del controlador, es conveniente ver como son las ecuaciones a lazo cerrado en presencia de estas señales y qué papel juega el controlador. Así, se tiene que la salida viene dada por:

$$y = \frac{G_0(s)C(s)}{1 + G_0(s)C(s)}r + \frac{1}{1 + G_0(s)C(s)}d \quad (1.13)$$

donde, si se definen las funciones Sensibilidad $S_0(s)$ y de Sensibilidad Complementaria $T_0(s)$ como:

$$S_0(s) = \frac{1}{1 + G_0(s)C(s)} \quad (1.14)$$

$$T_0(s) = \frac{G_0(s)C(s)}{1 + G_0(s)C(s)} \quad (1.15)$$

se obtiene:

$$y = T_0(s)r + S_0(s)d \quad (1.16)$$

Si el objetivo de control es obtener $y \approx r$, a partir de la ecuación (1.16), se debe tener:

$T_0(s) \approx 1$: Para conseguir $y \approx r$.

$S_0(s) \approx 0$: Para eliminar la perturbación d .

Uno de los objetivos que se persigue en el diseño de un sistema de control es que el controlador responda a las expectativas cuando se ponga a funcionar sobre la planta real. Este objetivo suele ser muy difícil de cumplir, por lo que resulta ventajoso dividirlo en dos partes: nominal y robusto. Esta división se basa en el hecho que la representación que se tienen de la planta a partir de un cierto modelo nominal $G_0(s)$ es tan solo una aproximación y, por tanto, tiene asociada una incertidumbre a través de la cual, se contemplan las diferentes dinámicas que es

posible que se encuentre el controlador cuando se implemente para operar con la planta real (Serrano, 1994).

La existencia de un modelo nominal y de funciones de incertidumbres nos permite hablar de:

Objetivos Nominales: donde se tiene en cuenta el funcionamiento del controlador únicamente sobre el modelo nominal $G_0(s)$ del sistema. En este caso se exigirá que el controlador estabilice el modelo nominal, dando lugar a la estabilidad nominal, y que mantenga el error entre la salida de la planta y la referencia lo más pequeño posible para dicho modelo, con lo cual se tiene el rendimiento nominal. El requerimiento de estabilizar este sistema puede expresarse en términos de los resultados clásicos de la teoría de la estabilidad, que establece criterios para asegurar que ciertos polinomios tengan sus raíces en una determinada región del plano complejo.

Objetivos Robustos: donde se tiene en cuenta el funcionamiento del controlador para los miembros de la familia de plantas F especificada a partir de las funciones de incertidumbres. En este caso se exigirán los requerimientos de estabilidad robusta (el sistema a lazo cerrado sea estable para cualquier planta perteneciente a la familia de posibles plantas) y de rendimiento robusto (el error entre la salida de la planta y la referencia lo más pequeño posible para cualquier planta perteneciente a la familia especificada).

El requerimiento de estabilidad robusta impone una condición sobre la norma infinito de la función de Sensibilidad o de la función Sensibilidad Complementaria sobre la que actúa la función de cota de la incertidumbre como función de peso (Serrano, 1994). En la tabla 1.2 se resumen las condiciones de estabilidad robusta para las descripciones de la incertidumbre.

Tabla 1.2 Condiciones de estabilidad robusta

Incetidumbre	Descripción	Condición
<i>Aditiva</i>	$G(s) = G_0(s) + \Delta\alpha(s)$	$\ KS_0r_\alpha\ _\infty < 1$
<i>Multiplicativa</i>	$G(s) = (1 + \Delta m(s))G_0(s)$	$\ T_0r_m\ _\infty < 1$
<i>Aditiva Inversa</i>	$G(s) = G_0(s)(1 + \Delta\alpha_i(s))^{-1}$	$\ S_0r_{\alpha i}\ _\infty < 1$
<i>Multiplicativa Inversa</i>	$G(s) = G_0(s)(1 + \Delta m_i(s)G_0(s))^{-1}$	$\ G_0S_0r_{mi}\ _\infty < 1$

1.3.4 Diseño de controladores Min – Max MPC

Una de las limitaciones del MPC es la necesidad de contar con un modelo de predicción realista, pero a la vez simple, de manera que se satisfagan los requisitos de cálculo necesarios para obtener la señal de control en tiempo real. Sin embargo, el empleo de tales modelos supone que en realidad se considera una dinámica simplificada de la planta, que no puede contemplar todos los aspectos de esta, lo que provocará diferencias entre los valores predichos y los valores reales de la salida del proceso. Para solucionar los problemas ocasionados por estas discrepancias, se ha de considerar explícitamente de alguna manera la incertidumbre en el cálculo de la señal de control. Aquellos sistemas de control que consideran explícitamente las incertidumbres de modelado se denominan sistemas de control robustos.

Existen diversas formas de diseñar el MPC teniendo en cuenta la incertidumbre o discrepancias entre el modelo y la planta. Una de ellas es la que considera el peor caso posible de la salida. De esta manera no se minimiza un criterio que considera el valor nominal de la salida del proceso, sino que se minimiza el máximo de los valores que puede tomar la función objetivo para todos los valores considerados de la incertidumbre, es decir, la secuencia óptima de actuaciones se calcula como:

$$u^* = \underset{u \in U}{\operatorname{argmin}} \max_{\theta \in \Theta} J(u, \theta) \quad (1.17)$$

donde θ representa la incertidumbre y es el conjunto de valores considerados de la incertidumbre, el cual suele ser un conjunto convexo.

La forma más usual de $J(u, \theta)$ es un criterio cuadrático:

$$J(u, \theta) = \left\{ \sum_{k=P_1}^{P_2} \delta(k) [\hat{y}(t+k|t) - r(t+k)]^2 + \sum_{k=1}^M \lambda(k) [\Delta u(t+k-1)]^2 \right\} \quad (1.18)$$

donde $\Delta = 1 - z^{-1}$.

A las estrategias de control predictivo que descansan sobre un problema Min – Max como el anterior se las conoce como control predictivo Min – Max o Min – Max MPC (MMMPC). Al igual que en el caso del MPC nominal, no existe una forma única de MMMPC y dependiendo del tipo de modelo, función objetivo y sobre todo de la manera de representar la incertidumbre se tendrán diversos tipos de MMMPC. Una de las formas más empleadas es la técnica de incertidumbres globales acotadas (Camacho y Bordóns, 2004).

En esta tesis se ha escogido el Min-Max MPC con incertidumbres multiplicativas acotadas y criterio cuadrático. Esta formulación es sencilla desde un punto de vista conceptual, y al estar formulada sobre modelos de función de transferencia es muy apropiada a la hora de implementarla sobre procesos industriales.

Considérese un sistema discretizado en el tiempo cuya dinámica viene definida por:

$$y(t+1) = f(y(t), \dots, y(t-n_y), u(t), \dots, u(t-n_u), d(t), \dots, d(t-n_d), \psi) \quad (1.19)$$

Donde $y(t) \in Y$ y $u(t) \in U$ son vectores de salidas y entradas de dimensiones n_y y n_u , respectivamente, $\psi \in \Psi$ es un vector de parámetros y $d(t) \in D$ es un vector de variables perturbadoras (Camacho y Bordóns, 2004).

Usualmente se consideran que los parámetros del modelo están definidos dentro de una banda de incertidumbre alrededor de los parámetros nominales. Lo más práctico es considerar todos los errores globalizados (Camacho y Bordóns, 2004) de forma que la planta se describe por la siguiente familia de modelos:

$$\hat{y}(t+1) = \hat{f}(y(t), \dots, y(t-n_{n_a}), u(t), \dots, u(t-n_{n_b}), \theta) \quad (1.20)$$

donde $\hat{y}(t + 1)$ es la predicción de la salida para el instante $(t + 1)$ generada por los modelos de la familia; \hat{f} es una función vector, usualmente una simplificación de f ; n_{n_a} y n_{n_b} son el número de salidas pasadas, entradas pasadas consideradas por el modelo; y $\theta \in \theta$ es un vector de incertidumbres sobre el modelo. Nótese que las variables $d(t)$ que afectan a la respuesta del proceso no se consideran por el modelo (Camacho y Bordóns, 2004).

La dinámica del proceso (1.19) está completamente descrita por la familia de modelos (1.20) si para cada posible $y(t), \dots, y(t - n_y) \in Y, u(t), \dots, u(t - n_u) \in U, d(t), \dots, d(t - n_d) \in D$ y $\psi \in \Psi$ existe un valor del vector de parámetros $\theta_i \in \theta$ tal que $y(t + 1) = \hat{y}(t + 1)$. La forma de definir los parámetros de incertidumbres θ y su dominio θ depende de la estructura de f, \hat{f} y el grado de certeza sobre el modelo.

Aunque esta descripción es más conservadora, es más fácil de obtener y mucho más intuitiva y refleja lo buena que es la predicción a un paso del modelo. Otra ventaja a destacar de esta descripción es que la ecuación de predicción es afín con el vector de incertidumbre pudiéndose escribir como:

$$y = G_u u + G_\theta \theta + G_x x(t) \quad (1.21)$$

donde G_u : matriz que relaciona las salidas y las entradas de control, G_θ : matriz de las incertidumbres y G_x matriz de los estados.

Al utilizar esta descripción no se asume que el proceso sea lineal, aunque el modelo lo sea. Esta descripción asume únicamente que el modelo puede predecir con toda certeza cuál va a ser el valor de las variables de salida del proceso en el próximo instante de muestreo con un grado de tolerancia determinado. La hipótesis que se hace es que las incertidumbres están acotadas; de hecho, $\theta(t)$ podrían ser funciones de las entradas y salidas pasadas (estado) (Camacho y Bordóns, 2004).

Robustez y Restricciones para Min – Max MPC.

Una de las características más apreciadas del control predictivo es su capacidad para considerar restricciones en el cálculo de la señal de control. Una forma de hacer un controlador predictivo robusto es imponer que las condiciones de estabilidad se verifiquen para cualquiera de las restricciones. Las condiciones de estabilidad en control predictivo requieren en general que la función objetivo contenga un costo terminal y que el estado al final del horizonte de control este incluido en una región terminal (Mayne, *et. al.*, 2000).

La mayor parte de las restricciones que pueden actuar sobre un proceso pueden ser descritas por (Camacho y Bordóns, 2004):

$$Ru \leq r + Vx(t) \quad (1.22)$$

Las matrices R, r , y V dependen de los parámetros del proceso y de los valores límites de las variables del proceso, por lo que sólo tienen que ser calculadas cada vez que los parámetros o los límites cambien.

El control predictivo robusto consiste en encontrar los movimientos de control futuro minimizando la función objetivo y forzando al estado terminal alcanzar la región terminal para todos los valores posibles de las incertidumbres (Camacho y Bordóns, 2004):

$$\begin{aligned} & \min_u J(x(t), u) \\ \text{s. a. } & \left. \begin{aligned} Ru &\leq r + Vx(t) \\ x(t+N) &\in \Omega_T \end{aligned} \right\} \forall \theta \in \Theta \end{aligned} \quad (1.23)$$

donde el conjunto terminal Ω_T se define usualmente como un poliedro $\Omega_T = \{R_T x \leq r_T\}$. Las restricciones $R_u \leq r + Vx(t)$ corresponden a las restricciones de operación. El vector $r = r_0 + R_\theta \theta$ depende de forma afín de las incertidumbres θ . El vector de predicciones se puede escribir como:

$$x = G_u u + G_\theta \theta + F_x x(t) \quad (1.24)$$

Tomando las filas correspondientes a $x(t + N)$ y sustituyendo en las restricciones de región terminal,

$$R_T (g_{u_N}u + g_{\theta_N}\theta + F_{x_N}x(t)) \leq r_T \quad (1.25)$$

donde g_{u_N} , g_{θ_N} , y F_{x_N} son las últimas n filas de G_u , G_θ y F_x respectivamente, con $n = \dim(x)$. La parte izquierda de la desigualdad (1.25) depende de forma afín del vector de incertidumbre θ . El problema (1.23)

$$\text{resul } \left. \begin{array}{l} \min_u J(x(t), u) \\ \text{s. a. } \left. \begin{array}{l} Ru \leq r + Vx(t) \\ x(t + N) \in \Omega_T \end{array} \right\} \forall \theta \in \theta \end{array} \right\} \text{ta un problema de Programación Cuadrática}$$

(QP) o LP (dependiendo de la función objetivo) con un número infinito de restricciones (Camacho y Bordóns, 2004). Como las restricciones son afines, si las mismas se cumplen en los vértices del poliedro, se verifican para todos los puntos en su interior, por lo que el número infinito de restricciones se transforma en un número finito (aunque muy grande). El problema se puede expresar como:

$$\text{s. a. } \left. \begin{array}{l} \min_u J(x(t), u) \\ Ru \leq r_0 + R_\theta \theta_i + Vx(t) \\ R_T (g_{u_N}u + g_{\theta_N}\theta + F_{x_N}x(t)) \leq r_T \end{array} \right\} \forall \theta_i \in \varepsilon \quad (1.26)$$

donde ε es el conjunto finito de puntos extremos (vértices) de θ .

Predicciones en Lazo Cerrado.

Al resolver el problema Min – Max la solución tiene que satisfacer las restricciones para todos los valores posibles de las incertidumbres. En muchos casos estas condiciones plantean problemas de no-factibilidad porque el tamaño de la banda de las predicciones crece de tal forma que es imposible satisfacer las restricciones. Esta forma de operar no tiene en cuenta hasta sus últimas consecuencias el concepto de horizonte deslizante. La secuencia de control $u(t)$, $u(t + 1)$... $u(t + M - 1)$ se calcula para todo el horizonte sin ninguna información sobre las incertidumbres. Sin embargo en la realidad cuando haya que

calcular $u(t + k)$ el controlador ya tiene información sobre las incertidumbres hasta ese instante de tiempo (Camacho y Bordóns, 2004).

Algunas veces se hace necesario reducir la banda de la incertidumbre de la predicción. Una forma es utilizar una realimentación lineal (Bemporad, 1998), (Chisci *et. al.*, 2001) del vector de estado antes de aplicar el control predictivo. Es decir, hacer:

$$u(t + k) = -Kx(t + k|t) + v(t + k) \quad (1.27)$$

donde K es una realimentación que estabiliza al sistema y la variable auxiliar, $v(t)$ es la referencia para el lazo interno y la variable manipulable para el controlador predictivo. De esta forma se consigue disminuir el tamaño de la banda de incertidumbre de la predicción.

Metodología para el diseño MMMPC.

El Min – Max MPC tiene la ventaja que, si se logra acotar la incertidumbre del modelo del proceso a controlar, se puede sintonizar el controlador de manera que funcione adecuadamente aunque varíen los parámetros del proceso. Esta técnica en general proporciona diseños muy conservadores sobre todo si se pretende obtener un rendimiento robusto.

En este trabajo se propone un método que trata que el controlador tenga estabilidad robusta y rendimiento nominal, de forma que asegure la estabilidad para cualquier planta de la familia y un rendimiento para el modelo nominal.

El procedimiento de diseño del controlador predictivo Min – Max que se emplea en esta investigación, consta de los siguientes pasos:

1. Descripción de la familia de plantas para las que se han de cumplir los objetivos robustos.
2. Determinación del modelo del peor caso de la familia de plantas.
3. Sintonía de los parámetros del controlador.
4. Verificar que el sistema incierto a lazo cerrado cumple los objetivos nominales y los objetivos robustos.

A continuación se describen:

1. *Descripción de la familia de plantas para las que se han de cumplir los objetivos robustos.*

Se emplean incertidumbres paramétricas acotadas en los casos de estudio. Partiendo del modelo nominal del proceso y utilizando la descripción multiplicativa de la incertidumbre, se construye la familia de plantas F utilizando las ecuaciones (1.10), (1.11) y (1.12).

Dado que el diseño del controlador predictivo se realiza a partir de modelos, cada modelo continuo generado por la combinación de los posibles valores de los parámetros, será un miembro de la familia F . Para cada uno se calcula la incertidumbre multiplicativa asociada respecto al modelo nominal mediante la expresión:

$$\Delta m(e^{j\omega}) = \frac{|G(e^{j\omega}) - G_0(e^{j\omega})|}{|G_0(e^{j\omega})|} \quad (1.28)$$

Para poder definir esta familia se debe hallar su correspondiente función de cota $r_m(\omega)$ a partir graficar los diferentes $\Delta m(e^{j\omega})$ que se han encontrado (ecuación (1.12)), es decir:

$$|\Delta m(e^{j\omega})| \leq r_m(\omega)$$

Entonces, una vez que tenemos la gráfica de la incertidumbre Δm , el problema de encontrar la cota r_m , resulta en un problema de diseño de filtros, es decir, se quiere que la ganancia de este filtro en las zonas de altas y bajas frecuencias sea la cota superior de las incertidumbres.

Hay muchos filtros que cumplen esta especificación, pero la idea es escoger un filtro sencillo que se ajuste lo más posible a las curvas de incertidumbre a altas frecuencias.

Esta función $r_m(\omega)$ servirá para establecer la función de peso a aplicar a la función de sensibilidad complementaria T_0 a la hora de plantear la condición de estabilidad robusta.

2. Determinación del modelo del peor caso de la familia de plantas.

Con esta familia de plantas y su cota r_m se determina el modelo del peor caso del proceso con incertidumbres, para ello se sustituye en (1.11) la incertidumbre Δm por la cota r_m , quedando:

$$G(e^{j\omega}) = (1 + r_m(e^{j\omega})) G_0(e^{j\omega}) \quad (1.29)$$

3. Sintonía de los parámetros del controlador robusto.

El siguiente paso es sintonizar los parámetros del MMMPC lineal para que sea robustamente estable. El controlador debe calcular las salidas predichas en cada período de muestreo utilizando el modelo del peor caso obtenido, calculando y enviando al sistema las señales de control futuras mediante el uso de un esquema de optimización. Dichas señales junto a las señales de control pasadas, permiten que la salida siga lo más cerca posible la trayectoria de referencia r . El controlador toma en consideración además, las restricciones que puedan existir incorporándolas directamente dentro de la tarea de optimización.

La acción de control calculada por el controlador en cada instante de tiempo k , se obtiene resolviendo el problema de optimización dado por la ecuación (1.17), utilizando la función de costo planteado en (1.18), teniendo en cuenta las restricciones, ecuación (1.22).

4. Verificar que el sistema incierto cumple los objetivos nominales y robustos a lazo cerrado.

La existencia de un modelo nominal y de funciones de incertidumbres permite hablar de objetivos nominales y robustos, por lo que se debe verificar que ambos objetivos se cumplan a lazo cerrado.

Estabilidad del sistema nominal: se verifica a través del análisis de los polos del sistema o la Sensibilidad Complementaria $T_0(s)$, ecuación (1.15). Si dichos polos se encuentran en el semiplano izquierdo del plano complejo, entonces se dice que el sistema es estable.

Estabilidad del sistema robusto: aunque el sistema nominal sea estable, esto no garantiza que el sistema incierto cumpla los requerimientos de estabilidad robusta, pues pueden existir valores de los parámetros para los cuales el sistema sea inestable. Determinar los valores de los mismos, es lo que se conoce como cálculo de la estabilidad robusta. Si el sistema incierto es estable para todos los valores de los parámetros, entonces el mismo es robustamente estable.

Se puede comprobar la estabilidad robusta verificando la condición de estabilidad para incertidumbres de tipo multiplicativa (tabla 1.2), es decir:

$$\|T_0 r_m\|_\infty < 1$$

Además se analiza la robustez al rechazo de perturbaciones. Para ello se determina la función de Sensibilidad, ecuación (1.14). Esta función es una medida estándar del desempeño del sistema realimentado. En el dominio del tiempo esta indica cuan bien una perturbación de tipo escalón puede ser rechazada.

1.4 Uso del MatLab para el Control Predictivo Min – Max

MatLab es un programa interactivo para computación numérica y visualización de datos. Es ampliamente usado por ingenieros de control en el análisis y diseño, posee además una extraordinaria versatilidad y capacidad para resolver problemas en matemática aplicada, física, química, ingeniería, finanzas y muchas otras aplicaciones (Morari, *et. al.*, 1998). Este programa goza en la actualidad de un alto nivel de implantación en escuelas y centros universitarios, así como en departamentos de investigación y desarrollo de muchas compañías industriales nacionales e internacionales.

Para propósitos de ingeniería en control se ha impuesto con gran fuerza el uso del MatLab, por las facilidades que ofrece para la identificación, el control, sus prestaciones para la simulación a través de su toolbox *Simulink* y para el control predictivo de procesos el toolbox *MPC*.

Simulink usa un ambiente gráfico de programación para realizar cálculos basados en modelos, análisis y simulación de una amplia variedad de sistemas físicos y

matemáticos, proporcionando recursos en sus bibliotecas para incluir elementos de no linealidades duras en los proyectos y para el trabajo con MPC. En este trabajo se utiliza para la simulación de la estrategia de control robusta propuesta aplicada a procesos no lineales.

La herramienta dedicada al Control Predictivo Basado en Modelo (*Model Predictive Control Toolbox*) incorpora una colección de funciones (comandos) desarrollado para el análisis y el diseño de sistemas de control predictivo. Las funciones permiten tratar sistemas monovariantes y multivariantes, así como la incorporación de restricciones en la salida y/o en los estados. Esta herramienta permite el uso de modelos en espacio de estados y de función de transferencia para el diseño del controlador. Se pueden desarrollar simulaciones, tanto para modelos lineales como no lineales, e incluir retrasos de tiempo (Morari y Ricker, 1998).

Las rutinas incluidas en dicho toolbox se dividen en dos categorías básicas: las rutinas que utilizan una descripción del modelo de Respuesta a Escalón y las que utilizan una descripción del modelo de Espacio de Estado. Además, herramientas simples de identificación son empleadas para identificar datos de la planta desde un modelo de Respuesta a Escalón. Por último, hay varias rutinas de conversión, las cuales convierten los modelos en diferentes formatos y rutinas de análisis que ayudan a determinar la estabilidad del sistema sin restricciones, etc.

Para el tratamiento de las incertidumbres el MatLab tiene una colección de funciones en el toolbox de *Control Robusto* (Robust Control Toolbox). Estas son útiles en el análisis y diseño de sistemas de control de múltiples entradas y salidas con incertidumbres. Los modelos de los sistemas inciertos pueden contener incertidumbres en los parámetros y dinámicas no modeladas. Posee también, herramientas para el análisis de los márgenes de estabilidad y el desempeño del peor de los casos de la familia de plantas. Es posible el trabajo tanto en el dominio del tiempo como en el dominio frecuencial.

Conclusiones del Capítulo I

Se arribaron a las siguientes conclusiones:

- Se presentó la evolución histórica del Control Predictivo basado en Modelos, con lo que se demuestra el auge que ha alcanzado esta técnica de control.
- Se brindaron los aspectos teóricos fundamentales que definen la estructura de Control Predictivo Basado en Modelo, reconocida como una de las técnicas de mayor aplicación en los procesos industriales.
- Se analizaron los fundamentos teóricos del control robusto y la necesidad de tener en cuenta la incertidumbre a la hora del diseño del controlador por los efectos que la misma puede provocar en los lazos de control.
- Se caracterizó el MMMPC con incertidumbres globales acotadas y criterio cuadrático, evidenciándose que existen algunos resultados para casos muy simples, pero que todavía queda mucho por hacer.
- Se ofreció una pequeña descripción del software MatLab, así como de los toolboxes que se utilizan para implementar el control predictivo Min – Max en los casos de estudio.

Capítulo II. Diseño del Control Predictivo Min – Max

Introducción

En el capítulo se presenta el diseño del Control Predictivo Mín – Max (MMMPC) con incertidumbres multiplicativas acotadas. El control propuesto se aplica a tres casos de estudio:

1. Intercambiador de Calor con camisa.
2. Reactor de Van de Vusse.
3. Fermentador.

Para cada caso de estudio, se determina la familia de plantas y se brindan las condiciones de diseño del MMMPC. Por último, se muestran los resultados de las simulaciones ante cambios en la referencia y perturbaciones, así como con restricciones, y se realiza la comparación con el MPC. Para la obtención de estos resultados se hace uso de los toolboxes de *Control Robusto*, *Control Predictivo* y *Simulink* del MatLab.

2.1 Intercambiador de Calor con Camisa

Con gran frecuencia en los procesos químico – tecnológicos se emplean tanques encamisados calentados con vapor o con circulación de agua fría u otro fluido refrigerante por el lado de la camisa. En este caso la superficie de transferencia de calor la forman las paredes y el fondo del propio equipo.

En este primer caso de estudio, se considera un tanque encamisado con agitación como se muestra en la figura 2.1, que se utiliza para calentar una corriente de fluido dentro del recipiente que está bien agitado. Por el lado de la camisa se introduce vapor saturado y el condensado que se produce es extraído continuamente (Bychko, 1989).

Se desea controlar la temperatura del fluido a la salida del Intercambiador de Calor (θ_s) manipulando la válvula que permite el paso del flujo de vapor (G_v) hacia la camisa; la perturbación del sistema es la temperatura del fluido a la entrada del tanque (θ_e).

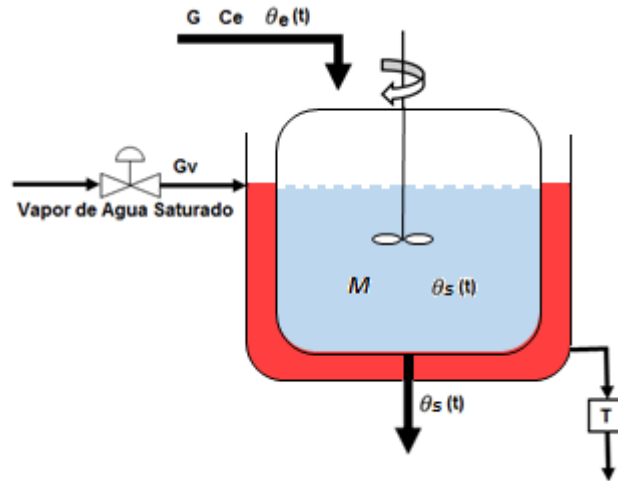


Figura 2.1 Intercambiador de Calor con camisa

Modelo del Intercambiador de Calor.

Para estudiar el comportamiento dinámico de este sistema de intercambio energético, es necesario analizar las leyes de conservación de la energía. Aplicando el balance de energía se obtiene:

$$GCe\theta_e(t) + G_v(t)\lambda_v - GCe\theta_s(t) = MCe\frac{d\theta_s(t)}{dt} \quad (2.1)$$

siendo:

G : Flujo másico del líquido a calentar.

C_e : Calor específico del líquido.

M : Masa de líquido retenida en el tanque.

λ_v : Conductividad térmica.

Realizando un trabajo matemático en (2.1) se tiene que la función de transferencia del Intercambiador de Calor con camisa es:

$$\theta_s(s) = \frac{\lambda_V / GC_e}{\left(\frac{M}{G}s + 1\right)} G_V(s) + \frac{1}{\left(\frac{M}{G}s + 1\right)} \theta_e(s) \quad (2.2)$$

Sustituyendo los valores nominales que se muestran en la tabla 2.1 en la ecuación (2.2), se obtiene que el modelo nominal del Intercambiador de Calor es:

$$G_0(s) = \theta_s(s) = \frac{35.7}{(16s + 1)} G_V(s) + \frac{1}{(16s + 1)} \theta_e(s) \quad (2.3)$$

Tabla 2.1 Parámetros nominales y rango de incertidumbres del Intercambiador de Calor

Parámetro	Símbolo	Valor	Dimensión
Masa	M	400 ± 10	kg
Conductividad térmica	λ_V ,	$535.5 \pm 20\%$	$kcal/kg$
Flujo másico del líquido a calentar	G	25 ± 5	kg/h
Calor específico del líquido	C_e	0.6	$kcal/kg^\circ C$

El punto de operación es el siguiente:

Temperatura a la salida (θ_s): 60 °C

Variable manipulada (G_V): 0.56 kg/h

Temperatura de entrada: (θ_e): 40 °C

2.1.1 Diseño del Controlador Predictivo Min – Max en el Intercambiador de Calor

Para el diseño del MMMPC en el Intercambiador de Calor con camisa, se siguen los pasos descritos en la sección 1.3.4 y se emplean incertidumbres paramétricas acotadas en los parámetros: *Masa*, *Conductividad térmica*, y *Flujo másico del líquido a calentar* y sus valores se muestran en la tabla 2.1.

Partiendo del modelo nominal (2.3) y utilizando incertidumbre multiplicativa se construye la familia de plantas F utilizando las ecuaciones (1.10), (1.11) y (1.12). En MatLab, este proceso se realiza con las funciones *ureal* (crea los elementos inciertos) y *uss* (construye la familia de plantas). Para la obtención de la cota r_m se emplea el comando *wcgain*, el cual calcula la máxima ganancia en el dominio frecuencial, sobre todos los valores admisibles de los elementos inciertos.

Con esta familia de plantas y su cota r_m se determina el modelo del peor caso del proceso con incertidumbres (1.29). En este caso los valores de los parámetros del peor caso son los mostrados en la tabla 2.2.

Tabla 2.2 Valores de los parámetros del Intercambiador de Calor para el peor caso.

Parámetro	Símbolo	Valor	Dimensión
Masa	M	410	kg
Conductividad térmica	λ_v ,	642.6	$kcal/kg$
Flujo másico del líquido a calentar	G	20	kg/h

La figura 2.2 muestra la familia de plantas, el modelo nominal y el peor caso del Intercambiador de Calor con incertidumbres paramétricas, cuando es aplicado un paso escalón en la variable manipulada G_v .

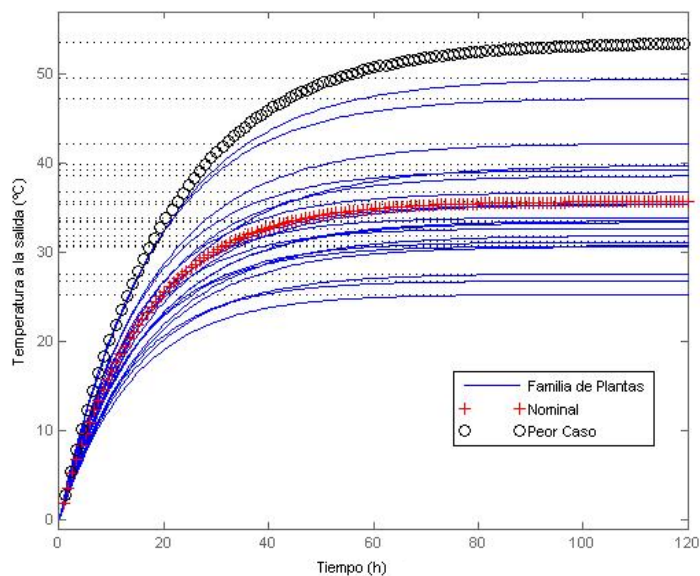


Figura 2.2 Intercambiador de Calor con Incertidumbres

Luego se realiza la sintonía de los parámetros del controlador para que el sistema tenga estabilidad robusta. En la tabla 2.3 se muestran los parámetros de diseño del MMMPC.

Tabla 2.3 Sintonización del MMMPC para el Intercambiador de Calor

Parámetro	Valor
Tiempo de muestreo	0.01 h
Horizonte de predicción	15
Horizonte de Control	5
Peso de la entrada	0.001
Peso de la salida	0.9
Trayectoria de Referencia	[60°C; 90°C]
Restricción de la Variable Manipulada	$0 \text{ kg/h} \leq G_v \leq 32 \text{ kg/h}$
Restricción de la Variable Controlada	$40^\circ\text{C} \leq \theta_s \leq 100^\circ\text{C}$

Finalmente se debe verificar que el sistema incierto a lazo cerrado cumple los objetivos nominales y los objetivos robustos, lo cual se muestra más adelante en la sección 2.1.3. La estrategia MMMPC se programa en un fichero “.m” de MatLab.

2.1.2. Resultados de la simulación del Intercambiador de Calor

Para mostrar los resultados de simulación obtenidos en el Intercambiador de Calor, primeramente se diseña el MPC, bajo los mismos parámetros de sintonía del MMMPC mostrados en la tabla 2.3.

Para evaluar el desempeño del MMMPC, se realizan simulaciones ante cambios en la referencia y ante la presencia de perturbación. Las figuras 2.3 y 2.4 muestran el comportamiento de la salida θ_s y la acción de control G_v , respectivamente, considerando restricciones en ambas. Se observa cómo la estrategia MMMPC

tiene menor tiempo de establecimiento que el MPC, y que ambos logran que la salida siga la trayectoria deseada, cumpliendo con las restricciones impuestas.

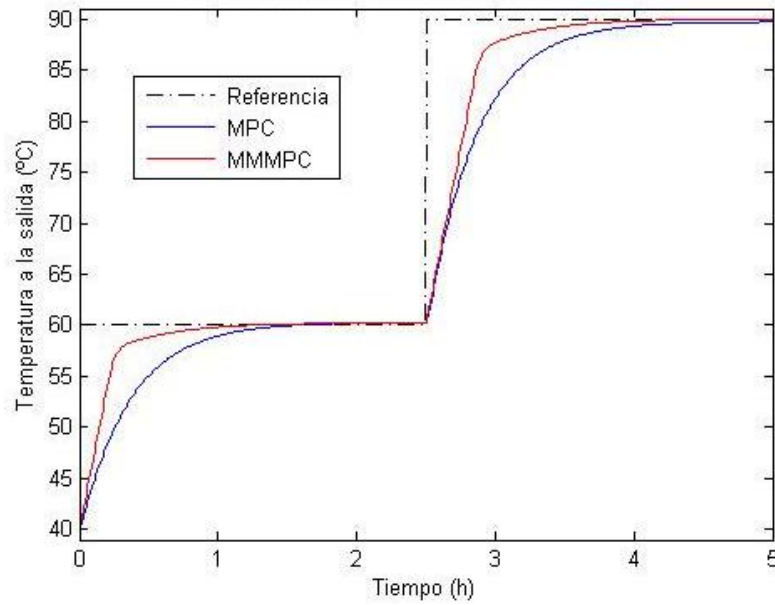


Figura 2.3 Salida θ_s ante cambios en la referencia con restricciones

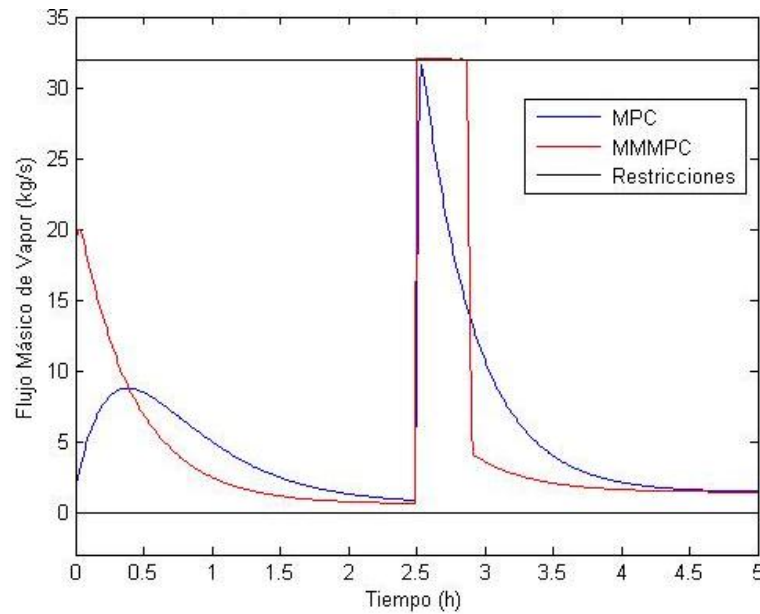


Figura 2.4 Acción de control (G_v) ante cambios en la referencia con restricciones.

Se simula el comportamiento del sistema ante perturbación en la temperatura de entrada θ_e , la misma se aplica a los 0.7 h, con un valor de 20°C, y a los 2.5 h con 40°C. En las figuras 2.5 y 2.6 se muestran la respuesta de la salida y la acción de

control, respectivamente. Se observa que ambos controladores rechazan la perturbación y cumplen con las restricciones establecidas, teniendo el MMMPC mejor respuesta con menor sobrepaso.

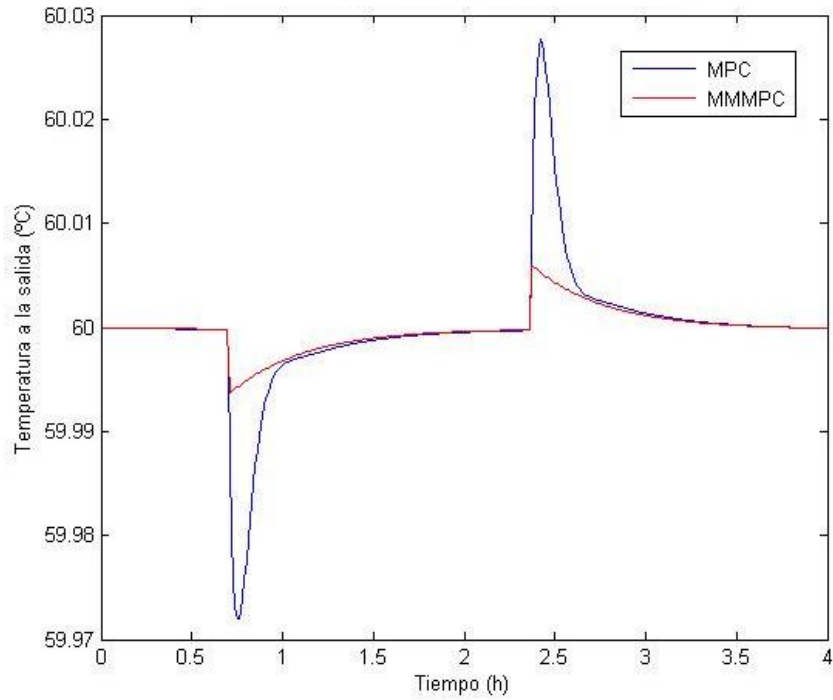


Figura 2.5 Salida θ_s ante perturbaciones con restricciones

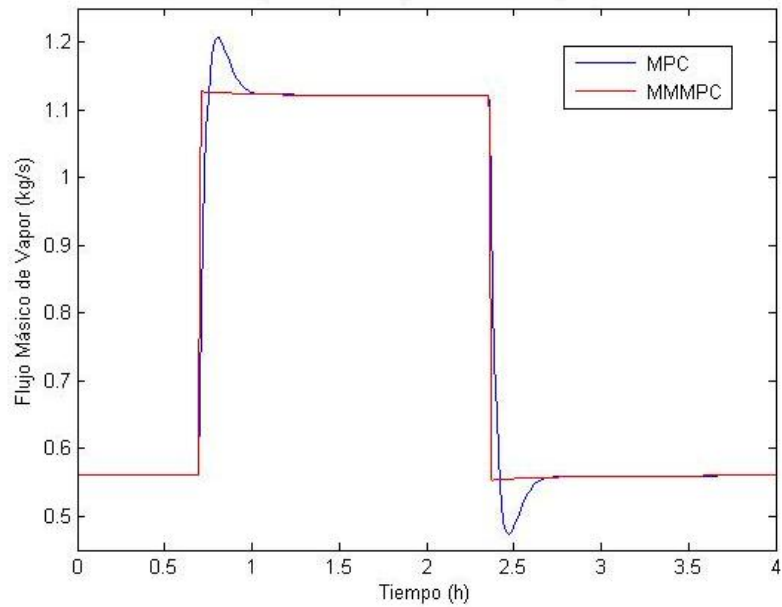


Figura 2.6 Acción de control (G_v) ante perturbaciones con restricciones

2.1.3 Estabilidad y robustez del Intercambiador de Calor a lazo cerrado

Como se planteó en la sección 1.3.3, la existencia de un modelo nominal y de funciones de incertidumbres permite hablar de objetivos nominales y robustos. En este epígrafe se pretende verificar que ambos objetivos se cumplan a lazo cerrado.

Estabilidad del sistema nominal: Si los polos de la Sensibilidad Complementaria $T_0(s)$ se encuentran en el semiplano izquierdo del plano complejo, entonces se dice que el sistema es estable. Para el Intercambiador de Calor los ceros del polinomio característico (denominador de $T_0(s)$) son los siguientes:

$$[-327.24 \pm 14.759i, \quad -2.38, \quad -0.05, \quad -0.02]$$

Al tener todos los polos parte real negativa, se demuestra que el sistema nominal tiene estabilidad absoluta.

Estabilidad del sistema robusto: Se puede comprobar la estabilidad robusta verificando la condición de estabilidad para incertidumbres de tipo multiplicativa (tabla 2.1). Para confirmar que el sistema es estable para todos los posibles valores de los parámetros, se utiliza la función *robuststab* del toolbox de *Control Robusto*, la cual calcula el margen de estabilidad. Si los límites de este margen son mayores que 1, el sistema es estable para todos los valores de las incertidumbres. Unos límites menores que 1 implican que determinados valores de los elementos inciertos llevan al sistema a la inestabilidad.

En el caso del Intercambiador de Calor:

$$\text{Límite inferior} = 4.8931 > 1$$

$$\text{Límite superior} = 5 > 1$$

Como se aprecia, ambos son mayores que 1, por lo que se comprueba que el sistema es estable para cualquier valor de la incertidumbre considerada.

Análisis de robustez al rechazo de perturbaciones. La función de Sensibilidad (1.14), se muestra en la figura 2.7. Como se observa, tanto para el caso nominal

como para el peor caso y la familia de plantas del Intercambiador la sensibilidad tiende a cero, es decir, el sistema es capaz de hacer frente a los cambios bruscos en la perturbación. Este resultado corrobora lo mostrado en la figura 2.5.

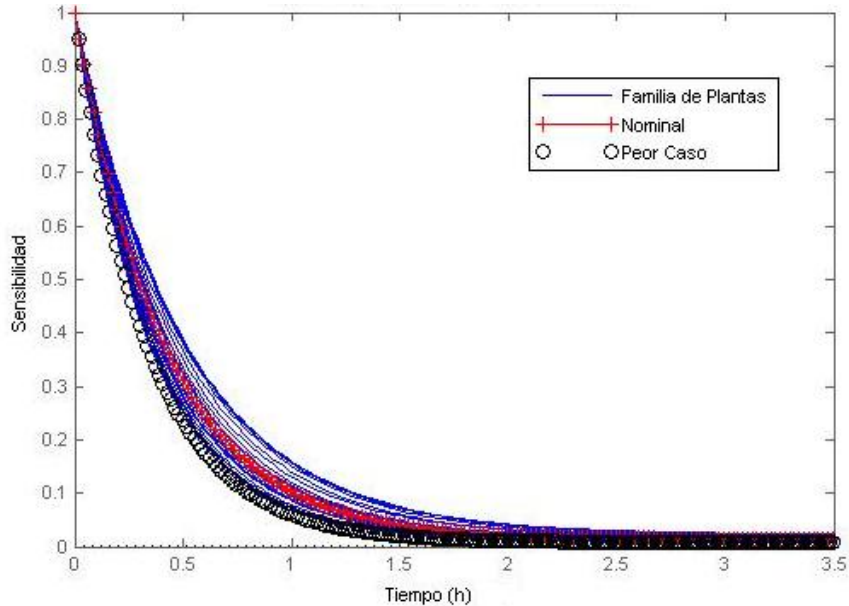


Figura 2.7 Función Sensibilidad del Intercambiador de Calor

Rendimiento nominal y robusto: Puede verse en la figura 2.3, donde se observa que tanto el MPC y MMMPC mantienen el error entre la salida de la planta (nominal e incierta) y la referencia lo más pequeño posible.

2.2 Reactor de Van de Vusse

La función principal de este reactor continuo encamisado (*Continuous Stirred Tank Reactor*), es producir ciclopentanol a partir de ciclopentadieno. La reacción que describe la transformación se deduce de las propiedades químico –físicas del sistema (figura 2.8).

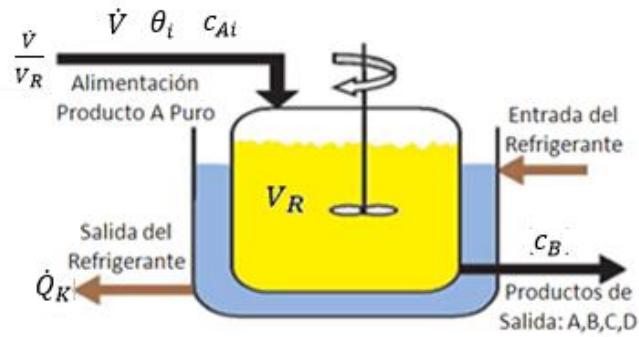
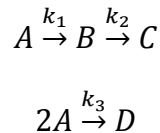


Figura 2.8 Reactor de Van de Vusse

La principal reacción es la transformación de la sustancia A (ciclopentadieno) a la sustancia B (ciclopentanol). El reactante inicial A reacciona en una reacción paralela indeseada, produciendo dicitopentadieno (sustancia D). Además, se forma ciclopentanediol (sustancia C) en una reacción consecutiva no deseada a partir del producto ciclopentanol. Todo el procedimiento se describe por la reacción siguiente, también llamada reacción de Van de Vusse:



El flujo \dot{V} alimenta el reactor, figura 2.8, y contiene sólo ciclopentadieno (sustancia A) con concentración c_{Ai} y temperatura θ_i . El calor removido \dot{Q}_K puede extraerse de la camisa por un Intercambiador de Calor externo.

El objetivo de control para este reactor, es conseguir que la concentración de la sustancia B (c_B) siga un valor determinado de la referencia, las variables manipuladas son la velocidad del flujo normalizada respecto al volumen del reactor $\frac{\dot{V}}{V_R}$ y el calor extraído \dot{Q}_K y las perturbaciones son la concentración c_{Ai} y la temperatura θ_i del alimentado.

Modelo del Reactor de Van de Vusse.

La dinámica de este caso de estudio puede describirse por las siguientes ecuaciones diferenciales no lineales que se derivan de los balances másicos de los diferentes componentes y de los balances de energía del reactor y de la camisa refrigerante (Yassine, 2003):

$$\dot{c}_A = \frac{\dot{V}}{V_R} (c_{Ai} - c_A) - k_1(\theta)c_A - k_3(\theta)c_A^2 \quad (2.4)$$

$$\dot{c}_B = -\frac{\dot{V}}{V_R} c_B - k_1(\theta)c_A - k_2(\theta)c_B \quad (2.5)$$

$$\dot{\theta} = \frac{\dot{V}}{V_R} (\theta_i - \theta) - \frac{1}{\rho C_p} (k_1(\theta)c_A \Delta H_{RAB} + k_2(\theta)c_B \Delta H_{RBC} + k_3(\theta)c_A^2 \Delta H_{RAD}) + \frac{k_w A_R}{\rho C_p V_R} (\theta_K - \theta) \quad (2.6)$$

$$\dot{\theta}_K = \frac{1}{m_K C_{PK}} (\dot{Q}_K + k_w A_R (\theta - \theta_K)), \quad c_A \geq 0, \quad c_B \geq 0 \quad (2.7)$$

Las concentraciones de las sustancias A y B son c_A y c_B , respectivamente. La temperatura en el reactor se denota θ mientras que la temperatura en la camisa refrigerante θ_K . Las velocidades de reacción k_i se suponen que dependen de la temperatura a través de la ley de Arrhenius.

$$k_i(\theta) = k_{i0} \exp\left(\frac{E_i}{\theta + 273.15}\right), \quad i = 1,2,3. \quad (2.8)$$

Aplicando el proceso de linealización por serie de Taylor se puede obtener el modelo en variables de desviación en el entorno a un punto de operación.

Para linealizar un modelo definido por una ecuación del tipo:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u) \quad (2.9)$$

$$y = g(x)$$

donde las funciones f y g son continuas y derivables en un punto de equilibrio (x_0, y_0, u_0) , se plantea:

$$\begin{aligned} \frac{d(x_0 + x)}{dt} &= f(x_0 + x, u_0 + u) \\ (y_0 + y) &= g(x_0 + x) \end{aligned} \quad (2.10)$$

siendo x, u, y , los vectores desviaciones de las variables.

Desarrollando las funciones f y g en serie de potencias y despreciando los términos diferenciales de orden superior, se obtiene la ecuación lineal de estado, que se escribe utilizando la notación matricial como:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad \dots(2.11)$$

donde las matrices (A, B, C, D) se calculan por:

$$\begin{aligned} A &= \{a_{ij}\} = \left. \left\{ \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right\} \right|_{x_0, u_0} \\ B &= \{b_{ik}\} = \left. \left\{ \frac{\partial f_i}{\partial u_k} \right\} \right|_{x_0, u_0} \\ C &= \{c_{lj}\} = \left. \left\{ \frac{\partial g_l}{\partial x_j} \right\} \right|_{x_0, u_0} \\ D &= \{d_{lk}\} = \left. \left\{ \frac{\partial g_l}{\partial u_k} \right\} \right|_{x_0, u_0} \end{aligned} \quad (2.12)$$

para $i = 1..n$; $j = 1..n$; $k = 1..r$; $l = 1..m$, siendo n, r , y m , las dimensiones de los vectores de estado, de entrada y de salida, respectivamente.

Linealizando el modelo del reactor de Van de Vusse dado por las ecuaciones (2.4) hasta (2.8) se obtiene para el reactor el siguiente modelo lineal en el espacio de estado:

A

$$= \begin{bmatrix} -k_2(\theta) - \frac{\dot{V}_0}{V_R} & k_1(\theta) & \frac{E_2 c_{B0} k_2(\theta)}{(\theta_0 + 273.15)^2} - \frac{E_1 c_{A0} k_1(\theta)}{(\theta_0 + 273.15)^2} & 0 \\ 0 & -k_1 - \frac{\dot{V}_0}{V_R} - 2c_{A0} k_3(\theta) & \frac{E_3 c_{A0}^2 k_3(\theta)}{(\theta_0 + 273.15)^2} + \frac{E_1 c_{A0} k_1(\theta)}{(\theta_0 + 273.15)^2} & 0 \\ \frac{-\Delta H_{RBC} k_2(\theta)}{(\rho C_p)} & \frac{-\Delta H_{RAB} k_1(\theta) + 2\Delta H_{RAD} c_{A0} k_3(\theta)}{(\rho C_p)} & \frac{E_1 \Delta H_{RAB} c_{A0} k_1(\theta)}{(\theta_0 + 273.15)^2} + \frac{E_2 \Delta H_{RBC} c_{B0} k_2(\theta)}{(\theta_0 + 273.15)^2} + \frac{E_3 \Delta H_{RAD} c_{A0}^2 k_3(\theta)}{(\theta_0 + 273.15)^2} & \frac{A_R k_w}{V_R \rho C_p} \\ 0 & 0 & \frac{A_R k_w}{m_K C_{PK}} & -\frac{A_r k_w}{m_K C_{PK}} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -c_{b0} & 0 \\ -(c_{a0} \quad c_{ai}) & 0 \\ -(\theta_0 \quad \theta_i) & 0 \\ 0 & \frac{1}{c_{pk} * m_k} \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad D = [0 \quad 0] \quad (2.13)$$

donde se considera:

$$\text{Variables de Estado} \quad x = (c_B, c_A, \theta, \theta_k)$$

$$\text{Variables Manipuladas} \quad u = \left(\frac{\dot{V}}{V_R}, \dot{Q}_K \right)$$

$$\text{Salida} \quad y = c_B$$

El punto de operación del reactor es:

$$x_0 = (c_{B0}, c_{A0}, \theta_0, \theta_{k0}) = (0.9 \quad 1.23 \quad 134.14 \quad 128.95)$$

$$u_0 = \left(\left(\frac{\dot{V}}{V_R} \right)_0, \dot{Q}_{K0} \right) = (18.83 \quad -4495.7)$$

$$y_0 = c_{B0} = 0.9$$

$$(c_{ai}, \theta_i) = (5.1 \quad 130)$$

Sustituyendo los valores nominales que se muestran en la tabla 2.4 y el punto de operación en la ecuación (2.13), se obtiene que el modelo nominal en el espacio de estado del reactor es:

$$A = \begin{bmatrix} -69.44 & 50.61 & 0.9826 & 0 \\ -4.166e-015 & -86.03 & -4.189 & 0 \\ 198 & 171.2 & -36.81 & 30.83 \\ 0 & 0 & 86.69 & -86.69 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$B = \begin{bmatrix} -0.9 & 0 \\ 3.87 & 0 \\ -4.14 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad D = [0 \quad 0]$$

Tabla 2.4 Parámetros físico–químicos del Reactor de Van de Vusse

Parámetro	Símbolo	Valor	Dimensión
Factor de colisión para la reacción k_1	k_{10}	$(1.287 \pm 0.04) \cdot 10^{12}$	h^{-1}
Factor de colisión para la reacción k_2	k_{20}	$(1.287 \pm 0.04) \cdot 10^{12}$	h^{-1}
Factor de colisión para la reacción k_3	k_{30}	$(9.043 \pm 0.27) \cdot 10^9$	h^{-1}
Energía de activación para la reacción k_1	E_1	-9758.3	K
Energía de activación para la reacción k_2	E_{22}	-9758.3	K
Energía de activación para la reacción k_3	E_3	-8560	K
Entalpía de la reacción k_1	ΔH_{RAB}	4.2 ± 2.36	$\frac{kJ}{mol.A}$
Entalpía de la reacción k_2	ΔH_{RBC}	$-(11.0 \pm 1.92)$	$\frac{kJ}{mol.A}$
Entalpía de la reacción k_3	ΔH_{RAD}	$-(41.85 \pm 1.41)$	$\frac{kJ}{mol.A}$
Densidad	ρ	$0.9342 \pm 4.0 \cdot 10^{-4}$	$\frac{kg}{l}$
Capacidad calorífica	C_p	3.01 ± 0.04	$\frac{kJ}{kg.K}$
Coeficiente de transferencia de calor de la camisa refrigerante	k_w	4032 ± 120	$\frac{kJ}{h.m^2.K}$
Superficie de la camisa refrigerante	A_R	0.215	m^2
Volumen del reactor	V_R	10	l
Masa del refrigerante	m_K	5.0	kg
Capacidad calorífica del refrigerante	C_{PK}	2.0 ± 0.05	$\frac{kJ}{kg.K}$

2.2.1 Diseño del Controlador Predictivo Min – Max en el Reactor de Van de Vusse

Para el diseño del MMMPC en el reactor de Van de Vusse, se emplean las incertidumbres paramétricas acotadas en los parámetros: *Factor de colisión para las reacciones k_1, k_2, k_3 ; Entalpía de las reacciones k_1, k_2, k_3 ; Densidad; Capacidad calorífica; Coeficiente de transferencia de calor de la camisa refrigerante y Capacidad calorífica del refrigerante.* Sus valores se muestran en la tabla 2.4. (Yassine, 2003).

Con el modelo nominal (2.14) y utilizando incertidumbre multiplicativa se construye la familia de plantas, empleando las ecuaciones (1.10), (1.11) y (1.12). En MatLab, este proceso se realiza con las funciones *ureal* (crea los elementos inciertos) y *uss* (construye la familia de plantas).

Para la obtención de la cota máxima de la incertidumbre para el proceso (r_m), se utiliza el comando *wcgain*, el cual calcula la máxima ganancia en el dominio frecuencial sobre todos los valores admisibles de los elementos inciertos. Con esta familia de modelos y su cota se determina el modelo del peor caso del proceso con incertidumbres, ecuación (1.29).

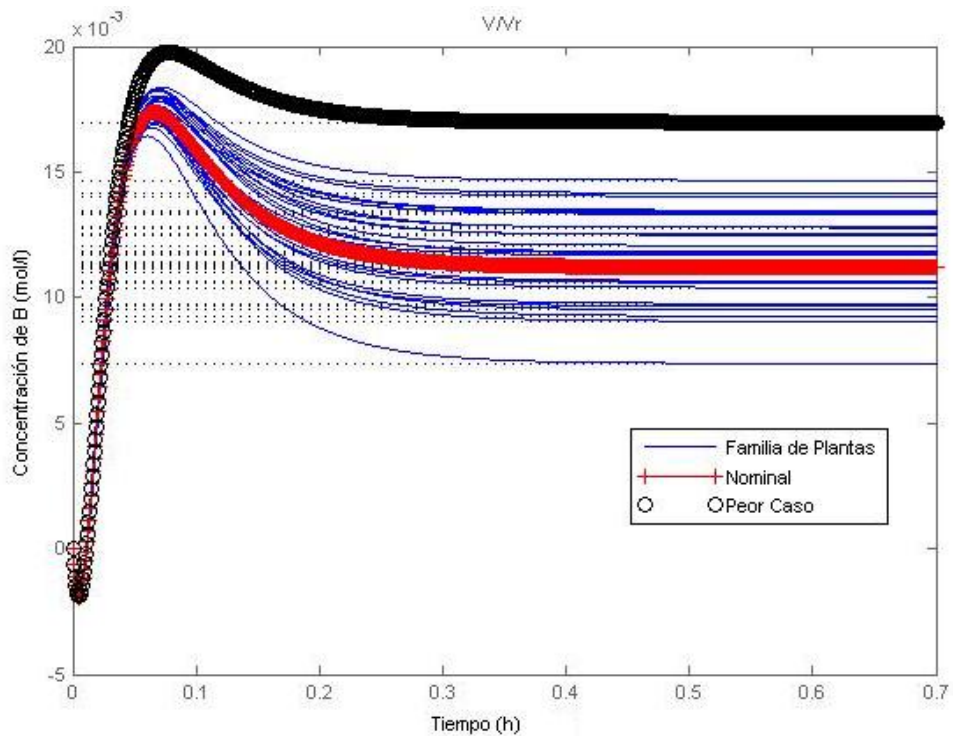
Para el reactor de Van de Vusse los valores de los parámetros del peor caso son los mostrados en la tabla 2.5.

Tabla 2.5 Valores de los parámetros del Reactor de Van de Vusse para el peor caso.

Parámetro	Símbolo	Valor	Dimensión
Factor de colisión para la reacción k_1	k_{10}	$1.327 \cdot 10^{12}$	h^{-1}
Factor de colisión para la reacción k_2	k_{20}	$1.247 \cdot 10^{12}$	h^{-1}
Factor de colisión para la reacción k_3	k_{30}	$8.773 \cdot 10^9$	h^{-1}
Entalpía de la reacción k_1	ΔH_{RAB}	6.56	$\frac{kJ}{mol \cdot A}$
Entalpía de la reacción k_2	ΔH_{RBC}	-9.08	$\frac{kJ}{mol \cdot A}$

Entalpía de la reacción k_3	ΔH_{RAD}	-40.44	$\frac{kJ}{mol.A}$
Densidad	ρ	0.9346	$\frac{kg}{l}$
Capacidad calorífica	C_p	3.05	$\frac{kJ}{kg.K}$
Coeficiente de transferencia de calor de la camisa refrigerante	k_w	4152	$\frac{kJ}{h.m^2.K}$
Capacidad calorífica del refrigerante	C_{PK}	2.05	$\frac{kJ}{kg.K}$

En la figura 2.9 se muestra la familia de plantas, el modelo nominal y el peor caso del reactor con incertidumbres paramétricas, cuando es aplicado un escalón en las entradas \dot{V}/V_R y \dot{Q}_K .



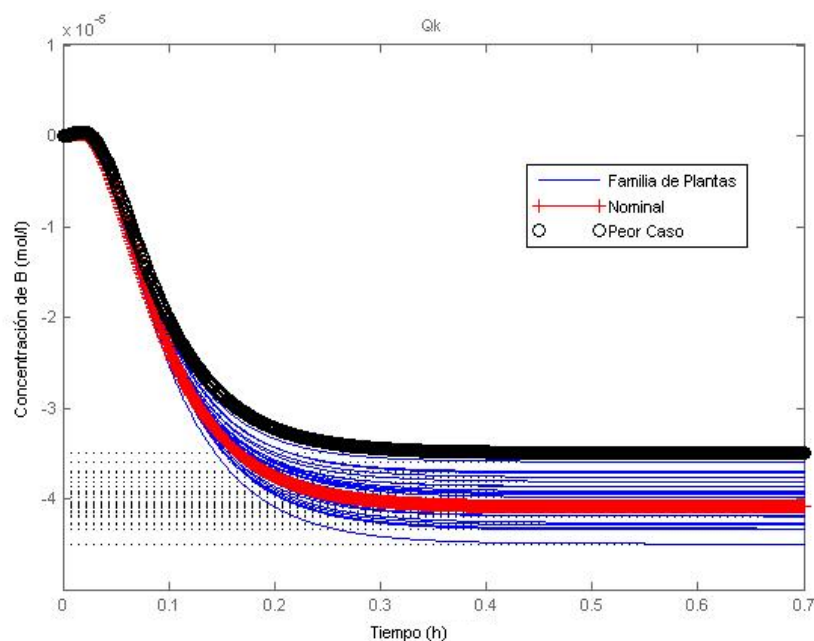


Figura 2.9 Reactor Van de Vusse con Incertidumbres

Luego, se sintonizan los parámetros del controlador MMMPC lineal para que el sistema sea robustamente estable. En la tabla 2.6 se muestran los parámetros de diseño del controlador robusto para el reactor de Van de Vusse.

Tabla 2.6 Sintonización del MMMPC para el Reactor Van de Vusse

Parámetro	Valor
Tiempo de muestreo	0.05 h
Horizonte de predicción	20
Horizonte de Control	5
Peso de las entradas	$[10^{-3} 10^{-6}]$
Peso de la salida	0.95
Trayectoria de Referencia	$[0.9, 0.7, 0.95] \text{ mol/l}$
Restricciones de las variables manipuladas	$0 \text{ 1/h} \leq \frac{\dot{V}}{V_R} \leq 30 \text{ 1/h}$ $-5000 \frac{\text{kJ}}{\text{h}} \leq \dot{Q}_K \leq -3000 \frac{\text{kJ}}{\text{h}}$
Restricción de la salida	$0 \text{ mol/l} \leq c_B \leq 1 \text{ mol/l}$

Finalmente se debe verificar que el sistema incierto a lazo cerrado cumple los objetivos nominales y los objetivos robustos, lo cual se muestra más adelante en la sección 2.2.3. La estrategia MMMPC se programa en un fichero “.m” de MatLab.

2.2.2 Resultados de la simulación del Reactor de Van de Vusse

Para mostrar los resultados de simulación obtenidos en el Reactor de Van de Vusse, se diseña el MPC, bajo los mismos parámetros de sintonía del MMMPC mostrados en la tabla 2.6.

Para evaluar el desempeño del MMMPC, se realizan simulaciones ante cambios en la referencia y en las perturbaciones. Las figuras 2.10, 2.11 y 2.12 muestran el comportamiento de la salida concentración de la sustancia B (c_B) y de las entradas flujo normalizado respecto al volumen (\dot{V}/V_R) y calor extraído \dot{Q}_K , respectivamente, considerando restricciones. Se puede observar cómo en la respuesta del sistema con la estrategia MMMPC no hay sobrepaso, no ocurriendo así con el MPC. Ambos controladores logran que la salida siga la trayectoria deseada, cumpliendo las restricciones impuestas tanto en la variable controlada como en las manipuladas.

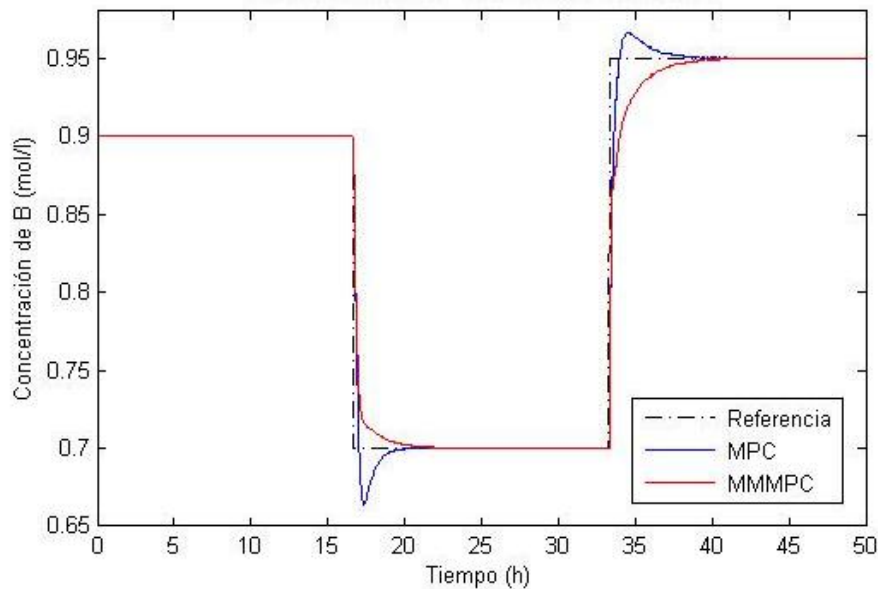


Figura 2.10 Salida c_B ante cambios en la referencia con restricciones

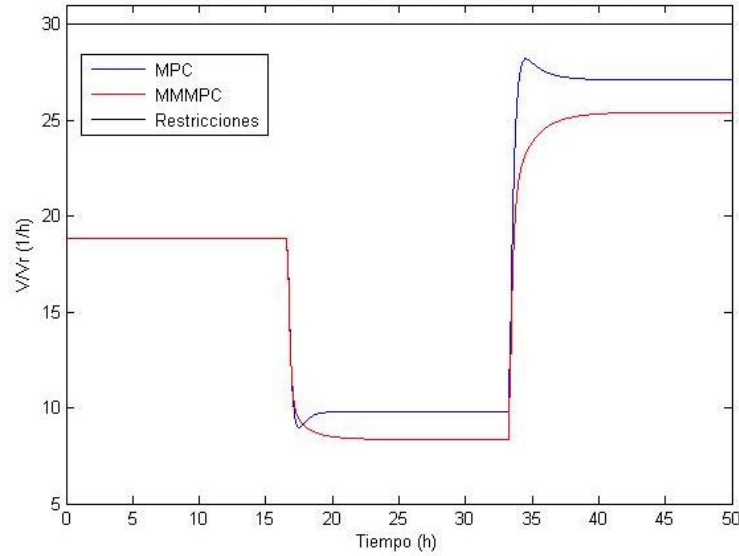


Figura 2.11 Entrada (\dot{V}/V_R) ante cambios en la referencia con restricciones.

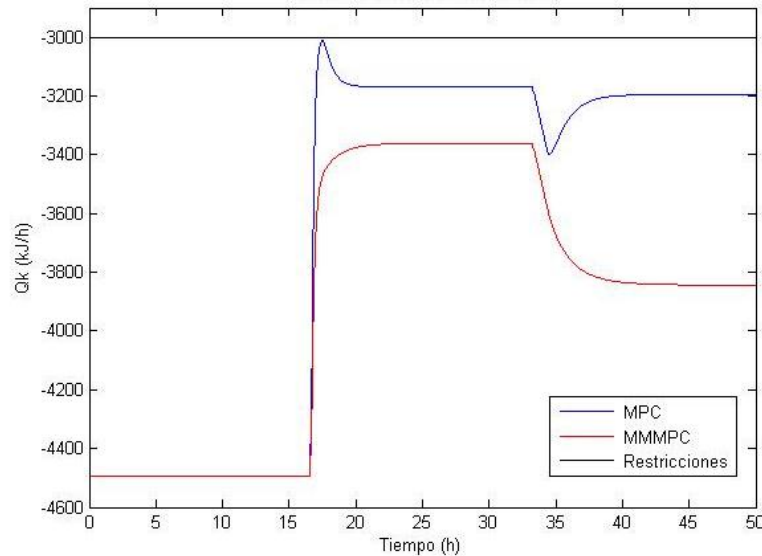


Figura 2.12 Entrada \dot{Q}_K ante cambios en la referencia con restricciones

Se simula el comportamiento del reactor ante perturbaciones en la concentración (c_{Ai}) y en la temperatura (θ_i) del alimentado. La perturbación $c_{Ai} = 4.9 \text{ mol/l}$ se aplica a las 5 h, y la perturbación $\theta_i = 125^\circ\text{C}$ a las 30 h. En las figuras 2.13, 2.14 y 2.15 se muestran la respuesta de la salida (c_B) y de las entradas (\dot{V}/V_R) y \dot{Q}_K , respectivamente. Se observa el rechazo del sistema de control ante perturbaciones, restableciéndose la concentración de B en el valor fijado como referencia en ambas respuestas (MPC y MMMPC), cumpliéndose las restricciones

impuestas. El MMMPC tiene un mejor rechazo ante las perturbaciones, por lo que es más robusto que el MPC.

En las figuras 2.14 y 2.15, se observa en las entradas cómo la compensación de los efectos de las perturbaciones se realiza con un menor esfuerzo de control.

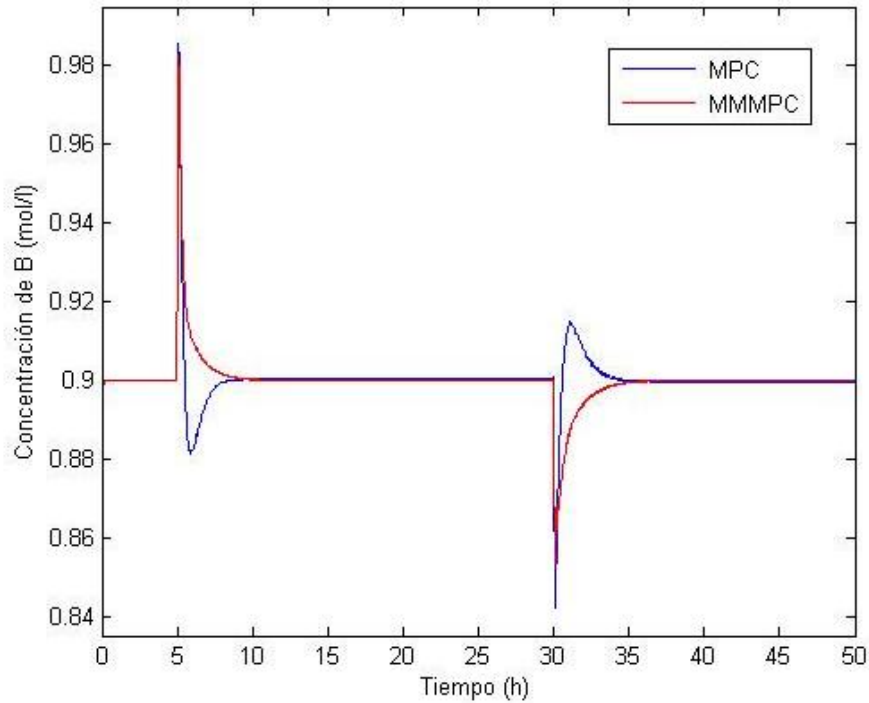


Figura 2.13 Salida del reactor ante perturbaciones con restricciones

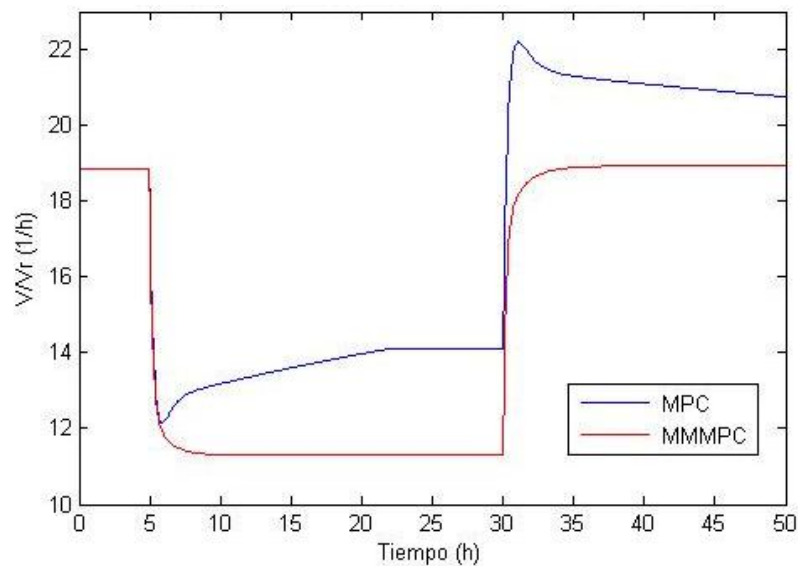


Figura 2.14 Entrada (\dot{V}/V_R) ante perturbaciones con restricciones

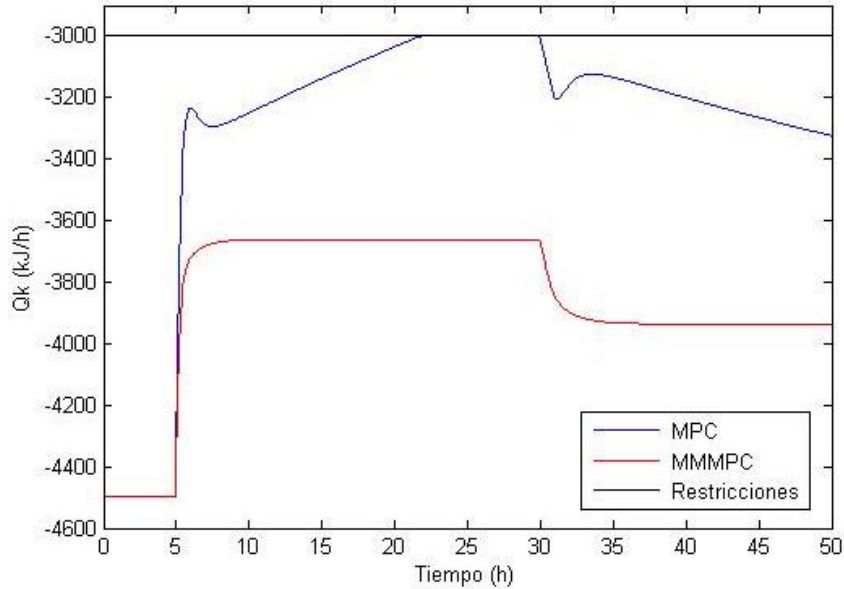


Figura 2.15 Entrada \dot{Q}_k ante perturbaciones con restricciones

La figura 2.16 ilustra los resultados obtenidos con el controlador MPC No Lineal (NMPC). Esta respuesta debe ser la referencia de cualquier análisis ya que el modelo usado para este controlador es el modelo no lineal. Se puede observar que el sistema sigue sin sobrepasar los cambios en la referencia, estableciéndose muy rápidamente. El único inconveniente de este controlador es su gran carga computacional.

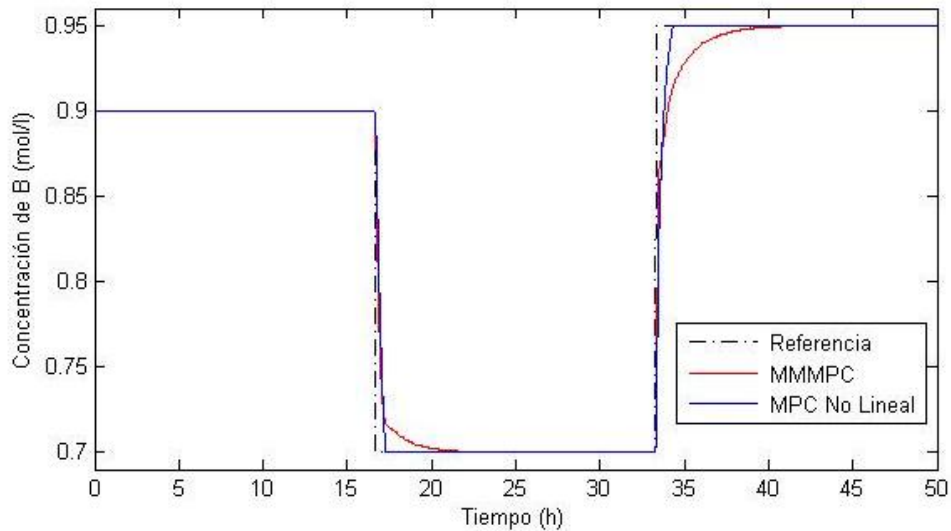


Figura 2.16 Reactor de Van de Vusse controlado por MPC no Lineal

2.2.3 Estabilidad y Robustez del Reactor de Van de Vusse a Lazo Cerrado

Para el análisis de la estabilidad y la robustez, se verifica que se cumplan los objetivos nominales y robustos en el reactor a lazo cerrado.

Estabilidad del sistema nominal: Se determinan los polos del sistema o la Sensibilidad Complementaria $T_0(s)$, ecuación (1.15). Para el reactor de Van de Vusse los ceros del polinomio característico (denominador de $T_0(s)$) son los siguientes:

$$\begin{aligned} &[-120.9276 \quad -124.2201 \quad -124.2201 \quad -84.1964 \quad -56.5520 \quad -58.4559 \\ &\quad -85.9485 \quad -85.9483 \quad -58.4467 \quad -16.5750 \quad -17.3723 \quad -17.3052 \\ &\quad -4.9045 \quad -0.6535 \quad -5.3226 \quad -0.0138 \quad -0.0114 \quad -0.0005] \end{aligned}$$

Al tener todos los polos parte real negativa, se demuestra que el sistema nominal tiene estabilidad absoluta.

Estabilidad del sistema robusto: Se puede comprobar la estabilidad robusta verificando la condición de estabilidad para incertidumbres de tipo multiplicativa (tabla 1.2). Para confirmar que el sistema es estable para todos los posibles valores de los parámetros, se utiliza la función *robuststab* del toolbox de *Control Robusto*, la cual calcula el margen de estabilidad. Si los límites de este margen son mayores que 1, el sistema es estable para todos los valores de las incertidumbres.

En el caso del reactor:

$$\text{Límite inferior} = 2.022 > 1$$

$$\text{Límite superior} = 21.45 > 1$$

por lo que se comprueba que el mismo es estable para cualquier valor de la incertidumbre.

Análisis de la robustez al rechazo de perturbaciones. La función de Sensibilidad se determina a través de la ecuación (1.14) y se muestra en la figura 2.17. Como se observa, tanto para el caso nominal como para el peor caso y las familias de

plantas del reactor, la sensibilidad tiende a cero, es decir, el sistema es capaz de hacer frente a los cambios bruscos en las perturbaciones. Este resultado corrobora lo mostrado en la figura 2.13.

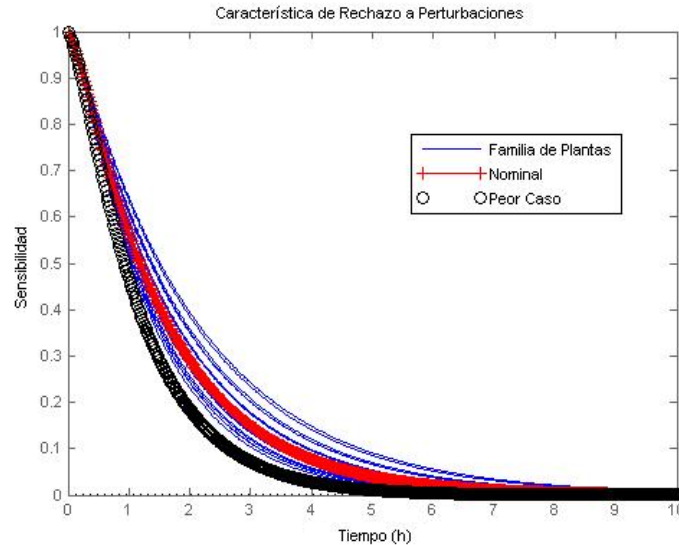


Figura 2.17 Función Sensibilidad para el Reactor de Van de Vusse

Rendimiento nominal y robusto: Puede verse en la figura 2.10, donde se observa que tanto el MPC como el MMMPC mantienen el error entre la salida de la planta y la referencia lo más pequeño posible.

2.3 Fermentador

En la mayoría de los procesos biotecnológicos de producción de alimentos, los microorganismos transforman la materia prima en un proceso metabólico denominado fermentación. Se pueden destacar varios tipos de fermentaciones, tales como la alcohólica, la láctica y la acética.

El Fermentador es un tanque en el que se pone en contacto la cepa microbiana con la materia prima que se va a fermentar. Pueden ser Fermentadores de flujo continuo o discontinuo. En los de flujo continuo, como por ejemplo, en la elaboración de vinagre, el producto es retirado constantemente. En los Fermentadores de flujo discontinuo, que es el sistema más utilizado, debe cargarse de materia prima. Seguidamente, es transformada y después se retira el

producto del tanque de fermentación. Por ello, la acción fermentativa de los microorganismos se interrumpe en los momentos de llenado y vaciado del tanque.

El caso de estudio analizado es un Fermentador continuo como el mostrado en la figura 2.18, de volumen constante, contenido de mezclado perfecto y alimentado estéril. Se consideran como variables de salida la concentración de biomasa (X_b), la concentración de sustrato (S), y la concentración de producto (P). Se toman como variables manipuladas la razón de disolución (D) y la concentración de sustrato de alimentado (S_f). La perturbación es la razón máxima específica de crecimiento (μ_m).

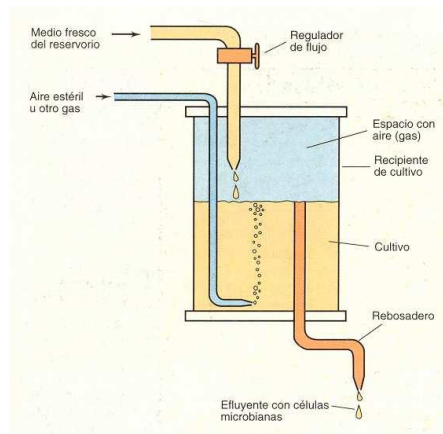


Figura 2.18 Fermentador Continuo

Modelo del Fermentador.

El proceso es modelado por las siguientes ecuaciones no lineales (L. Magni. y R. Scattolini. 2007):

$$\dot{X}_b = -DX_b + \mu X_b \quad (2.15)$$

$$\dot{S} = D(S_f - S) - \frac{1}{Y_{X_b/S}} \mu X_b \quad (2.16)$$

$$\dot{P} = -DP + (\alpha\mu + \beta)X_b \quad (2.17)$$

donde:

$$\mu = \frac{\mu_m \left(1 - \frac{P}{P_m}\right) S}{K_m + S + \frac{S^2}{K_i}}; \text{Razón específica de crecimiento} \quad (2.18)$$

Linealizando el modelo del Fermentador dado por las ecuaciones anteriores, aplicando el proceso de linealización por serie de Taylor utilizado en el Reactor de Van de Vusse, se obtiene el siguiente modelo lineal en el espacio de estado:

A

$$= \begin{bmatrix} -D - \frac{S\mu_m \left(\frac{P}{P_m} - 1\right)}{K_m + S + \frac{S^2}{K_i}} & \frac{S\mu_m X_b \left(\frac{2S}{K_{i+1}}\right) \left(\frac{P}{P_m} - 1\right)}{\left(K_m + S + \frac{S^2}{K_i}\right)^2} - \frac{\mu_m X_b \left(\frac{P}{P_m} - 1\right)}{K_m + S + \frac{S^2}{K_i}} & -\frac{S\mu_m X_b}{P_m \left(K_m + S + \frac{S^2}{K_i}\right)} \\ \frac{S\mu_m \left(\frac{P}{P_m} - 1\right)}{Y_{X_b/S} \left(K_m + S + \frac{S^2}{K_i}\right)} & -D + \frac{\mu_m X_b \left(\frac{P}{P_m} - 1\right)}{Y_{X_b/S} \left(K_m + S + \frac{S^2}{K_i}\right)} - \frac{S\mu_m X_b \left(\frac{2S}{K_{i+1}}\right) \left(\frac{P}{P_m} - 1\right)}{Y_{X_b/S} \left(K_m + S + \frac{S^2}{K_i}\right)^2} & \frac{S\mu_m X_b}{Y_{X_b/S} P_m \left(K_m + S + \frac{S^2}{K_i}\right)} \\ -\frac{\alpha S\mu_m \left(\frac{P}{P_m} - 1\right)}{K_m + S + \frac{S^2}{K_i}} + \beta & -X_b \left(\frac{\alpha \mu_m \left(\frac{P}{P_m} - 1\right)}{K_m + S + \frac{S^2}{K_i}} - \frac{\alpha S\mu_m \left(\frac{2S}{K_{i+1}}\right) \left(\frac{P}{P_m} - 1\right)}{\left(K_m + S + \frac{S^2}{K_i}\right)^2} \right) & -D - \frac{\alpha S\mu_m X_b}{P_m \left(K_m + S + \frac{S^2}{K_i}\right)} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} X_b & 0 \\ (S_f - S) & D \\ -P & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

donde se considera:

Variables de Estado $x = (X_b, S, P)$

Variables Manipuladas $u = (D, S_f)$

Salida $y = (X_b, S, P)$

Modelo $\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u$

$y = C \cdot x + D \cdot u$

El punto de operación es:

$$x_0 = (X_{b0}, S_0, P_0) = (6, 5, 19.14)$$

$$u_0 = (D_0, S_{f0}) = (0.202, 20)$$

$$y_0 = (X_{b0}, S_0, P_0) = (6, 5, 19.14)$$

Sustituyendo los valores nominales que se muestran en la tabla 2.7 y el punto de operación en (2.19), se obtiene el siguiente modelo nominal en el espacio de estado:

$$A = \begin{bmatrix} -9.071 \cdot 10^{-5} & 0.002102 & -0.03926 \\ -0.05048 & -0.2025 & 0.009814 \\ 0.6442 & 0.004624 & -0.2884 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -6 & 0 \\ 15 & 0.202 \\ -19.14 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Tabla 2.7 Valores Nominales y rango de incertidumbre del Fermentador Continuo.

Parámetro	Símbolo	Valor	Dimensión
Rendimiento célula/masa	$Y_{x_b/s}$	0.4 ± 0.2	g/g
Parámetro de rendimiento del producto	β	$0.2. \pm 0.1$	h^{-1}
Constante de saturación del producto	P_m	50	g/l
Constante de inhibición del sustrato	K_i	22	g/l
Rendimiento del producto	α	2.2 ± 1.1	g/g
Razón máxima específica de crecimiento	μ_m	0.48	h^{-1}
Constante da saturación del sustrato	K_m	1.2	g/l

2.3.1 Diseño del Controlador Min – Max en el Fermentador

Para el diseño del MMMPC en el Fermentador continuo se siguen los pasos descritos en la sección 1.3.4 y se emplean las incertidumbres paramétricas acotadas en los parámetros: *Rendimiento célula/masa*; *Parámetro de rendimiento del producto* y *Rendimiento del producto*. Los valores de los mismos se muestran en la tabla 2.7 (L. Magni. y R. Scattolini. 2007).

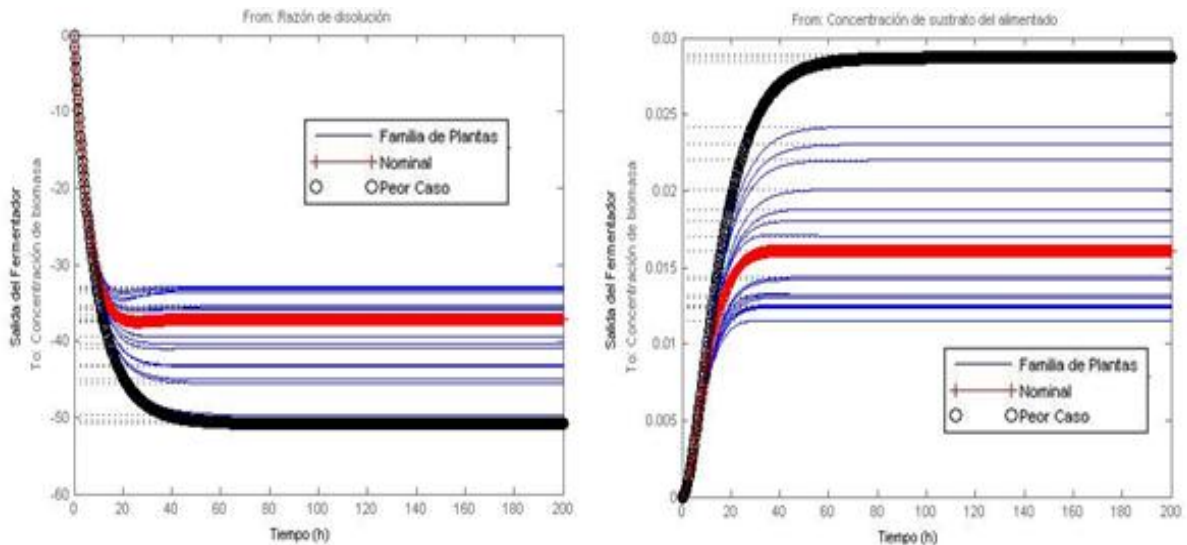
Partiendo del modelo nominal (2.20), se determina la familia de plantas F y la cota máxima $r_m(\omega)$ de la incertidumbre multiplicativa del Fermentador. En MatLab, F se crea con las funciones *ureal*, y *uss*. Para la obtención de la cota r_m se emplea el comando *wcgain*. Con esta familia de plantas y su cota r_m se determina el modelo del peor caso del proceso con incertidumbres mediante la ecuación (1.29). Para el

Fermentador los valores de los parámetros de dicho modelo, son mostrados en la tabla 2.8.

Tabla 2.8 Valores de los parámetros del Fermentador para el peor caso.

Parámetro	Símbolo	Valor	Dimensión
Rendimiento célula/masa	$Y_{X_b/S}$	0.2	g/g
Parámetro de rendimiento del producto	β	0.1	h^{-1}
Rendimiento del producto	α	1.1	g/g

La figura 2.19 muestra la familia de plantas, el modelo nominal y el peor caso del Fermentador con incertidumbres paramétricas ante un escalón en las variables manipuladas D y S_f . En esta se observa la correcta determinación del peor caso del proceso incierto.



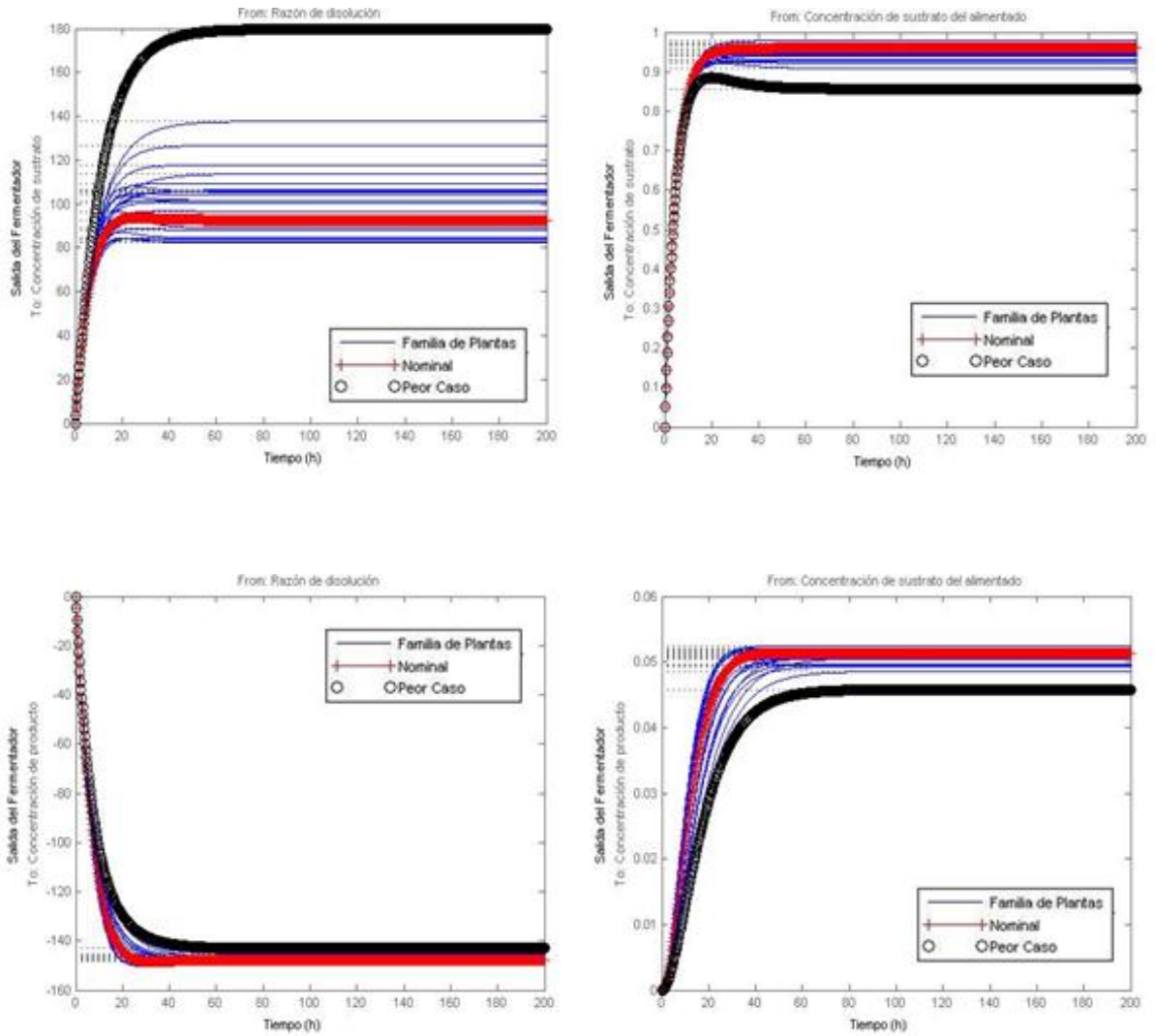


Figura 2.19 Fermentador Continuo con Incertidumbres

El siguiente paso es sintonizar los parámetros del controlador MMMPC para que el sistema sea robustamente estable. En la tabla 2.9 se muestran los parámetros de diseño del controlador para este caso de estudio.

Tabla 2.9 Sintonización del Controlador MMMPC para el Fermentador Continuo

Parámetro	Valor
Tiempo de muestreo	0.05 h
Horizonte de predicción	40
Horizonte de Control	10
Pesos de las entradas	[0.01 0.0001]
Pesos de las salidas	X_b : [0.38 0.001 0.001] S : [0.38 0.99 0.001] P : [0.38 0.01 0.99]
Trayectorias de Referencia	X_b : [4 7.5 6] S : [9 3 5] P : [12 27 19.14]
Restricciones de las variables manipuladas	$0.05 \frac{g}{l} \leq D \leq 0.3 \frac{g}{l}$ $18 \frac{g}{l} \leq S_f \leq 25 \frac{g}{l}$
Restricciones de las salidas	$3 \frac{g}{l} \leq X_b \leq 10 \frac{g}{l}$ $1 \frac{g}{l} \leq S \leq 10 \frac{g}{l}$ $10 \frac{g}{l} \leq P \leq 35 \frac{g}{l}$

Finalmente se debe verificar que el sistema incierto a lazo cerrado cumple los objetivos nominales y los objetivos robustos, lo cual se muestra más adelante en la sección 2.3.3. La estrategia MMMPC se programa en un fichero “.m” de MatLab.

2.3.2 Resultados de la simulación del Fermentador

En esta sección primeramente se diseña el MPC, bajo los mismos parámetros de sintonía del MMMPC mostrados en la tabla 2.9. Para evaluar el desempeño del MMMPC diseñado en el Fermentador continuo, se realizaron simulaciones ante cambios en la referencia y en las perturbaciones.

En las figuras de 2.20 a 2.25 se muestran la respuesta de las salidas (X_b), (S) y (P), y de las entradas (D) y (S_f), ante cambios en la referencia considerando restricciones en las variables manipuladas. Se puede apreciar que, aunque en cada caso, las salidas siguen la referencia, y cumplen las cotas establecidas, el MMMPC controla mejor. Los valores de la referencia para cada una de las variables de salida se muestran en la tabla 2.9.

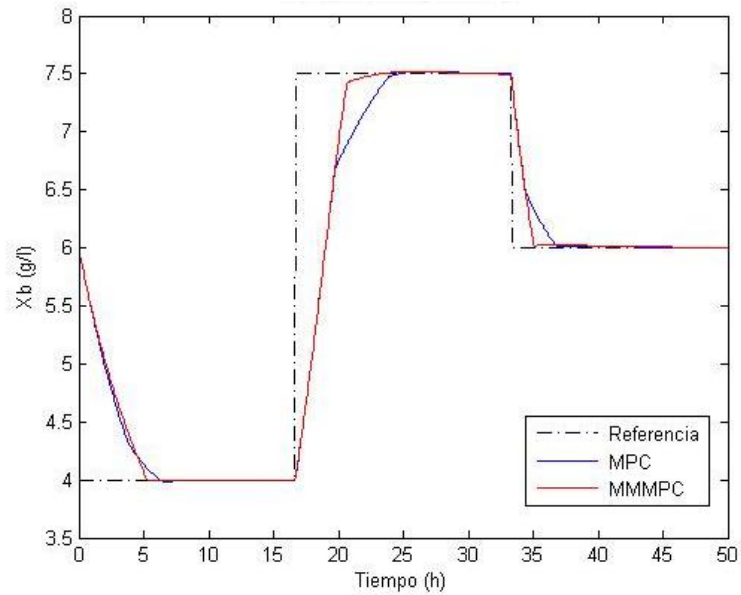
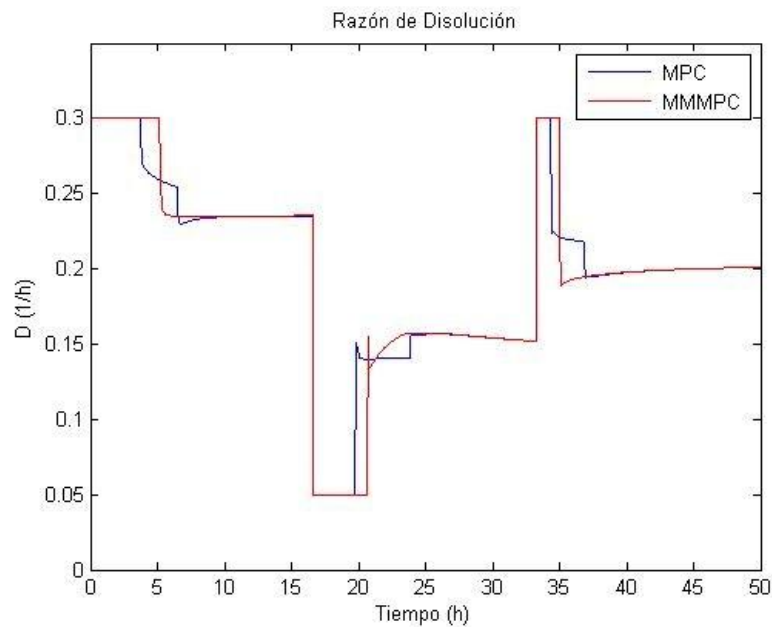


Figura 2.20 Salida (X_b) ante cambios en la referencia con restricciones.



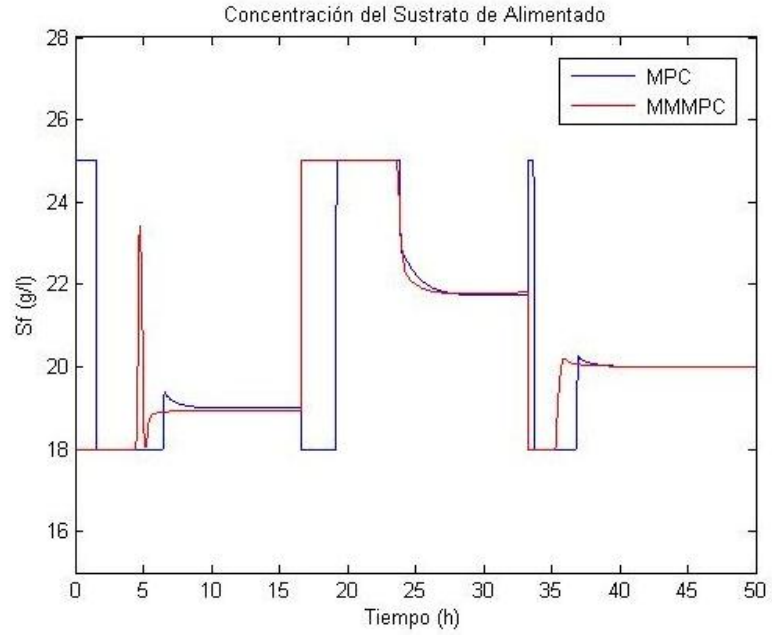


Figura 2.21 Entradas para la salida (X_b)

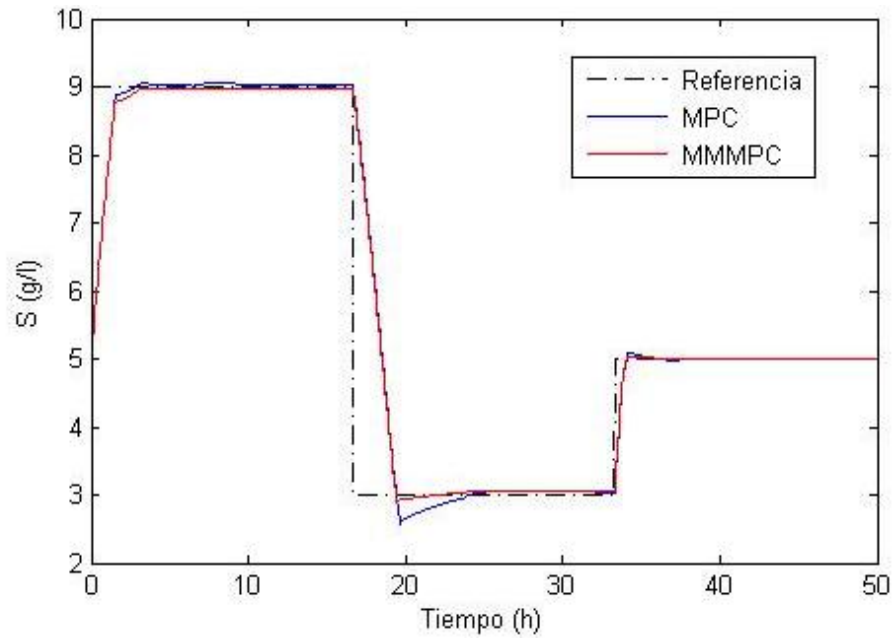


Figura 2.22 Salida (S) para cambios en la referencia

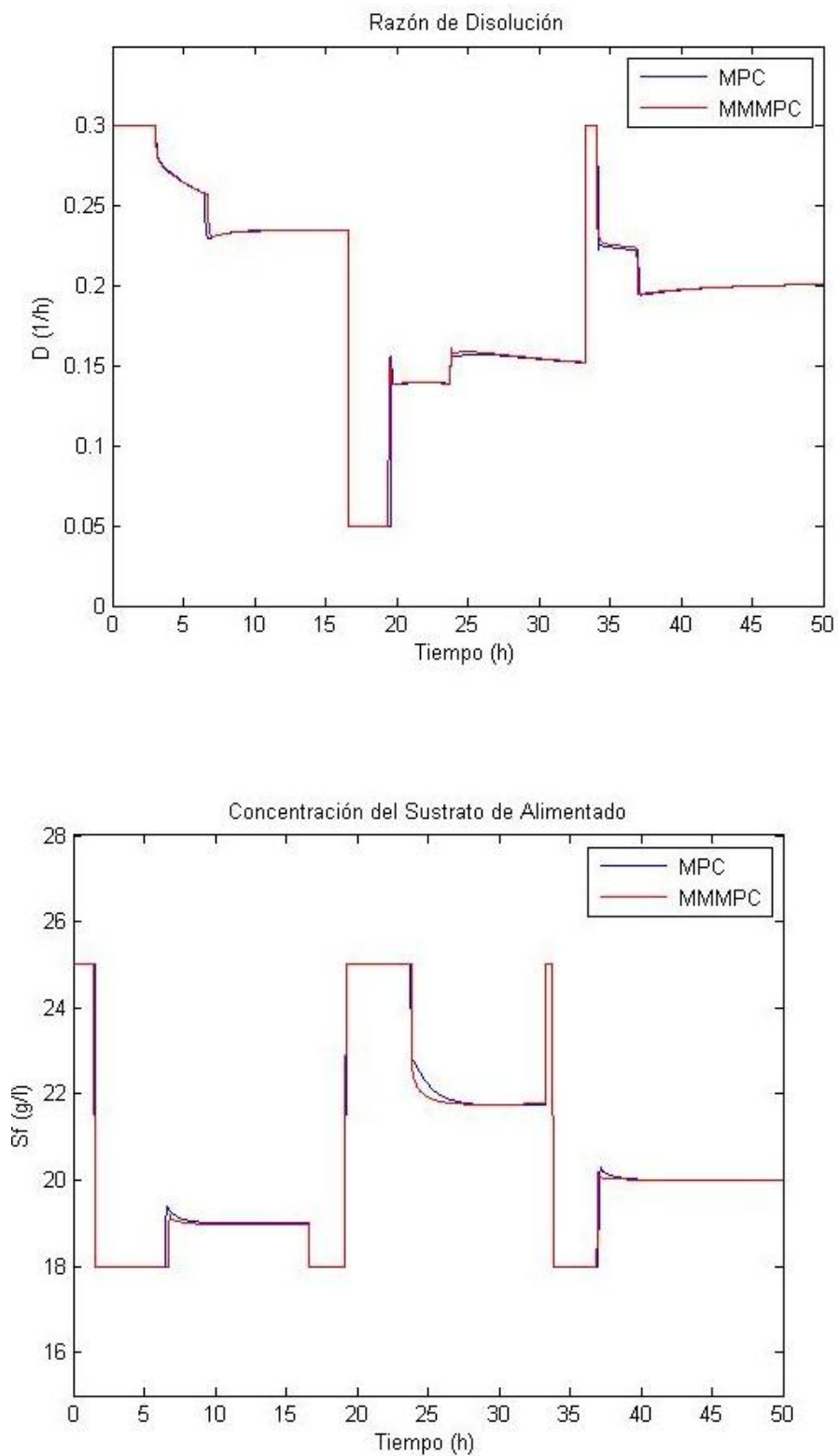


Figura 2.23 Entradas para la salida (S)

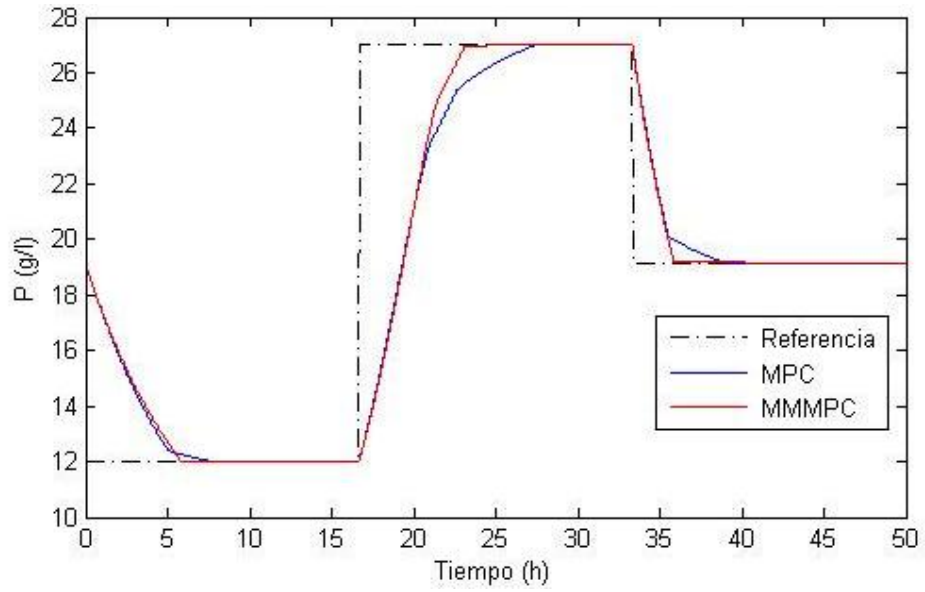
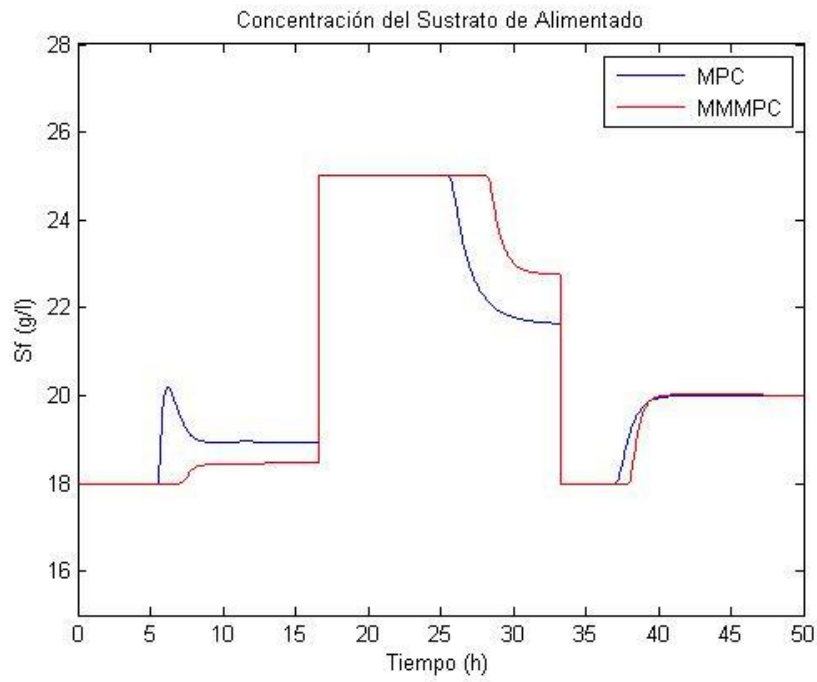


Figura 2.24 Salida (P) para cambios en la referencia



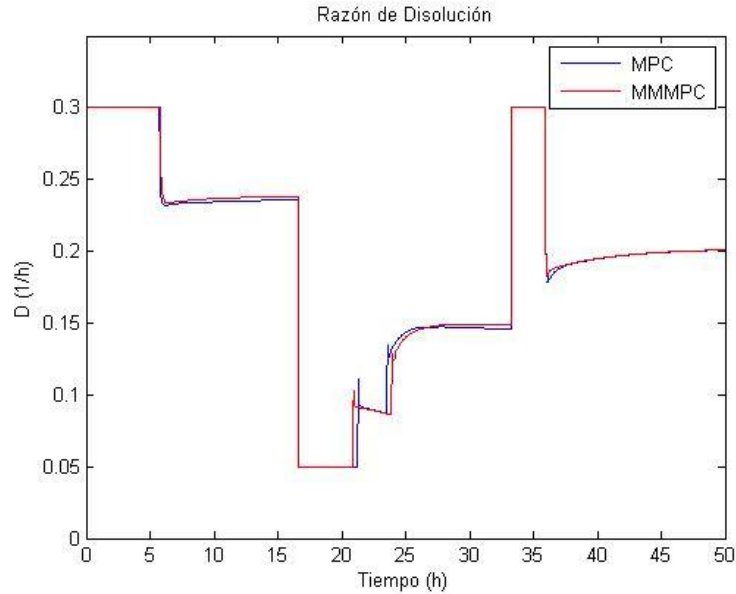


Figura 2.25 Entradas para la salida (P)

Una de las ventajas del MPC y el MMMPC, consiste en su alta capacidad para rechazar perturbaciones, lo cual puede apreciarse en las figuras 2.26, 2.27 y 2.28, donde se representan cada una de las variables de salida del Fermentador ante cambios en la razón máxima específica de crecimiento (μ_m). La perturbación se aplica a las 10 h en forma de escalón, de magnitud $0.45 h^{-1}$. El comportamiento de las variables de entrada se muestra en la Figura 2.29. Se observa que el MMMPC rechaza mucho mejor las perturbaciones, cumpliendo con las restricciones impuestas.

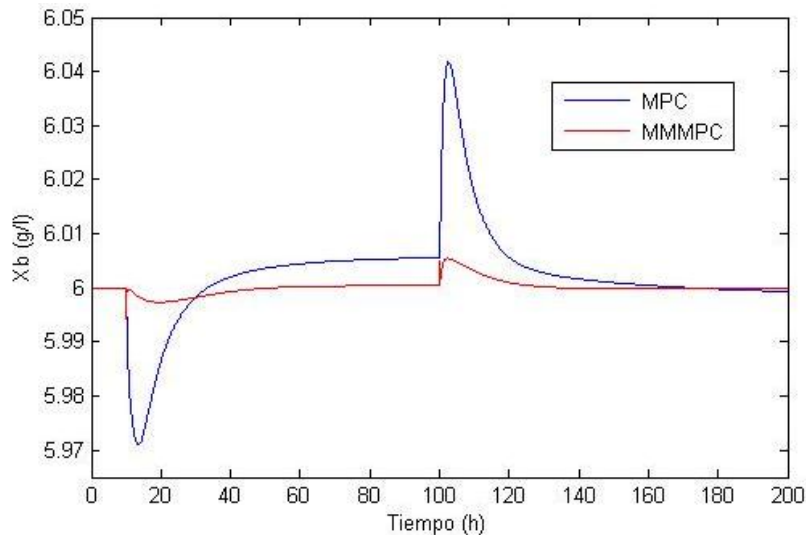


Figura 2.26 Salida (X_b) ante perturbaciones con restricciones

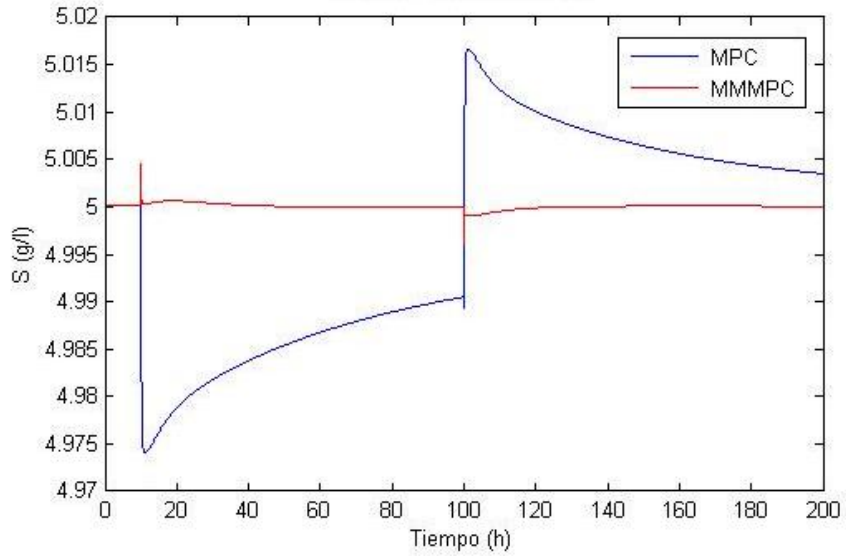


Figura 2.27 Salida (S) ante perturbaciones con restricciones

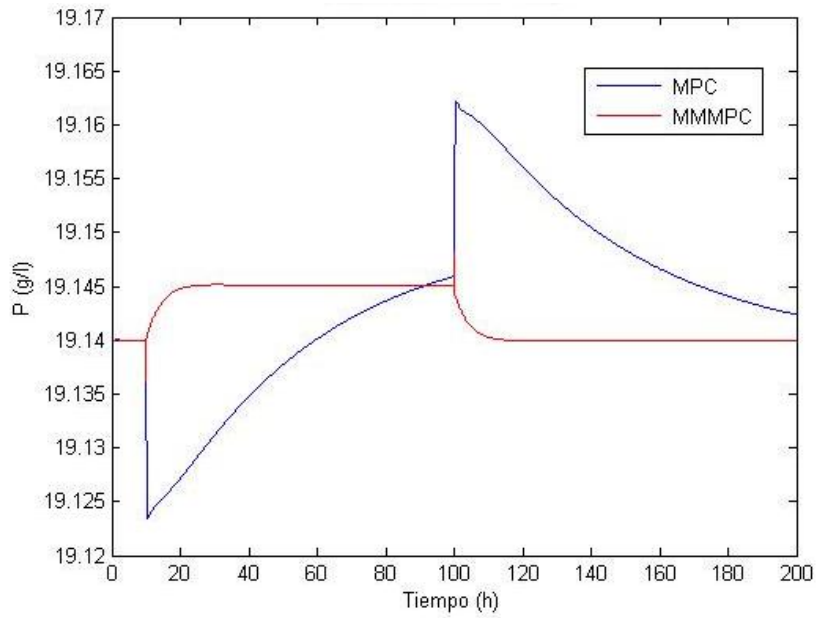


Figura 2.28 Salida (P) ante perturbaciones con restricciones

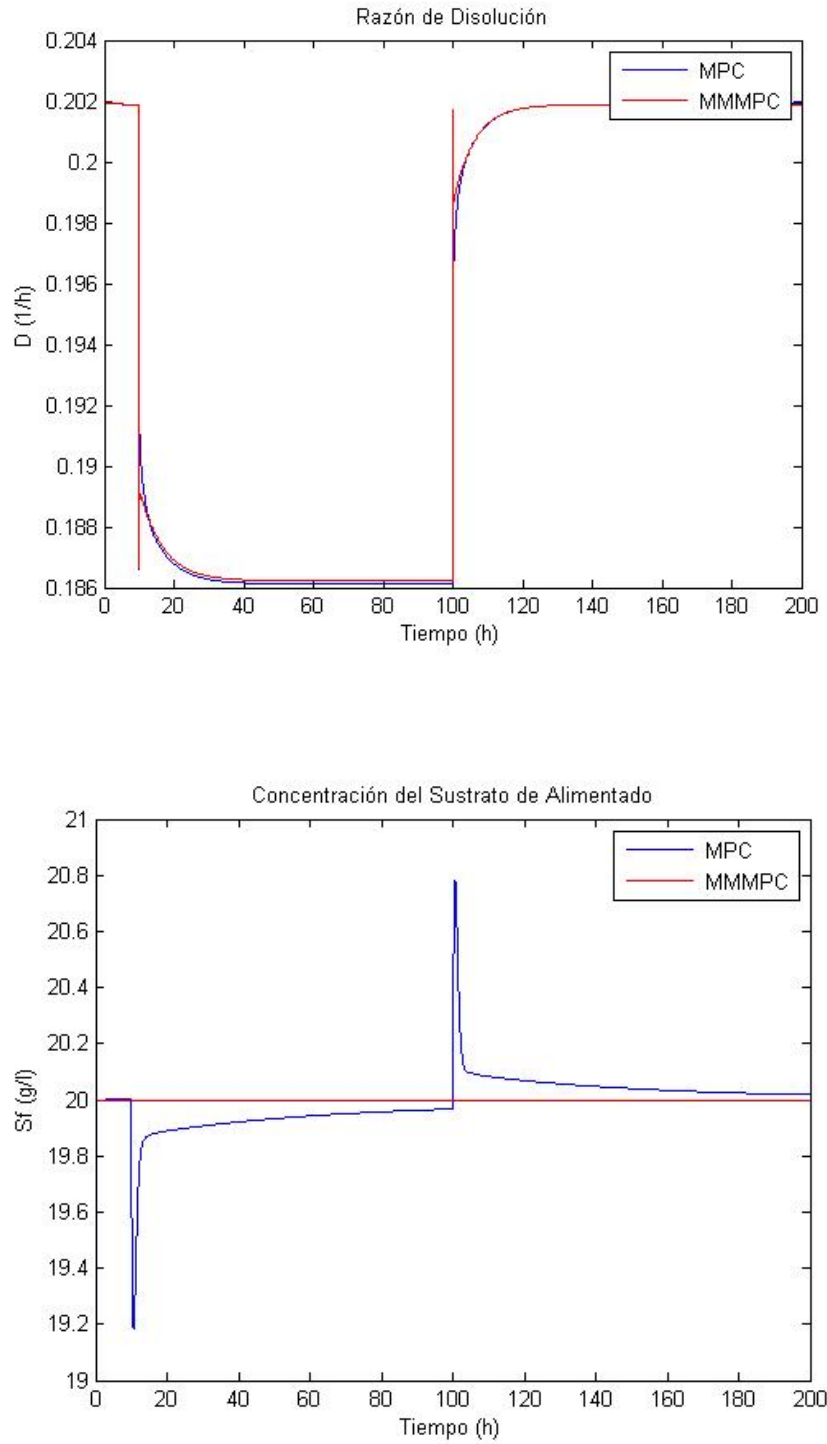


Figura 2.29 Variables Manipuladas ante perturbaciones con restricciones

2.3.3 Estabilidad y robustez del Fermentador a lazo cerrado

En este epígrafe se pretende verificar que los objetivos nominales y robustos se cumplan a lazo cerrado.

Estabilidad del sistema nominal: Se verifica a través del análisis de los polos del sistema o la Sensibilidad Complementaria $T_0(s)$, ecuación (1.15) Para el Fermentador continuo el mayor de los ceros del polinomio característico (denominador de $T_0(s)$) es $-6.0406 \cdot 10^{-5}$, por lo que todos los polos tienen parte real negativa, con lo que se demuestra que el sistema nominal tiene estabilidad absoluta.

Estabilidad del sistema robusto: Se puede comprobar la estabilidad robusta verificando la condición de estabilidad para incertidumbres de tipo multiplicativa (tabla 1.2). Para confirmar que el sistema es estable para todos los posibles valores de los parámetros, se utiliza la función *robuststab* del toolbox de *Control Robusto*, la cual calcula el margen de estabilidad.

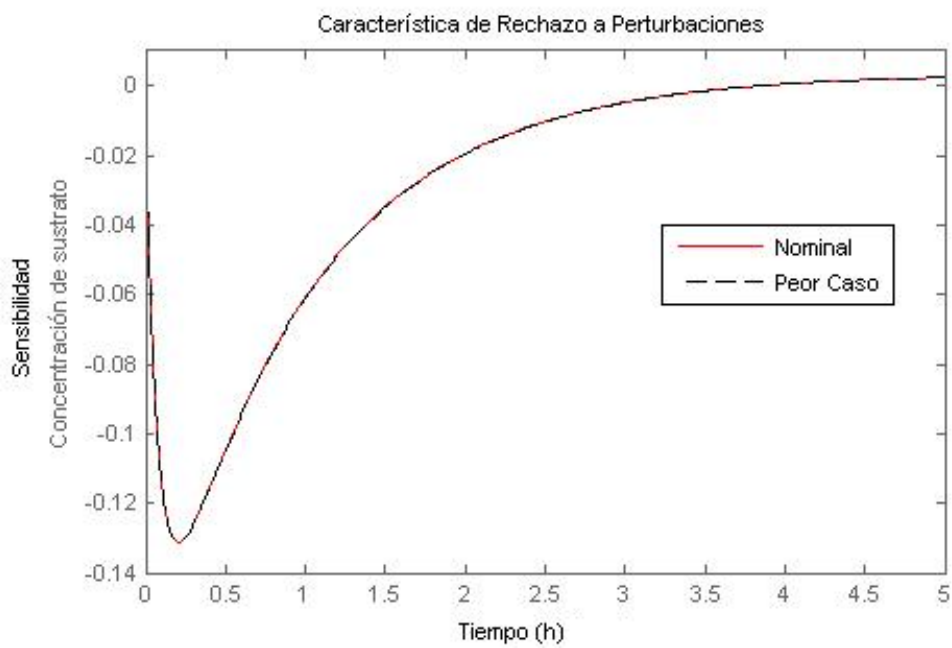
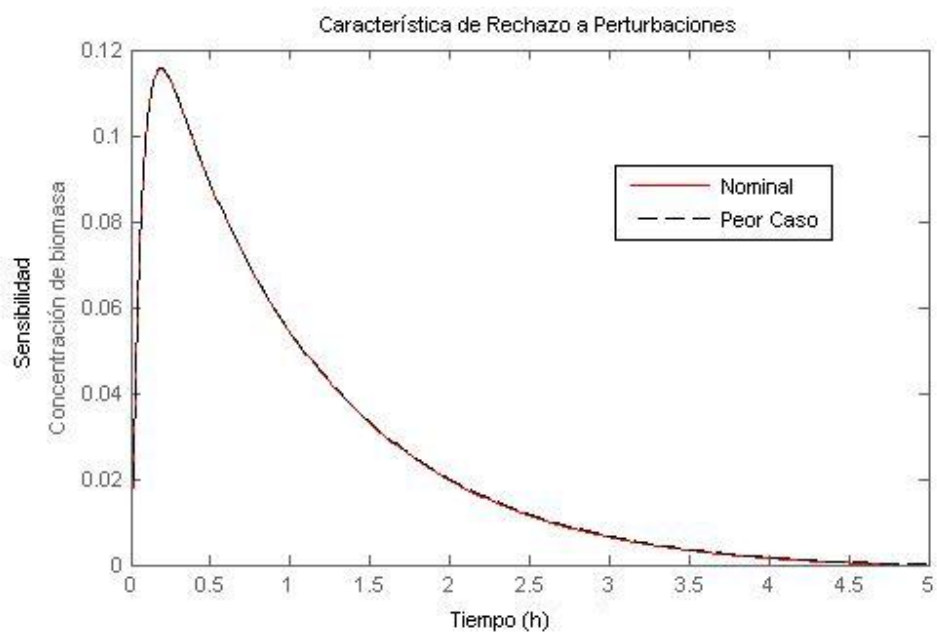
En el caso del Fermentador, los límites inferior y superior del margen de estabilidad son:

$$\text{Límite inferior} = 1.9132 > 1$$

$$\text{Límite superior} = 2 > 1$$

Como se aprecia ambos son mayores que 1, por lo que se comprueba que el sistema es estable para cualquier valor de la incertidumbre.

Análisis de la robustez al rechazo de perturbaciones. Para ello se determina la función de Sensibilidad, ecuación (1.14). Si para $t = \infty$, esta es cero, el sistema es capaz de hacer frente a los perturbaciones. La figura 2.30 muestra el gráfico de la sensibilidad, es decir, la característica de rechazo a perturbaciones para las salidas. Como se observa, tanto para el caso nominal como para el peor caso y las familias de plantas del Fermentador, la sensibilidad tiende a cero, es decir, el sistema es capaz de hacer frente a los cambios bruscos en la perturbación. Este resultado corrobora lo mostrado en las figuras 2.26, 2.27 y 2.28.



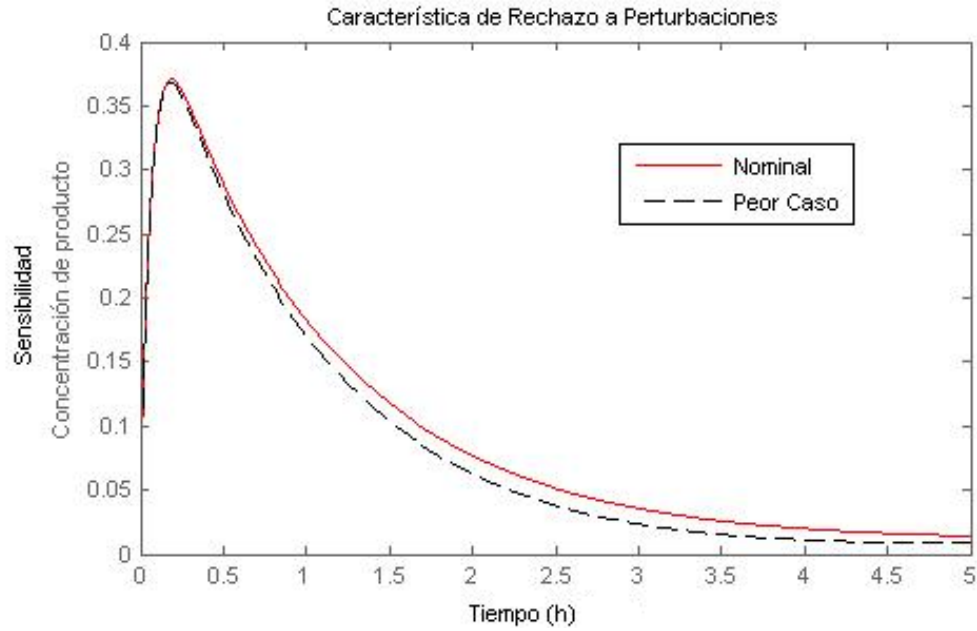


Figura 2.30 Función Sensibilidad para el Fermentador Continuo

Rendimiento nominal y robusto: Puede verse en las figuras 2.20, 2.22 y 2.24, donde se observa que los controladores MPC y MMMPC mantienen el error entre las salidas de la planta y las referencias lo más pequeño posible.

Conclusiones del Capítulo II

Se arribaron a las siguientes conclusiones:

- La determinación de la familia de plantas y su cota máxima para procesos con incertidumbres en los parámetros, permitió el diseño de controladores predictivos robustos.
- La aplicación del MMMPC a los procesos no lineales a través del Matlab, permitió evaluar la capacidad de estos controladores para seguir cambios en la referencia y rechazar perturbaciones, incluso en sistemas multivariables.
- Las prestaciones del MMMPC incluyen una alta capacidad para tratar restricciones, tal y como se pudo apreciar en las simulaciones desarrolladas.
- Se analizó la estabilidad y la robustez del controlador propuesto a través del MatLab, evidenciándose el cumplimiento de los requerimientos nominales y robustos.

Conclusiones Generales

- 1- La sistematización de la evolución histórica y de los fundamentos teóricos del MPC y del MPC robusto, evidenció la necesidad de tener en cuenta la incertidumbre a la hora del diseño del controlador por los efectos que la misma puede provocar en los lazos de control.
- 2- El diseño del controlador MMMPC para los casos de estudio, permitió obtener una solución más efectiva y robusta en el control de procesos no lineales con incertidumbres, que desde técnicas convencionales pueden tornarse complejas.
- 3- La simulación del MMMPC y el MPC, evidenció un mejor control del MPC Min – Max cuando la dinámica no es descrita suficientemente bien por el modelo de predicción.
- 4- El análisis de los resultados obtenidos con el esquema de control propuesto, aplicado a los procesos en estudio, evidenció las potencialidades del mismo, al comprobarse su capacidad para seguir cambios en la referencia y rechazar perturbaciones, con restricciones, incluso en sistemas multivariables.

Recomendaciones

Como futuras líneas de investigación abiertas se pueden citar:

1. Implementar el control MMMPC con otras descripciones de incertidumbres y combinaciones de las mismas.
2. Combinar el MMMPC con otras técnicas de linealización.
3. Diseñar el MMMPC no lineal y compararlo con el MPC no lineal.

Bibliografía

- 1- Acosta, P. y Fridman, L. Diseño y análisis de control con modos deslizantes para sistemas con predictores de asignación finita de polos. RIAI. ISSN: 1697-7912. Vol. 7, Núm. 2, Abril 2010, pp. 21-30.
- 2- Álamo, T. y otros. Min–Max MPC Using a Tractable QP Problem. 2007.
- 3- Álamo, T., Ramírez, D.R. y Camacho, E.F. Efficient implementation of Min – Max Model Predictive Control with Bounded Uncertainties, Proceedings of CCA'02, Glasgow (Reino Unido), pp. 651-656. 2002
- 4- Alexandra Grancharova, Tor Arne Johansen. Explicit Min – Max MPC of Constrained Nonlinear Systems with Bounded Uncertainties. Lecture Notes in Control and Information Sciences. 2012, Volume 429, pp. 127-156.
- 5- Allwright, J.C. On Min – Max Model-Based Predictive Control. Advances in Model Predictive Control, Oxford University Press, pp. 246-255. 1994
- 6- Allwright, J.C. y Papavasiliou, G.C. On linear programming and robust model-predictive control using impulse-responses, Systems and Control Letters, 18, pp. 159-164. 1992
- 7- Álvarez, H. Control Predictivo basado en Modelo Borroso para el Control del pH. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ingeniería. Universidad Nacional de San Juan. Argentina. 2000.
- 8- Álvarez, T. y otros. Control predictivo Min – Max multimodelo con restricciones, validado sobre una planta de laboratorio. ISSN: 1697-7912. Vol. 3, Núm. 3, Julio 2006, pp. 68-77.
- 9- Ayala, M., Silva, M. y Sá da Costa, J. Approximate Min – Max MPC for Linear Hybrid Systems. 2005.
- 10- Bazaraa, M.S. y C.M. Shetty. Nonlinear Programming. Wiley. 1979
- 11- Bemporad, A. Reducing conservativeness in predictive control of constrained systems with disturbances, *in* “Proceedings of the CDC”. 1998

- 12- Bemporad, A. y otros. The Explicit Linear Quadratic Regulator for Constrained Systems. *Automatica*. No. 38, p. 3-20. 2002.
- 13- Bequette, B. Nonlinear control of chemical processes: A review. *Industrial Engineering Chemical Research*. No. 30, p. 1391-1413. 1991.
- 14- Bordóns, C. Control Predictivo: metodología, tecnología y nuevas perspectivas. Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad de Sevilla. España. 2000.
- 15- Camacho, E. y Bordóns, C. Control Predictivo: pasado, presente y futuro. Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla. España. 2004.
- 16- Campo, P.J. y Morari, M. Robust Model Predictive Control, Proceedings of ACC'87, Minneapolis, Minnesota, pp. 1021-1026. 1987
- 17- Camponogara, E. ; de Lima, M.L. Distributed Optimization for MPC of Linear Networks With Uncertain Dynamics *Automatic Control, IEEE Transactions on* Volume: 57 , Issue: 3, 2012, pp. 804 – 809.
- 18- Chisci, L., J. A. Rossiter y G. Zappa. Systems with persistent disturbances: Predictive control with restricted constraints. *Automática* 37, 1019{1028. 2001
- 19- Clarke, D. y Gawthrop, P. Self-tuning Control. *Proceedings IEEE*. No. 123, p. 633-640. 1979.
- 20- Clarke, D. y Mohtadi, C. Properties of generalizad predictive control. *Proceedings of 10th IFAC World Congress*. p. 63-70. Alemania. 1987.
- 21- Clarke, D. y Scattolini, R. Constrained Receding-horizon Predictive Control. *Proceedings IEEE*. No. 138, Vol. 4, p. 347-354. 1991.
- 22- Cueli, J. R., Bordóns, C., 2008. Iterative nonlinear model predictive control. Stability, robustness and applications. *Control Engineering Practice* 16 (9), 1023–1034.
- 23- Cutler, C. y Ramaker, B. Dynamic matrix control: a computer control algorithm. *AIChE 86th National Meeting*. Estados Unidos. 1980.
- 24- Dong, J. y Krogh, B. Min – Max Feedback Model Predictive Control For Distributed Control With Communication. 2003.
- 25- Doyle, J. C. y Stein, G. Multivariable Feedback Desing: Concepts for a

- Classical/Modern Synthesis. IEEE Trans. on Automatic Control, 36(1):4-16, 1981.
- 26- Fernández, I., Rodríguez, C., Guzmán J.L., Berenguel, M. Control predictivo por desacoplo con compensación de perturbaciones para el benchmark de control 2009-2010. RIAI. ISSN: 1697-7912. Vol. 8, Núm. 2, Abril 2011, pp. 112-121.
- 27- Foo, Y. K. y Soh, Y. C. Robust Stability Bounds for Systems with Structured and Unstructured Perturbations. IEEE Trans. on Automatic Control, 38(7), 1993.
- 28- García, C.E., Prett D.M. y Morari M. Model Predictive Control: Theory and Practice-a Survey. Automatica, 25(3):335–348, 1989.
- 29- Gómez O. y otros. Genetic algorithms based predictive control for mobile robot navigation in changing environments, *en* 'Proceedings of the ECC'. 2001.
- 30- Greco, C. y otros. Performance Improvement of Self Tuning Controllers by Multistep Horizons: The MUSMAR Approach. Automática. No. 20, p. 681-700. 1984.
- 31- Gruber, J. K., 2010. Efficient and robust techniques for predictive control of nonlinear processes. Tesis doctoral, Universidad de Sevilla.
- 32- Gruber, J., Bordóns, C. CONTROL PREDICTIVO NO LINEAL BASADO EN MODELOS DE VOLTERRA. APLICACIÓN A UNA PLANTA PILOTO. ISSN: 1697-7912. Vol. 4, Núm. 3, Julio 2007, pp. 34-45.
- 33- Gruber, J. K., Ramirez, D. R., Alamo, T., Bordóns, C., Camacho, E. F., 2009. Control of a pilot plant using QP based Min – Max predictive control. Control Engineering Practice 17 (11), 1358–1366.
- 34- Henson M.A. Nonlinear model predictive control: current status and future directions. Computers and Chemical Engineering, 23, 187-202, 1998.
- 35- Hrissagis, K., O. Crisalle y M. Sznaier An l_1/H^∞ Design Methodology for Robustifying Predictive Regulators with Optimal Nominal Performance, Proc. 13th IFAC World Congress, San Francisco, CA, G, pp. 237-242. 1996

- 36- Ipanaqué, W. y Vásquez, E. Identificación y Control Predictivo. IX Congreso Latinoamericano de Control Automático y IV Congreso de la Asociación Colombiana de Automática. Colombia. 2000.
- 37- Jae Sik Lim ; Jung-Su Kim ; Young Il Lee. Robust MPC for input constrained uncertain systems with nonzero reference state. Control, Automation and Systems (ICCAS), 2011 11th International Conference .pp.1810 – 1815. IEEE Conference Publications
- 38- Keyser, R. y Cuawenberghe, A. Extended Prediction Self-adaptive Control. IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation. p. 1317-1322. Reino Unido. 1985.
- 39- Kim, Y.H. y Kwon, W.H. An application of Min – Max generalized predictive control to sintering processes, Control Engineering Practice, 6, pp. 999-1007. 1998
- 40- Lazar, M. y otros. On input-to-state stability of Min–Max nonlinear model predictive control. 2007.
- 41- Lee, S. M. y Park, J. H. Robust model predictive control for norm-bounded uncertain systems using new parameter dependent terminal weighting matrix.2006.
- 42- Limón, D. Control predictivo de sistemas no lineales con restricciones: estabilidad y robustez. Tesis en opción al grado científico de Doctor Ingeniero Industrial. Escuela Superior de Ingenieros de la Universidad de Sevilla. España, 2002.
- 43- Limón, D., Álamo, T. y Camacho, E.F. Robust Stability of Min – Max MPC Controllers for Nonlinear Systems with Bounded Uncertainties. 2004.
- 44- Ljung, L. System Identification: Theory for the user. Prentice Hall. 1987.
- 45- Löfberg, J. Towards Joint State Estimation and Control in Minimax MPC. 2001
- 46- López, M., Ortega, M., Vivas, C. y Rubio, F. Control no lineal robusto de una maqueta de helicóptero con rotores de velocidad variable. ISSN: 1697-7912. Vol. 4, Núm. 3, Julio 2007, pp. 46-60.
- 47- Lussón, A. Control Predictivo basado en Modelos con estructura Wiener-

- LAT. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Control de Sistemas. Universidad Nacional del Sur. Argentina. 2002.
- 48- Mayne, D. Nonlinear model predictive control: Challenges and opportunities, *en* F.Allgöwer & A.Zheng, eds, 'Nonlinear Model Predictive Control', Birkhauser, pp. 23–44. 2000.
- 49- Mayne, D. y otros. Constrained Model Predictive Control: Stability and Optimality. *Automática*. No. 36, p. 789-814. 2000.
- 50- Megías, D., Serrano, J. y Prada, C. Min – Max constrained quasi-infinite horizon model predictive control using linear programming, *Journal of Process Control*, 12, pp. 495-505. 2002
- 51- Mirzaei, M. ; Poulsen, N.K. ; Niemann, H.H. Model predictive control of wind turbines using uncertain LIDAR measurements. *American Control Conference (ACC)*, 2013, pp. 2235 – 2240. IEEE Conference Publications.
- 52- Mirzaei, M. ; Poulsen, N.K. ; Niemann, H.H. Robust model predictive control of a wind turbine. *American Control Conference (ACC)*, 2012, pp. 4393 - 4398 IEEE Conference Publications.
- 53- Morari, M. *Advances in Model-Based Predictive Control*. Oxford University Press. Inglaterra. 1994.
- 54- Morari, M. y Ricker, N. *Model Predictive Control Toolbox for Use with Matlab*. The MathWorks. Estados Unidos. 1998.
- 55- Mosca, E. y otros. Stabilizing I/O Receding Horizon Control. *IEEE Conference on Decision and Control*. 1990.
- 56- Nejjari, F. y Quevedo, J. Estimador intervalar para un proceso de fermentación con incertidumbre. 2003.
- 57- Pérez, E., Ariño, C., Blasco, X. y Martínez, M. Solución Explícita al Control Predictivo de Sistemas Lineales Sujetos a Restricciones No Convexas. 2011.
- 58- Peterka, V. Predictor-based Self-tuning Control. *Automática*. No. 20, Vol. 1, p. 39-50. 1984.
- 59- Propoi, A. Use of LP Methods for Synthesizing Sample-data Automatic

- Systems. Automatic Remote Control. 1963.
- 60- Qin, J. S. y Badgwell, T. A. An overview of industrial model predictive control technology, en Proceedings of the conference on Chemical Process Control. 1997
- 61- Ramírez, D. R. y otros. Model based predictive control using genetic algorithms: Application to a pilot plant, en 'Proceedings of the ECC'. 1999a.
- 62- Ramírez, D. R. y otros. Nonlinear MBPC for mobile robot navigation using genetic algorithms, en 'Proceedings of the ICRA'. 1999b.
- 63- Ramírez, D.R. y Camacho, E. F. Linealidad a Trozos de la Ley de Control Min – Max MPC con Norma Cuadrática e Incertidumbre Acotada. 2003.
- 64- Ramírez, D.R. y Camacho, E.F. Implementation of Min – Max MPC using hinging hyperplanes: Application to a heat exchanger, Control Engineering Practice, 12(9), pp. 1197- 1205. 2002
- 65- Ramírez, D., Gruber, J., Álamo, T., Bordóns, C. y Camacho E. Control Predictivo Min – Max de una planta piloto. ISSN: 1697-7912. Vol. 5, Núm. 3, Julio 2008, pp. 37-47.
- 66- Ramos, C. y otros. LQR robusto mediante incertidumbre acotada en los datos. RIAI. ISSN: 1697-7912. Vol. 4, Núm. 3, Julio 2007, pp. 61-72.
- 67- Richalet J.y otros. Algorithmic control of industrial processes. 4th. IFAC Symposium on Identification and system Parameter Estimation, URSS, 1976.
- 68- Richalet, J. y otros. Model Predictive Heuristic Control: Applications to Industrial Processes. Automática. No. 14, Vol. 2, p. 413-428. 1978.
- 69- Richalet, J. y otros. Predictive Funcional Control. Application to Fast and Accurate Robots. Proceedings of 10th IFAC World Congress. Alemania. 1987.
- 70- Rodríguez y otros. Control Predictivo Basado en Predictores Borrosos. Convención de Ingeniería Eléctrica 2007. Universidad Central de las Villas. Cuba. 2007.
- 71- Sira, H., Juárez, A. y Cortés, J. Control lineal robusto de sistemas no

- lineales diferencialmente planos. RIAI. ISSN: 1697-7912. Vol. 8, Núm. 1, Enero 2011, pp. 14-28.
- 72- T. Assavapokee, M. J. Realff, J. C. Ammons. Min-Max Regret Robust Optimization Approach on Interval Data Uncertainty. Journal of Optimization Theory and Applications. May 2008, Volume 137, Issue 2, pp 297-316.
- 73- Wang, Y.J. y Rawlings, J.B. A New Robust Model Predictive Control Method I: Theory and Computation, Journal of Process Control, 14, pp. 231–247. 2004
- 74- Yassine, M. Optimización de la Producción de un Invernadero mediante Control Predictivo No Lineal. Tesis en opción al grado científico de Doctor. 2003.
- 75- Ydstie, B. Extended Horizon Adaptive Control. Proceedings of 9th IFAC World Congress. Hungría. 1984.
- 76- Zadeh, L. y Whalen, B. On Optimal Control and Linear Programming. IRE Transaction on Automatic Control. 1962.
- 77- Zhiqiang, Z., Lihong, X. y Meng, Y. Quasi-Min – Max MPC with Linear Parameter-Dependent State Feedback Law. 2005.
- 78- Zhao Min , Li Shaoyuan. Quasi-Min – Max MPC algorithm for constraint LPV system based on time-varying one-step invariant set. Control Conference (CCC), 2010 29th Chinese. July 2010, pp. 5975 – 5980. Print ISBN: 978-1-4244-6263-6.
- 79- Xiangjie Liu ; Sumei Feng ; Xiaobing Kong. A new robust MPC for uncertain linear systems. Intelligent Control and Automation (WCICA), 2010. pp. 1408 – 1413. IEEE Conference Publications.