



Facultad de Ingeniería Eléctrica
Departamento de Control Automático

*Una alternativa al control no lineal:
Control Predictivo con Linealización
Exacta por Realimentación.*

Tesis en opción al título académico de Máster en Automática

Autora: Ing. Irina Bausa Ortiz

Tutora: Dra.C. Ania Lussón Cervantes

Curso: 2010-2011

"Año 53 de la Revolución"

Agradecimientos

A Ania, mi tutora y amiga, quien desde el día que aceptó dirigirme el Trabajo de Diploma no ha tenido descanso, y a quien todo lo que le pueda agradecer nunca será suficiente. GRACIAS.

Al Dr. Francisco Chang, por todo su apoyo y paciencia desde el primer día.

A mi mamá, por nunca exigir, pero siempre esperar lo mejor de mí.

A mi familia, la razón por la que quiero ser aún mejor persona, para merecerlos.

A Milagritos, gracias por la preocupación constante y el impulso.

A todos los profesores de la Maestría en Automática, especialmente al Dr. Israel Mazaira, por todas las dudas aclaradas y los consejos oportunos.

Al Dr. Reinel Beltrán, que aún lejos me ha brindado su ayuda en todo momento.

A mis amigos, porque el saber que puedo contar con ellos, dondequiera que estén, es más que suficiente.

A todos mis compañeros del Departamento de Control Automático, por ser excelentes profesionales y aún mejores personas.

A Daily, por hacer la carga más ligera para que pudiera terminar a tiempo.

Resumen

En los últimos años, una de las tecnologías avanzadas con mejores resultados en su aplicación a diferentes procesos industriales ha sido el Control Predictivo Basado en Modelos Lineales (*Model Based Predictive Control, MPC*). Por su parte, el Control Predictivo No Lineal (*Nonlinear Model Predictive Control, NMPC*) surgió hace relativamente poco tiempo y su implementación aún requiere resolver muchos problemas de optimización. Los grandes requerimientos de cálculo de los métodos de MPC no lineal constituyen un serio obstáculo para su exitosa implementación industrial.

El objeto de la presente investigación lo constituyen las Técnicas de Control para procesos no lineales, proponiéndose como objetivo diseñar y simular una propuesta de control híbrido (Control Predictivo + Linealización Exacta por Realimentación), a fin de brindar una alternativa que permita solucionar los problemas asociados a la optimización en el NMPC.

El aporte de la investigación es la obtención de una alternativa de control que combina el control predictivo con la linealización exacta por realimentación, para superar las dificultades asociadas a la implementación del control predictivo en sistemas no lineales con restricciones.

La alternativa de control propuesta se aplica a un reactor tipo tanque continuamente agitado. Se brindan las condiciones bajo las cuales se diseña el esquema de control híbrido, y por último, se muestran los resultados de las simulaciones ante cambios en la referencia y perturbaciones.

Índice General

Introducción.....	1
I. CARACTERIZACIÓN DE LAS TÉCNICAS DE CONTROL NO LINEAL.....	6
1.1. Control no lineal. Fundamentos teóricos de la Linealización Exacta por Realimentación y el Control Predictivo Basado en Modelo.....	6
1.1.1. Linealización Exacta por Realimentación.....	12
1.1.2. Control Predictivo Basado en Modelo.....	20
1.2. Análisis histórico tendencial de las técnicas de control no lineal.	30
1.3. Alternativas de algoritmos predictivos para el control de sistemas no lineales con restricciones.....	41
II. CONTROL PREDICTIVO + LINEALIZACIÓN POR REALIMENTACIÓN EN UN REACTOR CSTR.....	46
2.1. Linealización entrada-salida del reactor CSTR.....	46
2.2. Diseño del control MPC+FL en el reactor CSTR.....	52
2.3. Resultado de las simulaciones en el reactor CSTR.....	55
Conclusiones Generales.....	61
Recomendaciones.....	62
Bibliografía.....	63
Anexos.....	

Índice de Figuras

1.1. Sistema no lineal.....	8
1.2. Lazo de linealización.....	13
1.3. Dinámica del sistema parcialmente linealizado.....	16
1.4. Estructura básica del MPC.....	21
1.5. Estructura básica del lazo de control NMPC.....	25
2.1. Salida del proceso ante cambios en la referencia con restricciones.....	56
2.2. Acción de control ante cambios en la referencia con restricciones.....	56
2.3. Salida del proceso ante perturbaciones.....	57
2.4. Acción de control ante perturbaciones.....	58
2.5. Salida del proceso ante perturbaciones.....	59
2.6. Acción de control con restricciones ante perturbaciones.....	59

Introducción

Durante el desarrollo del control automático como ingeniería, se han aplicado modelos lineales para describir los sistemas físicos por diversas razones. La teoría de control clásico, que parte del análisis en el dominio de la frecuencia, describe al objeto de estudio como un sistema lineal, y aplica la teoría de los sistemas lineales, por demás lo suficientemente general y bien desarrollada como para obtener soluciones adecuadas para una gran variedad de problemas.

Desde el punto de vista del modelado matemático y de la teoría de control, es indudable que todo proceso tiene un comportamiento no lineal. Sin embargo, en el caso de los procesos continuos, es usual recurrir a la linealización del modelo en la cercanía de sus puntos de operación típicos, y la posterior aplicación de conceptos de la teoría del control lineal, sin perderse con ello rigurosidad en los análisis correspondientes. Las técnicas lineales de control, además, permiten una solución analítica y no requieren de complicados medios computacionales para su simulación y solución. En esta última área, es prácticamente innumerable la bibliografía disponible, entre los autores más conocidos pueden destacarse (*Ogata, K., 1970*), (*Takahashi, Y. y col., 1977*), (*Kuo, B., 1996*), etc.

En la década de los 60 del pasado siglo, se retomó el análisis en el tiempo y se desarrolló la teoría del espacio de estado, fundamentalmente orientada a aquellas aplicaciones en las cuales una aproximación lineal del sistema no era adecuada o lo suficientemente precisa como para brindar buenas soluciones desde el punto de vista del control. De igual manera, los avances tecnológicos han generado una enorme variedad de nuevos problemas y aplicaciones que son no lineales en esencia. Por ejemplo, fenómenos no lineales tales como equilibrios múltiples, ciclos límite, bifurcaciones, corrimiento de frecuencias y caos, se observan comúnmente en aplicaciones modernas importantes en ingeniería, tales como sistemas de comando de vuelo, robots manipuladores, sistemas de autopistas automatizadas, estructuras de ala de avión, y sistemas de inyección de combustible de alto rendimiento. Tales fenómenos no lineales no se pueden

describir mediante dinámica de modelos lineales, con lo cual resulta ineludible el uso de modelos no lineales y el desarrollo de conceptos y herramientas de sistemas no lineales de control.

A partir de la década del 70, la geometría diferencial ha aportado grandes ventajas en el tratamiento riguroso de los sistemas no lineales: se establecieron las bases teóricas del control no lineal y se brindaron algunas aplicaciones a sistemas no lineales típicos, dentro de estas, una aplicación interesante de la teoría de control de sistemas no lineales es la denominada linealización exacta por realimentación (*Isidori, A., 1985*), (*Kravaris, C. y Kantor, J., 1990a,b*), (*D'Attellis, C., 1992*).

Una de las desventajas del procedimiento de linealización radica en que el control necesita de la cancelación de las no linealidades, lo que conlleva el exacto conocimiento de las mismas y de los parámetros que puedan aparecer en sus dinámicas. Además, en la mayoría de los casos, únicamente se conocen los valores nominales de los parámetros, por lo que bajo otras circunstancias operativas es previsible que sus valores estén dotados de incertidumbres. La mayor dificultad en el diseño de leyes de control en realimentación para sistemas no lineales radica en la necesidad de explorar todo el espacio de estado.

El problema del diseño de controladores realimentados para sistemas no lineales tiene una solución general sólo en el caso de sistemas realimentados que sean equivalentes a sistemas lineales. El hecho de que muchos sistemas no lineales en realimentación no sean equivalentes a los lineales ha motivado el estudio de técnicas de control alternativas, algunas de ellas se basan en el Control Predictivo Basado en Modelo, como una fuerte estrategia de realimentación que puede manejar las restricciones de forma óptima.

El algoritmo de MPC lineal, el cual puede reducirse a un sencillo problema de programación lineal (*Linear Program, (LP)*) o cuadrática (*Quadratic Program, (QP)*) está bien establecido y es satisfactorio cuando se trata con sistemas lineales o medianamente no lineales sujetos a restricciones (*Bemporad, A. y otros, 2001*). En la literatura se han propuesto algunas extensiones de los conceptos del control predictivo para sistemas no lineales, los cuales se han llamado algoritmos de MPC no lineal.

Como en el MPC se realiza la optimización en línea, es importante la discusión del problema de la implementación y el cálculo para ver su aplicabilidad. El MPC no lineal estándar y sus modificaciones (MPC contractivo, con horizonte variable, híbrido, etc.) utilizan modelos de predicción no lineal, e incluyen, en general, funciones de costo no lineales y no convexas, que conducen a varias dificultades durante su implementación y traen consigo un sustancial incremento de la carga computacional, hecho que puede dar lugar a que la aplicación de esta técnica quede restringida a un conjunto de sistemas con dinámica lenta. Por ejemplo, la eficiencia de la programación no lineal puede influir en la eficiencia del MPC. Aparecen problemas relativos a la obtención del óptimo global, lo que influye no sólo en la calidad del control, sino también en problemas relacionados con la estabilidad. Los grandes requerimientos de cálculo de los métodos de MPC no lineal son un serio obstáculo para su exitosa implementación industrial.

Por lo anteriormente expuesto, se define como **problema** las dificultades asociadas a la optimización en los métodos de control predictivo no lineal.

Constituyéndose en **objeto de la investigación** las Técnicas de Control para procesos no lineales.

El **objetivo** radica en diseñar y simular una propuesta de control híbrido (Control Predictivo + Linealización Exacta por Realimentación), a fin de brindar una alternativa que permita solucionar los problemas asociados a la optimización en el NMPC.

Precisando el **campo de acción** en las Técnicas de Linealización Exacta por Realimentación y el Control Predictivo Basado en Modelo.

Se propone la siguiente **hipótesis**: si se diseña y simula el controlador predictivo para una planta no lineal, cuyo modelo de predicción ha sido linealizado entrada-salida, se pueden resolver los problemas asociados a la optimización en el control predictivo no lineal.

El aporte de la investigación es la obtención de una alternativa de control que combina el control predictivo con la linealización exacta por realimentación, para

superar las dificultades asociadas a la implementación del control predictivo en sistemas no lineales con restricciones

Tareas de la investigación:

1. Caracterizar las técnicas de control para procesos no lineales, con énfasis en la Linealización Exacta por Realimentación y el Control Predictivo Basado en Modelo.
2. Linealizar el modelo de predicción mediante la técnica de linealización entrada-salida.
3. Diseñar la alternativa de control propuesta (Control Predictivo + Linealización Exacta por Realimentación).
4. Simular la alternativa de control propuesta.

En el transcurso de la investigación se utilizaron las siguientes **técnicas y métodos**:

- 1- Análisis de fuentes documentales.
- 2- Técnicas y métodos empíricos: Observación, Encuestas y Entrevistas
- 3- Método histórico-lógico.
- 4- Método de análisis y síntesis.
- 5- Métodos experimentales: Diseño y Simulación.

Significación práctica de la investigación:

En el presente trabajo, la utilización de un modelo lineal para la predicción, obtenido a partir de la linealización por realimentación, permite reducir el costo de cálculo durante la fase de predicción, al eliminar los problemas relacionados con la optimización no lineal. La aplicación del controlador predictivo, posibilita superar

las limitaciones asociadas al tratamiento de las restricciones en la linealización por realimentación, al incorporar las mismas desde el propio diseño del controlador.

En el Capítulo I se caracterizan las técnicas de control no lineal, enfatizando en los fundamentos teóricos de la Linealización Exacta por Realimentación y el Control Predictivo Basado en Modelo. Se establecen las etapas y tendencias que han condicionado la evolución histórica del control no lineal. Se analizan las principales dificultades asociadas a la implementación del control predictivo no lineal, así como diferentes propuestas realizadas con el propósito de superarlas.

En el segundo capítulo se presenta la combinación de la linealización por realimentación con el Control Predictivo Basado en Modelo, como una alternativa para superar las dificultades asociadas a la implementación del MPC en sistemas no lineales con restricciones. El control propuesto se aplica a un reactor tipo tanque continuamente agitado (*Continuous Stirred Tank Reactor, CSTR*). Se brindan las condiciones bajo las cuales se diseña el control híbrido propuesto (Control Predictivo + Linealización Exacta por Realimentación), y por último, se muestran los resultados de las simulaciones ante cambios en la referencia y perturbaciones.

Capítulo I: Caracterización de las técnicas de control no lineal.

Introducción

En el presente capítulo se brindan los principales aspectos que caracterizan las técnicas de control no lineal, enfatizando en los fundamentos teóricos de la Linealización Exacta por Realimentación y el Control Predictivo Basado en Modelo. En el análisis histórico, se establecen tres etapas que abarcan las diferentes tendencias que han condicionado la evolución histórica del control no lineal, desde los inicios de la teoría de control moderno hasta la actualidad. Se analizan las principales dificultades asociadas a la implementación del control predictivo no lineal, así como diferentes propuestas realizadas con el propósito de superarlas.

1.1. Control no lineal. Fundamentos teóricos de la Linealización Exacta por Realimentación y el Control Predictivo Basado en Modelo.

El punto de partida en el análisis de un sistema de control es su representación por un modelo matemático, generalmente como un operador entre entradas y salidas del sistema, o como un conjunto de ecuaciones diferenciales, que pueden ser lineales o no lineales. Es una práctica mundial denominar a estos modelos matemáticos como sistemas lineales o sistemas no lineales, en dependencia del sistema de ecuaciones diferenciales que los caracterizan.

En la práctica, muchos sistemas físicos pueden modelarse por medio de sistemas lineales, para cuyos modelos ya existe una teoría amplia y un conjunto de principios que ayudan en la búsqueda de una solución a los problemas de control que puedan plantearse.

Se dice que un sistema es lineal (o que un sistema de ecuaciones diferenciales es lineal) si satisface el principio de superposición (*Lien, R., 1967*). Desde el punto de vista del análisis de estos sistemas hay otras características dignas de destacarse. Para un sistema lineal diferencial sólo existe un punto crítico o punto de equilibrio que puede ser estable, inestable, o estar en el límite de la estabilidad. En este tipo de sistemas, si la solución $y(t)$ es conocida para una entrada particular $x(t)$, entonces la solución para la entrada $kx(t)$ es $ky(t)$, siendo k una constante. Además, un sistema lineal al ser excitado con una señal sinusoidal, generalmente da como respuesta una señal sinusoidal de la misma frecuencia, pudiendo variar la amplitud y la fase, esta característica recibe el nombre de isofrecuencialidad.

Durante muchos años los sistemas y modelos lineales han sido utilizados sistemáticamente para describir y modelar la dinámica de muchos sistemas físicos, químicos, económicos, etc. Sin embargo, en los últimos años se ha comprobado que algunos sistemas no lineales pueden presentar dinámicas muy complejas que no pueden aproximarse mediante modelos lineales.

De igual manera, los avances tecnológicos actuales han generado una enorme variedad de nuevos problemas y aplicaciones que son no lineales en esencia. Por ejemplo, fenómenos no lineales tales como equilibrios múltiples, ciclos límite, bifurcaciones, corrimiento de frecuencias y caos, se observan comúnmente en aplicaciones modernas importantes en ingeniería, tales como sistemas de comando de vuelo, robots manipuladores, sistemas de autopistas automatizadas, estructuras de ala de avión, y sistemas de inyección de combustible de alto rendimiento. Tales fenómenos no lineales no se pueden describir mediante dinámica de modelos lineales, con lo cual resulta ineludible el uso de modelos no lineales y el desarrollo de conceptos y herramientas de sistemas no lineales de control.

Los sistemas dinámicos no lineales modelados por un número finito de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden acopladas entre sí, pueden representarse en forma compacta con la ecuación diferencial vectorial de primer orden,

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{1.1}$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado y $u \in \mathbb{R}^p$ es el vector de entradas de control. Considerando también una ecuación de salida,

$$y = h(x, u) \quad (1.2)$$

donde $y \in \mathbb{R}^m$ es un vector de variables de interés, por ejemplo variables físicamente medibles o variables que se desea se comporten de alguna forma especial. Un sistema no lineal puede representarse esquemáticamente como se muestra en la figura 1.1.

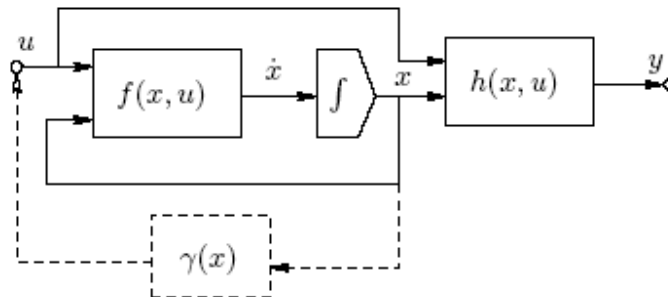


Figura 1.1. Sistema no lineal

Muchas veces la entrada u no aparece explícitamente en la expresión (1.1), ya sea porque la entrada es cero o porque fue especificada como una función del estado $u = \gamma(x)$, (control por realimentación). En este caso la ecuación de estado es la ecuación no forzada,

$$\dot{x} = f(x) \quad (1.3)$$

Estos sistemas pueden ser estacionarios o inestacionarios (*Khalil, H., 1996*). En esta tesis, se trabaja con sistemas estacionarios o invariantes en el tiempo, es decir, que su comportamiento es invariante al corrimiento del origen temporal. Cuando el sistema es inestacionario o variante en el tiempo, el lado derecho de la expresión (1.3) es una función explícita del tiempo.

Una de las características más importantes de los sistemas no lineales, es la dependencia en el comportamiento de respuesta del sistema, de la magnitud y tipo de entrada, además del propio modelo. Por ejemplo, un sistema no lineal puede comportarse de forma completamente distinta en respuesta a entradas escalón de diferentes valores.

Con el carácter del comportamiento sensible al nivel de excitación, criterios tales como sobreelongación y tiempo de asentamiento son dependientes del nivel de excitación y un sistema no lineal puede ser estable en una región de operación e inestable en otra. Así, la estabilidad debe especificarse como se observa en la vecindad de un punto de operación particular. Un concepto importante relacionado con la ecuación de estado (1.3) es el de *puntos de equilibrio*.

Definición 1.1 (Puntos de Equilibrio). Un punto $x = x^*$ en el espacio de estado es un *punto de equilibrio (PE)* de (1.3) si tiene la propiedad de que cuando el estado inicial del sistema es x^* , el estado permanece en x^* en todo tiempo futuro.

Los PE de (1.3) son las raíces de la ecuación,

$$f(x) = 0$$

Un PE puede ser aislado, es decir no tener otros PE en la vecindad, o puede existir un continuo de PE. Cuando el sistema es lineal, (1.3) tiene la forma conocida:

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{1.4}$$

y el único PE aislado posible (tomando $u = 0$) es $x = 0$. (*Khalil, H., 1996*)

Un modelo no lineal puede tener más de un punto de equilibrio y más de un modo de oscilación (*Liu, D. y Michel, A.N., 1994*), (*Ogata, K., 1980*). Las condiciones iniciales determinan la convergencia a uno u otro punto de equilibrio, e influyen, además, en la estabilidad de los sistemas no lineales (*Liu, D. y Michel, A.N., 1994*).

La estabilidad de puntos de equilibrio generalmente se caracteriza en el sentido de Lyapunov, un matemático e ingeniero ruso que estableció las bases de la teoría que hoy lleva su nombre. La teoría básica de Lyapunov comprende dos métodos introducidos por Lyapunov, el primer método o método indirecto y el segundo método o método directo.

El método indirecto o método de linealización, establece que las propiedades de estabilidad de un sistema no lineal en las proximidades de un punto de equilibrio son esencialmente las mismas que las de su correspondiente sistema linealizado simple (*Dorf, R.C., 1989*), (*Lipták, B. G., 1995*), (*Kuo, B. C., 1996*), (*Goodwin, G.C. y otros, 2001*), (*Khalil, H., 2002*). Algunos ejemplos importantes son la técnica de

análisis de pequeña señal, que se aplica a circuitos de transistores y el modelo de pequeña señal, que se aplica al análisis del péndulo.

El segundo método de Lyapunov es una herramienta poderosa para el análisis de sistemas no lineales, por lo que el llamado análisis de Lyapunov a menudo se refiere de hecho al método directo, el mismo es una generalización de los conceptos de energía asociados con un sistema mecánico: el movimiento de un sistema mecánico es estable si el total de su energía mecánica disminuye con el tiempo. Al utilizar el método directo para analizar la estabilidad de un sistema no lineal, la idea es construir una función escalar de energía (una función de Lyapunov) para el sistema y ver si decrece (Cook, P.A., 1994), (Goodwin, G.C. y otros, 2001), (Khalil, H., 2002).

La potencia de este método viene de su generalidad: es aplicable a todos los tipos de sistemas de control, sean variantes o invariantes con el tiempo, de dimensión finita o infinita, pero su aplicación puede ser obstaculizada por la dificultad en hallar funciones de Lyapunov para sistemas no lineales complicados. Aunque el método directo de Lyapunov es originalmente un método de análisis de estabilidad, se puede utilizar para otros problemas de control no lineal. Una aplicación importante es el diseño de controladores no lineales. La idea es de algún modo formular una función escalar positiva de los estados del sistema, y entonces escoger una ley de control que haga esa función decrecer. Un sistema de control así diseñado tendrá garantizada su estabilidad. Tal enfoque de diseño ha sido utilizado para resolver muchos problemas complejos de diseño en robótica y control adaptativo. El método directo también se puede utilizar para estimar las prestaciones de un sistema de control y estudiar su robustez.

Teorema de Estabilidad de Lyapunov

Considerando el sistema estacionario de (1.3), donde $f: D \rightarrow \mathfrak{R}^n$ es un mapa localmente Lipschitz desde un dominio $D \subset \mathfrak{R}^n$ en \mathfrak{R}^n . Si se supone que $\bar{x} \in D$ es un PE de (1.3), es decir, $f(\bar{x}) = 0$. Para caracterizar y estudiar la estabilidad de \bar{x} , por conveniencia, se asume que $\bar{x} = 0$, con lo cual no se pierde generalidad (Khalil, H., 1996).

Definición 1.2 (Estabilidad de un punto de equilibrio). El punto de equilibrio $x = 0$ de (1.3) es

- *estable*, si para cada $\epsilon > 0$ existe $\delta = \delta(\epsilon)$ tal que

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \epsilon, \quad \forall t \geq 0$$

- *inestable*, sino es estable
- *asintóticamente estable (AE)*, si es estable y δ puede elegirse tal que

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$$

En 1982, Lyapunov mostró que algunas otras funciones, no sólo la energía, pueden usarse para determinar la estabilidad de un PE. Sea $V: D \rightarrow \mathfrak{R}$ una función continuamente diferenciable en un dominio $D \subset \mathfrak{R}^n$ que contiene el origen. La derivada de V a lo largo de las trayectorias de (1.3) está dada por,

$$\dot{V}(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} \dot{x}_i = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} f_i(x) = \left[\frac{\partial V}{\partial x_1}, \frac{\partial V}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial V}{\partial x_n} \right] \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \vdots \\ f_n(x) \end{bmatrix} = \frac{\partial V}{\partial x} f(x)$$

Teorema 1.1 (Lyapunov). Sea el origen $x = 0$ un PE de (1.3) y sea $D \in \mathfrak{R}^n$ un dominio que contiene el origen. Sea $V: D \rightarrow \mathfrak{R}$ una función continuamente diferenciable tal que:

$$V(0) = 0 \quad y \quad V(x) > 0 \quad \text{en } D - \{0\} \quad (1.5)$$

$$\dot{V}(x) \leq 0 \quad \text{en } D \quad (1.6)$$

Entonces $x = 0$ es estable. Más aún, si

$$\dot{V}(x) < 0 \quad \text{en } D - \{0\} \quad (1.7)$$

Entonces $x = 0$ es AE.

El teorema de Lyapunov se puede enunciar, usando esta nueva terminología como: *el origen es estable si existe una función $V(x)$ definida positiva y continuamente diferenciable tal que $\dot{V}(x)$ es semidefinida negativa, y AE si $\dot{V}(x)$ es definida negativa.*

El teorema de Estabilidad de Lyapunov, como se mencionó anteriormente, constituye una poderosa herramienta para analizar el comportamiento de un sistema de control no lineal, una vez que el mismo ha sido diseñado. Tal y como sucede en el análisis de los sistemas de control no lineal, no existe un método

general para el diseño de controladores no lineales. Con este propósito existe una rica colección de alternativas y técnicas de control complementarias, cada una de las cuales provee soluciones aconsejables para problemas de control no lineal particulares, dentro de las cuales se encuentra la linealización exacta por realimentación.

1.1.1. Linealización Exacta por Realimentación

La linealización por realimentación es una aproximación al diseño de sistemas de control no lineales que ha despertado gran interés en la investigación en las últimas décadas. La idea central de esta aproximación es la transformación de la dinámica no lineal del sistema en uno total o parcialmente lineal, para que se pueda controlar a partir de técnicas de control lineal. Esta linealización no se refiere a la linealización Jacobiana aproximada del sistema, sino que convierte exactamente al sistema en lineal.

El punto de partida de la linealización exacta por realimentación está asociado con el *grado relativo* del sistema, el cual se describe formalmente de la siguiente manera (Isidori, A., 1995):

El sistema SISO no lineal:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (1.8)$$

$$y = h(x) \quad (1.9)$$

Se dice que tiene *grado relativo* r en el punto x^0 si:

- i) $L_g L_f^k h(x) = 0$ para toda x en una vecindad de x^0 para toda $k < r - 1$
- ii) $L_g L_f^{r-1} h(x^0) \neq 0$, donde

$$L_f h(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} f(x) \quad (1.10)$$

Es la derivada de Lie del campo escalar $h(x)$ respecto al campo vectorial $f(x)$, y

$$L_f^k h(x) = \frac{\partial L_f^{k-1} h(x)}{\partial x} f(x) \quad (1.11)$$

Representa el mayor orden de la derivada de Lie.

Existen dos aproximaciones generales al problema de la linealización por realimentación:

- 1- La linealización entrada-estado.
- 2- La linealización entrada-salida.

El problema de la linealización por realimentación en general puede verse como sigue:

Dado un punto x^0 , encontrar si es posible:

- i) Una ley de control por realimentación:

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (1.12)$$

- ii) Una transformación de coordenadas $x = \Phi(x)$, definida en una vecindad x de x^0 , tal que el lazo cerrado correspondiente

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\alpha(x) + g(x)\beta(x)v \quad (1.13)$$

En las nuevas coordenadas sea lineal y controlable (linealización por realimentación de estados), (figura 1.2), o cuyo comportamiento entrada/salida, o sea, la respuesta de la nueva entrada v a la salida original y , sea lineal y esté dada por una función de transferencia $G(s) = 1/s^r$ (linealización entrada/salida).

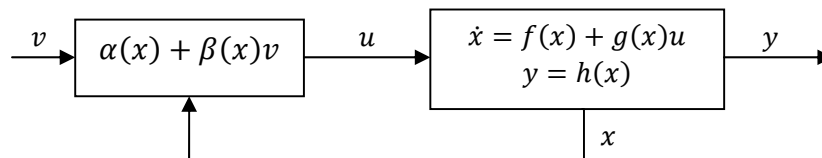


Figura 1.2. Lazo de linealización

Linealización entrada-estado:

Cualquier sistema de la forma (1.8) con grado relativo $r = n$ en algún punto $x = x^0$, utilizando una transformación que generalmente es no lineal, $\Phi(x)$ dada por:

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} \phi_1(x) \\ \phi_2(x) \\ \dots \\ \phi_n(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ \dots \\ L_f^{n-1} h(x) \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Puede llevarse a la forma normal en las nuevas coordenadas:

$$z_i = \phi_i(x) = L_f^{i-1}(x) \quad 1 \leq i \leq n \quad (1.15)$$

El sistema en la forma normal se describe por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\dots \\ \dot{z}_{n-1} &= z_n \\ \dot{z}_n &= b(z) + a(z)u \end{aligned} \quad (1.16)$$

donde

$$z = (z_1, \dots, z_n) \quad (1.17)$$

$$a(z) = L_g L_f^{r-1} h(\Phi^{-1}(z)) \quad (1.18)$$

$$b(z) = L_f^r h(\Phi^{-1}(z)) \quad (1.19)$$

Debido a que $y = h(x)$, la salida del sistema está relacionada simplemente a la nueva variable de estado mediante $y = z_1$.

Estableciendo la ley de control de realimentación de estado no lineal de acuerdo a

$$u = \frac{1}{a(z)} (-b(z) + v) \quad (1.20)$$

El sistema se reduce a:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\dots \\ \dot{z}_{n-1} &= z_n \\ \dot{z}_n &= v \end{aligned} \quad (1.21)$$

Es decir, cualquier sistema no lineal de la forma (1.8), con grado relativo n en algún punto x^0 puede transformarse en un sistema que, en una vecindad del punto $z^0 = \Phi(x^0)$ es lineal y controlable. Puede concluirse que la transformación que describe la linealización por realimentación de estado exacta está formada por un cambio de coordenadas y una realimentación de estados definidas localmente alrededor del punto x^0 . Estas dos transformaciones pueden intercambiarse: se

puede utilizar primero una realimentación y entonces cambiar las coordenadas en el espacio de estado, y el resultado será el mismo. La realimentación de la ecuación (1.20) necesaria para este propósito es exactamente la misma, pero expresada ahora en las coordenadas originales x :

$$u = \frac{1}{a(\Phi(x))} (-b(\Phi(x)) + v) \quad (1.22)$$

Comparando (1.22) con las expresiones para $a(z)$ y $b(z)$, resulta evidente que la ley de realimentación (1.12) expresada en términos de las funciones que caracterizan el sistema original $f(x), g(x), h(x)$ tiene la forma:

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{n-1} h(x)} (-L_f^n h(x) + v) \quad (1.23)$$

y $\alpha(x), \beta(x)$ están dadas por:

$$\alpha(x) = -\frac{L_f^n h(x)}{L_g L_f^{n-1} h(x)} \quad (1.24)$$

$$\beta(x) = \frac{1}{L_g L_f^{n-1} h(x)} \quad (1.25)$$

Linealización entrada-salida

Si el sistema no puede linealizarse por realimentación exacta, aún puede lograrse un comportamiento lineal de entrada-salida. La idea básica es simplemente derivar repetidamente la función de salida $y = h(x)$ hasta que esté relacionada explícitamente con la entrada. Como en los sistemas lineales, el número de diferenciaciones de la salida que se requiere define el *grado relativo* del sistema.

Cuando el grado relativo $r < n$, aún es posible obtener un sistema parcialmente lineal, utilizando

$$h(x), L_f h(x), L_f^2 h(x), \dots, L_f^{r-1} h(x) \quad (1.26)$$

como los nuevos estados y aplicando la transformación de coordenadas $z = \Phi(x)$ y la ley de control por realimentación estática regular de la expresión (1.12) conlleva a un sistema el cual puede representarse esquemáticamente como en la figura 1.3. Este es obviamente una descomposición del sistema en una parte lineal y controlable y en otra parte no lineal la cual no está afectada por la entrada. La estabilidad del sistema está determinada por la parte no lineal, la cual

frecuentemente se denomina *dinámica interna*. Es posible probar que la estabilidad de la *dinámica interna* puede determinarse buscando la estabilidad de la *dinámica de los ceros*, la cual se corresponde con la dinámica que describe el comportamiento interno del sistema cuando la entrada y las condiciones iniciales han sido elegidas de forma tal que la salida permanezca idénticamente en cero.

Puede notarse que es necesario tener el vector de estado completo para poder implantar la ley de control, porque la realimentación parcialmente linealizante es generalmente una función de todos los estados. La aproximación entrada-salida tiene los mismos inconvenientes que la aproximación de estados exacta y por tanto la aplicabilidad de estos dos tipos de linealización puede tratarse de forma simultánea (Piñón, S., 2001).

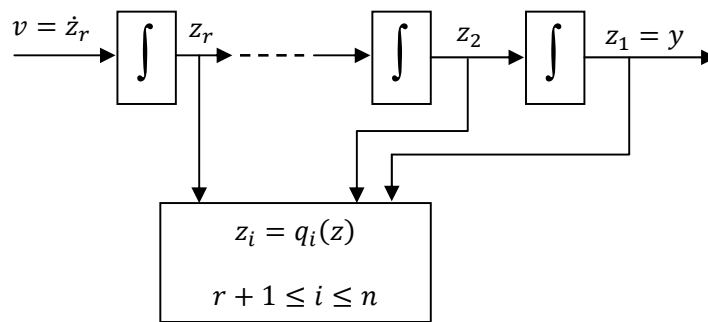


Figura 1.3. Dinámica del sistema parcialmente linealizado

Por todo lo anterior, cuando el sistema representado en (1.8) tiene *grado relativo* $r < n$ puede transformarse en:

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_1 &= z_2 \\
 \dot{z}_2 &= z_3 \\
 &\dots \\
 \dot{z}_{r-1} &= z_r \\
 \dot{z}_r &= v \\
 \dot{z}_{r+1} &= q_{r+1}(z) \\
 &\dots \\
 \dot{z}_n &= q_n(z) \\
 y &= z_1
 \end{aligned} \tag{1.27}$$

Puede notarse que, la ley de control dada por:

$$u = \frac{1}{a(z)} (-b(z) + v) \tag{1.28}$$

Proporciona una respuesta lineal de la nueva entrada v a la salida y , así una cadena de r integradores describe la relación entre u e y . Los estados no lineales $n - r$ restantes describen la *dinámica de los ceros* del sistema. Nótese que esta dinámica no influye en la salida.

Debe destacarse que una de las condiciones originalmente postuladas para la aplicación de la linealización entrada-salida es que el sistema tiene una inversa estable, caracterizada por la estabilidad de la *dinámica de los ceros* (Isidori, A., 1995).

Para el caso multivariable la *dinámica de los ceros* puede conducir a múltiples interpretaciones (Bartusiak, R.D. y otros, 1989):

- La dinámica que corresponde a las variables de estado del sistema no observables.
- La dinámica invariante bajo la cual el sistema evoluciona cuando la salida está restringida a cero para todo el tiempo de muestreo.
- La dinámica correspondiente a una realización mínima de la inversa del proceso.

Todas estas son equivalentes para sistemas lineales o sistemas no lineales de una sola entrada y una sola salida. Luego, en el contexto de control surge entonces la pregunta de si la *dinámica de los ceros* es estable, lo cual debe analizarse para cada aplicación.

Desacople de las perturbaciones.

La técnica de linealización entrada-salida presentada anteriormente no trata explícitamente con las perturbaciones del proceso. A continuación se presentan las condiciones bajo las cuales la salida puede estar completamente *desacoplada* de las variables de perturbación. Este problema fue originalmente resuelto por varios investigadores, utilizando herramientas de análisis de geometría diferencial (Claude, D., 1982), (Hirschorn, R.M., 1981), (Isidori, A. y otros, 1981). Para mayor simplicidad se emplea en este trabajo una formulación alternativa basada en el grado relativo dado en (Daoutidis, P. y Kravaris, C., 1989).

Considere un sistema no lineal SISO con una sola perturbación d ,

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + p(x)d \quad (1.29)$$

$$y = h(x)$$

Donde $p(x)$ es un vector de dimensión n de funciones no lineales. La técnica de diseño presentada anteriormente puede extenderse fácilmente a procesos con múltiples perturbaciones (Daoutidis, P. y Kravaris, C., 1989).

El problema de desacople de las perturbaciones radica en encontrar (si es posible) un difeomorfismo y una ley de control de realimentación estática no lineal tal que:

1. El mapeo entre la entrada transformada y la salida sea lineal; y
2. La salida esté completamente inafectada por la perturbación.

Es conveniente definir un grado relativo de las perturbaciones que es análogo al grado relativo r asociado con la entrada manipulada u . La perturbación d se dice que tiene grado relativo ρ en el punto x_0 si:

1. $L_p L_f^{k_p} h(x) = 0$ para todo x en una vecindad de x_0 y todo $k_p < \rho - 1$.
2. $L_p L_f^{\rho-1} h(x_0) \neq 0$

Si $\rho < r$, las perturbaciones afectan la salida más directamente que lo que puede hacer la entrada manipulada y el desacople no se logra con una ley de control de realimentación de estados estática. Consecuentemente, una condición necesaria para la solución al problema de desacople de las perturbaciones es que $\rho \geq r$. Bajo esta condición, el difeomorfismo $[\xi^T, \eta^T]^T = \Phi(x)$ transforma el sistema dado en (1.29) en la forma normal,

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\dots \\ \dot{z}_{r-1} &= z_r \\ \dot{z}_r &= b(\xi, \eta) + a(\xi, \eta)u + s(\xi, \eta)d \\ \dot{\eta} &= q(\xi, \eta) + t(\xi, \eta)d \\ y &= z_1 \end{aligned} \quad (1.30)$$

donde: $\eta = [z_{r+1} \ \dots \ z_n]^T$, $\xi = [z_1 \ \dots \ z_r]^T$

$$s(\xi, \eta) = L_p L_f^{\rho-1} h[\Phi^{-1}(\xi, \eta)] \text{ y } t_i(\xi, \eta) = L_p \Phi_{r+k}[\Phi^{-1}(\xi, \eta(k))], \ 1 \leq k \leq n - r.$$

Si la medición en línea de las perturbaciones no está disponible, y $\rho > r$, la función $s = 0$ y la ley de control linealizante definida por (1.28) desacopla completamente la salida de las perturbaciones. La entrada transformada v puede designarse como se hace usualmente. El requerimiento que $\rho > r$ a menudo se denomina *condición de desigualdad de perturbaciones*. Debido a que las perturbaciones actúan como una entrada a la *dinámica de los ceros*, el análisis de estabilidad es más difícil que en el caso que se está libre de perturbaciones. En (Byrnes, C. I. e Isidori, A., 1987) y (van der Weguen, L., H., y Nijmeijer, 1989) se presentan las condiciones suficientes para la estabilización asintótica local.

La ley de control dada en (1.28) no desacopla la salida de las perturbaciones si $\rho = r$. En este caso es posible lograr el desacople de las perturbaciones si las mismas son medidas y se emplea una ley de control de realimentación hacia delante/hacia atrás (*feedforward/feedback*). El denominado *problema de desacople de las perturbaciones con mediciones* se resuelve mediante la siguiente ley de control no lineal:

$$u = \frac{v - b(\xi, \eta) - s(\xi, \eta)d}{a(\xi, \eta)} \quad (1.31)$$

Esta ley de control *feedforward/feedback* transforma la r -ésima ecuación de (1.30) a $\dot{\xi}_r = v$. Como resultado el mapeo de entrada-salida es lineal y la salida está desacoplada de las perturbaciones. Cuando se expresa en las coordenadas originales, la ley de control de desacople tiene la forma:

$$u = \frac{v - L_f^r h(x) - L_p L_f^{r-1} h(x)d}{L_g L_f^{r-1} h(x)} \quad (1.32)$$

La entrada transformada v se designa como se ha hecho anteriormente. En (Daoutidis, P. y Kravaris, C., 1989) se propone una solución más general al *problema de desacople de las perturbaciones con mediciones* para el caso en que $\rho < r$. Sin embargo, la ley de control resultante contiene derivadas de la perturbación hasta el orden $r - \rho$.

1.1.2. Control Predictivo Basado en Modelo

El Control Predictivo Basado en Modelo constituye en la actualidad una de las estrategias de control con mayores expectativas de desarrollo, estos controladores gestionan situaciones complejas donde se necesita una mejora del control tradicional, y dan posibilidades a la optimización del proceso. En los últimos años han alcanzado un nivel sustancial de aceptación, solucionando situaciones de exigencias crecientes de calidad, seguridad y gestión económica de la planta. El MPC posee un buen compromiso entre comportamiento y simplicidad, y puede ofrecer una herramienta eficaz y fácilmente accesible para los ingenieros de control.

Generalmente se conoce como MPC a un conjunto de algoritmos computacionales que controlan la respuesta futura de un proceso mediante el uso explícito de un modelo del mismo. En cada intervalo de control el algoritmo predictivo calcula, a lazo abierto, una secuencia de ajustes de la variable manipulada con la finalidad de optimizar el comportamiento del sistema minimizando una función de costo (FC) sobre un horizonte de control finito especificado. La primera entrada de esta secuencia óptima se inyecta a la planta y se repite la optimización completa en el próximo intervalo de control, a esto se le denomina control por horizonte deslizante.

Los distintos algoritmos de MPC difieren entre sí casi exclusivamente en el modelo usado para representar el proceso y a las perturbaciones y en la función de costo a ser minimizada. Aunque las diferencias puedan parecer pequeñas *a priori*, pueden provocar distintos comportamientos a lazo cerrado.

El Control Predictivo ha ganado gran aceptación tanto en aplicaciones industriales como en el mundo académico, debido fundamentalmente a su capacidad para manipular restricciones, sistemas con grandes retardos de tiempo y a que su aplicación resulta directa para el caso multivariable. El buen funcionamiento de estas aplicaciones muestra la capacidad del MPC para conseguir sistemas de control de elevadas prestaciones capaces de operar sin apenas intervención durante largos períodos de tiempo. La mayor dificultad que presenta para su aplicación es la necesidad de un modelo apropiado del proceso cuya obtención

requiere unos conocimientos mínimos de control. El algoritmo MPC está basado en el conocimiento previo del modelo y es independiente de la forma que se utilice para representar el mismo, por lo cual, las prestaciones obtenidas dependerán de las discrepancias existentes entre el proceso real y el modelo usado.

Se ha demostrado que los aspectos teóricos de estabilidad y robustez asociados al MPC, constituyen limitaciones para su desempeño. La estabilidad tiende a ser problemática por varios factores:

1. La presencia de restricciones en el problema de optimización conlleva a un sistema no lineal en lazo cerrado aún cuando la dinámica de la planta y el modelo son lineales.
2. No hay funcional de costo para describir explícitamente el algoritmo, como lo requieren la mayoría de los análisis de estabilidad.

Constituyen además, limitaciones importantes las asociadas a la optimización. La naturaleza puramente local del tratamiento de control óptimo utilizando el método de Euler Lagrange, trae consigo una de las mayores discusiones de las aplicaciones del MPC para sistemas no lineales, porque los problemas de optimización no lineales resultantes raramente explotan las propiedades de convexidad.

Para llevar a cabo la estrategia del MPC, se usa una estructura como la mostrada en la figura 1.4.

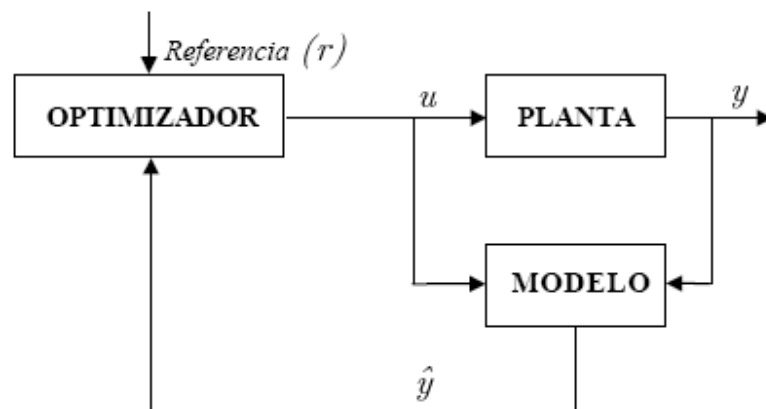


Figura 1.4. Estructura básica del MPC

Como se puede apreciar, el modelo usa la información de la entrada y la salida actual para calcular las predicciones de la salida $\hat{y}(k+i|k), \dots, \hat{y}(k+P|k)$, a lo largo de un determinado horizonte P , llamado horizonte de predicción. El intervalo para el cual la acción de control será calculada recibe el nombre de horizonte de control (M). En el instante k , y con este modelo actuando como predictor, se puede usar un esquema de optimización para calcular el conjunto de acciones de control $u(k|k), \dots, u(k+M-1|k)$, que aplicadas logran que la salida del modelo nominal siga una trayectoria deseada sobre el horizonte de predicción P y con la variable manipulada u cambiando en un horizonte de control $M < P$.

El modelo del proceso juega un papel decisivo en el controlador. El modelo elegido debe ser capaz de capturar la dinámica del proceso para predecir de forma precisa la evolución del sistema. Al mismo tiempo, debe ser suficientemente simple de implementar y comprender. Las distintas estrategias de control predictivo difieren fundamentalmente en el tipo de modelo utilizado.

El optimizador toma en consideración las restricciones que puedan existir en las entradas y salidas, incorporándolas directamente dentro de la tarea de optimización. De la secuencia de control calculada, sólo se aplica al proceso la primera acción de control $u(k|k)$, lo que provoca la transición del sistema entre k y $k+1$. En el instante $k+1$ se actualizan las mediciones, por lo que el modelo (predictor de salida) puede usar adicionalmente $y(k+1)$ y $u(k|k)$ para calcular nuevas estimas para la salida futura. Los horizontes de predicción P y de control M , se desplazan un paso hacia delante (control por horizonte deslizante). El tamaño de los problemas de optimización depende, además, del número de variables y del horizonte de predicción usado, por lo cual constituyen en general problemas de optimización relativamente modestos, que no requieren programas sofisticados para ser resueltos.

Elementos básicos del MPC

Todos los controladores predictivos poseen elementos comunes y para cada uno de estos elementos se pueden elegir diversas opciones, dando lugar a distintos algoritmos.

Estos elementos son:

- Modelo de predicción
- Función objetivo

Modelo de predicción

La piedra angular del MPC es el modelo; un diseño completo debe incluir los mecanismos necesarios para la obtención del mejor modelo posible, el cual debe ser lo suficientemente rico para capturar al máximo la dinámica del proceso y debe ser capaz de permitir el cálculo de las predicciones a la vez que sea intuitivo y permita un análisis teórico. El uso del modelo del proceso viene determinado por la necesidad de calcular las salidas predichas en instantes futuros $\hat{y}(k+i|k)$. Las diferentes estrategias de MPC pueden usar distintos modelos para representar la relación entre las salidas y las entradas medibles

Función objetivo

Los diversos algoritmos de MPC proponen distintas funciones objetivo o de costo (FC) para la obtención de la ley de control. La finalidad general es que la salida futura (y) en el horizonte considerado debe seguir una determinada señal de referencia (r) y, al mismo tiempo, el esfuerzo de control (Δu) necesario para hacerlo debe ser penalizado.

La función de costo más empleada en MPC es la cuadrática, que puede no tener restricciones asociadas (caso ideal) o contar con otro grupo de formulaciones que expresan las restricciones bajo las cuales se debe realizar la optimización. A continuación se presenta directamente el FC en términos de entrada-salida para sistemas SISO.

$$FC[y(k), u(k)] = \sum_{i=1}^P \delta_i (r(k+i) - \hat{y}(k+i|k))^2 + \sum_{i=1}^M \lambda_i [\Delta u(k+i-1)]^2 \quad (1.33)$$

donde \hat{y} es la salida predicha, r es el valor de referencia para la salida, $\Delta u(k+i) = [u(k+i) - u(k+i-1)]$ es el cambio en la acción de control, δ_i y λ_i son términos de ponderación dependientes de la aplicación, que efectúan un escalado.

Queda abierta la posibilidad de incluir otros términos en el FC, siempre que puedan calcularse a partir de datos disponibles en el instante k . El efecto de la minimización del término relacionado con el error (primer término en el FC) no es más que garantizar una buena regulación (o seguimiento) del proceso.

Los parámetros de operación característicos del MPC son: el intervalo de muestreo T , el horizonte de predicción P , el horizonte de control M y en algunos casos, diversos horizontes utilizados para restricciones particulares. Adicionalmente, se deben sintonizar los parámetros δ_i y λ_i que ponderan los diversos términos en el FC.

Para obtener los valores de $u(k+i|k)$ es necesario minimizar la función de costo FC de la ecuación (1.33). Para ello se calculan los valores de las salidas predichas $\hat{y}(k+i|k)$ en función de los valores de las entradas y salidas pasadas y de las señales de control futuras, haciendo uso del modelo que se haya elegido y se sustituyen en la función objetivo, obteniendo una expresión cuya minimización conduce a los valores buscados. Para el criterio cuadrático si el modelo es lineal y no existen restricciones se puede obtener una solución analítica, en otro caso se debe usar un método iterativo de optimización.

Control Predictivo No Lineal (NMPC).

Problemas importantes del control predictivo lineal, tales como la viabilidad de la optimización en línea, la estabilidad y el correspondiente comportamiento a lazo cerrado se han estudiado con intensidad (Mayne, D. y otros, 2000), (Morari, M. y Lee, J., 1999). Sin embargo, en la práctica, muchos sistemas son inherentemente

no lineales. Unido a esto, las altas especificaciones de calidad en los productos, la necesidad de incrementar la productividad y regulaciones medioambientales más severas en la industria de procesos, requieren la operación del sistema en un rango dinámico más amplio, o cercano a los límites de las regiones de operación admisibles. En tales situaciones, los modelos lineales resultan generalmente inadecuados, y se deben utilizar modelos no lineales para describir la dinámica del proceso.

El principio básico del NMPC es similar al del MPC lineal, excepto en que el modelo del sistema considerado es no lineal. El problema de optimización en NMPC se convierte, en general, en un problema de optimización no lineal no-convexo. Esto significa que se hace mucho más difícil encontrar una solución para la optimización con restricciones, e incluso, si se encuentra una solución factible, apenas puede garantizarse que sea un óptimo global. Además, como se conoce de la teoría de control óptimo, no importa cómo se resuelve el problema de control, la solución óptima no necesariamente implica estabilidad a lazo cerrado, incluso cuando el modelo representa perfectamente la planta (Wan, J., 2007).

La estructura básica del lazo de control predictivo no lineal se representa en la figura 1.5. Como puede observarse, es necesario estimar los estados del sistema a través de las mediciones de la salida.

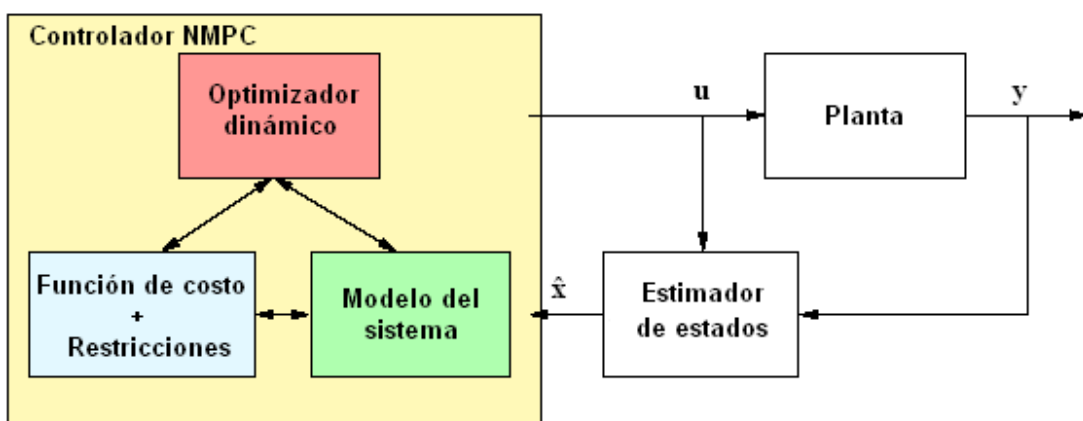


Figura 1.5. Estructura básica del lazo de control NMPC

Es decir, un esquema NMPC trabaja de la forma siguiente:

- 1- Obtiene mediciones/estimados de los estados del sistema.
- 2- Calcula la señal de control óptima minimizando una función objetivo dada sobre un determinado horizonte de predicción en el futuro utilizando el modelo del sistema.
- 3- Implementa la primera parte de la secuencia de acciones de control óptimas calculadas hasta que estén disponibles nuevas mediciones/estimados de los estados.
- 4- Continúa con el paso 1.

Básicamente, las características y propiedades distintivas del NMPC son las siguientes:

- Permite el uso directo de modelos no lineales para la predicción.
- Permite la consideración explícita de restricciones en los estados y las entradas.
- En el NMPC se minimiza en línea un criterio de comportamiento especificado en el dominio del tiempo.
- En el NMPC, en general, el comportamiento predicho difiere del comportamiento a lazo cerrado.
- La implementación del NMPC requiere de la solución en línea de un problema de control óptimo a lazo abierto.
- Para efectuar la predicción los estados del sistema deben medirse o estimarse.

En NMPC, el hecho de que el problema de control óptimo deba resolverse en línea, constituye al mismo tiempo una ventaja y una desventaja. Lo más importante, esto permite la consideración directa de restricciones en los estados y las entradas, las cuales serían difíciles de manejar de otra forma. Además, la función de costo deseada, las restricciones, e incluso, el modelo del sistema, en principio, pueden ajustarse en línea sin hacer necesario el rediseño completo del controlador. Sin embargo, la solución a lazo abierto al problema de control óptimo,

si se ataca a ciegas, puede ser difícil, e incluso imposible, para sistemas de gran dimensión.

La resolución del NMPC plantea nuevos problemas que no existían en el caso lineal, relacionados por un lado, con la metodología de cálculo de la señal de control, y por otro, con el comportamiento dinámico del lazo cerrado, básicamente su estabilidad.

La introducción de un modelo no lineal en el algoritmo de optimización conduce a la pérdida de convexidad, no pudiendo ser resuelto por los algoritmos de programación cuadrática (QP), para los cuales existen soluciones fiables y suficientemente estudiadas. Esta pérdida de convexidad hace que sea mucho más difícil encontrar una solución y que, una vez encontrada, no se pueda garantizar que sea un óptimo global.

En estas circunstancias el tiempo de cálculo aumenta considerablemente debido principalmente a dos motivos:

- Para la obtención de la secuencia de acciones de control óptima, el paquete de programación no lineal debe evaluar repetidamente la función objetivo y en cada evaluación se debe resolver el sistema de ecuaciones no lineales que componen el modelo de predicción, lo cual conlleva mucho tiempo de cálculo.
- A partir de los datos obtenidos a través de la evaluación de la función objetivo, el programa de optimización debe calcular el gradiente de la función y los próximos puntos de búsqueda, además de comprobar la violación o no de las restricciones y los criterios de finalización del algoritmo. Estas tareas consumen más tiempo de cálculo que en el caso lineal.

El otro problema fundamental es el de la estabilidad de la solución. Aún en el caso de que el algoritmo de minimización encuentre la solución óptima, este hecho no garantiza la estabilidad del lazo cerrado (incluso en el caso de que el modelo sea perfecto). Este problema ha sido abordado desde distintos puntos de vista, existiendo en la actualidad diferentes propuestas: horizonte de predicción infinito (*Rawlings, J. y Muske, K., 1993*); horizonte de predicción finito y restricciones

terminales (Mayne, D. y Michalska, H., 1990), (Meadows, E. y otros, 1995), (Clarke, D., 1994); restricciones de contracción (de Oliveira, S. y Morari, M., 1996), (de Oliveira, S. y Morari, M., 2000), (Yang, T. y Polak, E., 1993); horizonte cuasi-infinito (Chen, H. y Allgöwer, F., 1996), (Chen, H. y Allgöwer, F., 1998); horizonte variable y control predictivo híbrido (Michalska, H. y Mayne, D., 1993).

El Control Predictivo Basado en Modelo para sistemas lineales sujetos a restricciones constituye una solución excelente desde el punto de vista teórico y práctico. En cambio, la incorporación de modelos no lineales presenta desafíos mayores, asociados fundamentalmente, a dificultades computacionales y desde el punto de vista de la teoría de control, pero también se presenta como una opción prometedora para múltiples aplicaciones prácticas. Aunque algunos aspectos relativos a la solución del NMPC ya han sido resueltos, aún permanecen sin resolver algunas cuestiones (Findeisen, R. y otros, 2003):

- NMPC por realimentación de salida: Existen algunos resultados en esta área, sin embargo, ninguno de ellos parece ser aplicable a procesos reales. Especialmente, debe considerarse la incorporación de estrategias de estimación de estado convenientes en la formulación del NMPC.
- Formulaciones de NMPC robusto: Por el momento, existen muy pocas formulaciones de control predictivo no lineal robusto. A medida que los esquemas existentes incrementan la comprensión general, se hacen computacionalmente muy complicados para ser aplicados en la práctica. Se requiere el desarrollo de estrategias de NMPC robusto que puedan ser implementadas.
- Aplicaciones industriales de NMPC: Las aplicaciones industriales de control predictivo no lineal crecen rápidamente y parecen seguir mucho más de cerca los resultados disponibles en el mundo académico que el MPC lineal. Sin embargo, ninguno de los algoritmos de NMPC que proveen los fabricantes incluyen las restricciones de estabilidad que se requiere desde el punto de vista de la teoría de control para la estabilidad nominal. En cambio, ellos cuentan con la posibilidad de imponer un horizonte de predicción lo suficientemente grande para que se aproxime a un horizonte

infinito. Los futuros desarrollos en la teoría del NMPC, deberán contribuir a hacer la brecha entre el campo académico y el industrial aún menor.

1.2. Análisis histórico tendencial de las técnicas de control no lineal.

El control automático ha evolucionado a lo largo de la historia presentando diferentes aportes que han permitido el desarrollo y las aplicaciones dadas actualmente. Incluso desde épocas tan tempranas como los 1800s, ya los matemáticos realizaban el análisis de estabilidad de sistemas de control realimentados. Sin embargo, el control no lineal requirió mucho más tiempo para establecerse formalmente, y aún en la actualidad continúa generando expectativas, en lo que a investigación y aplicaciones se refiere.

En el análisis histórico que se ofrece en este epígrafe, se han delimitado tres etapas correspondientes al grado de madurez alcanzado en el desarrollo y aplicaciones de las técnicas de control no lineal:

- Primera Etapa: Finales de la década de 1950- Década 1970.
- Segunda Etapa: Década 1980.
- Tercera Etapa: Década 1990- Actualidad.

Los avances producidos en el campo de la teoría de control en la etapa anterior a la década de 1950, se consideran en esta investigación como antecedentes del desarrollo de las técnicas de control no lineal. El llamado “período clásico de la teoría de control”, posterior a la Segunda Guerra Mundial se caracterizó por la formulación de soluciones para sistemas lineales invariantes en el tiempo (LTI) de una entrada y una salida (SISO), aparecieron los primeros libros de texto, (*MacColl, L.A., 1945*), (*Lauer, H. y otros, 1947*), (*Brown, G.S. y Campbell, D.P., 1948*), (*Chestnut, H. y Mayer, R.W., 1951*), (*Truxal, J.G., 1955*), se estableció una sólida teoría matemática para los servomecanismos y se brindaron técnicas de diseño de ingeniería. Los diseños de control clásico resultaron exitosos en ocasiones para el trabajo con sistemas no lineales, al utilizarlos en una versión linealizada del sistema no lineal, brindando buenos resultados en un punto de equilibrio, en el cual el comportamiento del sistema es aproximadamente lineal.

Primera Etapa: Finales de la década de 1950- Década 1970.

Al modernizarse las plantas, con el incremento del número de entradas y salidas del sistema, estas resultan cada vez más complejas, requiriendo un gran número de ecuaciones para la descripción de los sistemas de control. La teoría de control clásica, que trata de sistemas de entrada y salida única, se vuelve absolutamente impotente ante sistemas de múltiples entradas y salidas. Esto conduce al desarrollo de la teoría de Control Moderno (*Modern Control*), desde aproximadamente 1960, para afrontar la complejidad creciente de las plantas modernas y las necesidades rigurosas en exactitud, peso y costo en aplicaciones militares espaciales e industriales (*Colectivo de Autores, 2007*).

En esta etapa, se retomó el análisis en el tiempo y se desarrolló la teoría del espacio de estado, fundamentalmente orientada a aquellas aplicaciones (por ejemplo, el dominio del espacio exterior) en las cuales una aproximación lineal del sistema no era adecuada o lo suficientemente precisa como para brindar buenas soluciones desde el punto de vista del control. Los métodos temporales recibieron un fuerte impulso con el desarrollo de las computadoras digitales, que constituían la plataforma tecnológica necesaria para su implantación, prueba y desarrollo. Se proponen alternativas de control para sistemas LTI y lineales variantes en el tiempo (LTV) y sistemas de múltiples entradas y salidas (MIMO). El ajuste de reguladores se realiza con criterios de optimización.

La teoría de control moderna está basada en el concepto de estabilidad de Lyapunov presentado a finales del siglo XIX. Los trabajos desarrollados por Lurie sobre servomecanismos de posicionamiento de torretas de tanques dieron lugar al concepto de estabilidad absoluta, generalizada después por Popov con el concepto de hiperestabilidad, que considera no linealidades en la realimentación.

En 1959, Norbert Wiener trabajó en la teoría de los sistemas no-lineales. Él representó cajas negras por Series Integrales de Volterra, las cuales fueron descompuestas en funciones de Hermite-Laguerre. Estas funciones tienen la propiedad de "Ortogonalidad Estática", la cual habilitaba la descomposición de coeficientes para ser encontrada explícitamente por un promedio de procesos

envueltos en ruido Gaussiano. El método prometía solucionar todos los problemas de filtrado.

Los investigadores de la antigua Unión Soviética son los primeros que utilizan el método de descripción interna en el estudio de los sistemas continuos. Destacan los trabajos de Aizerman, Lerner, Lurie, Pontryagin, La Salle, Popov, Minorsky, Kabala y Bellman.

Los métodos de control óptimo desarrollados, se basan en los trabajos de físicos de los siglos XVII a XIX, entre los que destaca Euler, con su cálculo de variaciones. En el desarrollo de estos métodos se deben destacar los trabajos de Pontryagin, La Salle, Bellman y Kalman.

En el año 1957, Bellman aplicó la programación dinámica al control óptimo de sistemas en tiempo discreto, demostrando que la forma de resolver problemas de control óptimo es hacia atrás en el tiempo, obteniendo esquemas de realimentación de lazo cerrado, generalmente no lineales (*Bellman, R., 1957*).

En estos años, Kalman efectúa la resolución de los problemas de control óptimo cuadrático y lineal cuadrático gaussiano. En el 1960, publica junto a sus colaboradores tres artículos de gran importancia, uno de ellos acerca del trabajo de Lyapunov sobre sistemas de control no lineales en el dominio del tiempo (*Kalman, R.E. y Bertram, J.E., 1960*); en otro (*Kalman, R.E., 1960*), aborda el control óptimo de sistemas, mediante un Regulador Cuadrático Lineal (L.Q.R.); por último, trató el filtrado y la teoría de la aproximación, donde proporcionaba el diseño de ecuaciones para el “filtro discreto de Kalman” (*Kalman, R.E., 1960a*). Un año más tarde, desarrolla el “filtro continuo de Kalman” (*Kalman, R.E. y Bucy, R.S., 1961*).

Entre sus valiosas contribuciones, Kalman trabajó las técnicas del dominio del tiempo para diseñar sistemas variantes en el tiempo, tanto lineales como no lineales, e introdujo el álgebra lineal a sistemas de múltiples entradas y salidas, para un mejor tratamiento de tales sistemas. Además, trabajó el concepto del “estado interno del sistema”, concerniente a la dinámica interna de un sistema, y no solamente a su comportamiento entrada/salida. En la teoría de control, formalizó la noción de optimización, introduce la “noción estocástica”, que se

aplicó a sistemas variantes en el tiempo no estacionarios, usando la técnica de los mínimos cuadrados. Las técnicas del dominio de la frecuencia dieron herramientas formales para el diseño de sistemas de control. La teoría de Kalman proporcionó soluciones óptimas para la producción de sistemas de control con un desempeño garantizado. No resulta accidental entonces, que el programa espacial norteamericano utilizara un filtro de Kalman para proveer los datos de navegación en el primer desembarco lunar.

En 1958, Pontryagin desarrolló el “Principio del Máximo”, el cual resolvía problemas de control óptimo, que dependía del cálculo de variaciones desarrolladas por Euler. Resolvió además, el problema del “tiempo mínimo”, derivado en una ley del control con relevador “ON/OFF” (*Pontryagin, L.S. y otros, 1962*).

En el primer congreso de la IFAC, realizado en Moscú en el año de 1960, destacan una serie de publicaciones concernientes a la teoría del control no lineal: Butterworths, presenta una revisión de artículos de diferentes autores, entre los que se encuentran los de Y.H. Ku y Popov; Gille, hace referencia a las investigaciones sobre las oscilaciones forzadas en los sistemas no-lineales; Macura, aborda la linealización de funciones no lineales de más de una variable; Oldenburger y Nakada, tratan la estabilización de sistemas auto-oscilatorios, donde discuten los tópicos que se publican en el libro “Estabilidad de Oscilaciones Forzadas en Sistemas Realimentados No lineales” y la propuesta de Ferner, examina la ventaja de usar controladores no lineales para controlar plantas lineales.

Zadeh generaliza los resultados de teoría de circuitos a sistemas en el espacio de estados y Luenberger en 1966, lo hace en lo que concierne al diseño de observadores.

En el control algebraico, basado en la utilización de matrices polinomiales y racionales, sobresalen los trabajos de Kalman, Rosebrock y Wolowich. Son métodos que utilizan la descripción externa. Al final de los sesenta y comienzo de los setenta, se presenta el enfoque geométrico del problema de control, que utiliza métodos del álgebra lineal. En paralelo se desarrollan los métodos de

identificación de sistemas, por mínimos cuadrados y de máxima verosimilitud, este último fue desarrollado por Fisher en 1912 y aplicado en sistemas industriales por Åström y Bohlin en 1965.

A mediados de la década de 1960, varios investigadores extendieron el trabajo de Popov y Lyapunov para el análisis de estabilidad de sistemas no-lineales. Este fue una aplicación extensiva de los resultados de un estudio de la distorsión en los sistemas no-lineales, control de procesos no lineales, diseños de control aeroespaciales y eventualmente, en robótica (*Sandberg, I.W., 1964*), (*Narendra, K.S. y Goldwyn, R.M, 1964*), (*Desoer, C.A., 1965*), (*Zames, G., 1966, 1966a*).

En principio, se llegó a pensar que la teoría de control moderna conduciría a un método de diseño de sistemas de control bien definido, sencillo y que pudiera ser mecanizado, pero se tuvo que admitir que la bondad del diseño dependía de la bondad del modelo y de las especificaciones que se emplean para desarrollarlos.

En algunas tareas de control como la robótica, el sistema controlado posee incertidumbre en los parámetros al inicio de la operación de control, y a menos que tal incertidumbre sea reducida gradualmente on-line por los mecanismos de estimación y adaptación, pueden causar imprecisión o inestabilidad del sistema de control. Sin rediseñar continuamente, el regulador del diseño inicial no puede controlar bien a la planta, debido a sus cambios continuos de parámetros. En este tipo de sistemas más complejos, los controles clásicos y modernos no pueden brindar una solución efectiva, por lo que se hace necesario el uso de sistemas de control con adaptación y aprendizaje.

Segunda Etapa: Década 1980.

En la década de 1980 emerge otro tipo de control, el Control Robusto (*Robust Control*), resultado de un análisis más profundo y sistematizado del control moderno, en el cual se le añade al sistema un modelo del ruido, en conjunto a un modelo extendido de la planta, este control trata de mantener los indicadores del sistema de control ante variaciones de parámetros y dinámica del sistema a controlar.

Además, se sistematiza otra teoría con un enfoque diferente al Control Robusto, la teoría de los sistemas de Control Adaptable (*Adaptive Control*), donde hace uso del concepto de adaptación. También conocida particularmente como Control No Lineal (*Nonlinear Control*), existe un conjunto de enfoques de este tipo de control, tales como, el Control Linealizante (*Feedback Linearization*), debido a la linealización del sistema de control con el uso de la retroalimentación; Control por Ganancia Tabulada (*Gain Scheduling*); Control Adaptativo, en sus dos enfoques básicos, Control Adaptable por Modelo de Referencia (*MRAC*) y el de Reguladores Auto-Ajustables (*STR*); el Control por Modo Deslizante (*Sliding Control*) y por último, el Control Predictivo.

La etapa que comienza en la década de 1980, se caracterizó por la producción de significativos avances en el control de sistemas LTI, LTV, multivariables y no lineales. Se utilizan como herramientas matemáticas las funciones de transferencia y la formulación en el espacio de estado. Se amplía la concepción de la planta, que incluye también un análisis detallado del ruido. Los controladores robustos incluyen criterios de optimización (L^2 de Wiener-Hopf y Lineal Cuadrático Gaussiano (LQG)). En las técnicas de control no lineal, debido a que los parámetros del regulador son variables, y que existe un mecanismo para el ajuste on-line de los mismos, basado en señales del sistema, la incertidumbre queda reducida gradualmente por mecanismos de estimación, adaptación o predicción.

El control robusto se utiliza para tratar la incertidumbre en los parámetros, por lo cual es posible establecer una breve comparación entre el control robusto y el control adaptable. En principio, el control adaptable es superior al control robusto en el tratamiento de la incertidumbre de parámetros que varían de forma lenta. La razón básica recae sobre el aprendizaje de los sistemas de control adaptables: un regulador adaptable mejora sus indicadores a medidas que se va adaptando, mientras que el regulador robusto simplemente los intenta mantener constantes. Otra razón es que los reguladores adaptables requieren poca o ninguna información previa sobre los parámetros desconocidos, mientras que el regulador robusto requiere de estimados previos razonables de los parámetros. Recíprocamente, el control robusto posee algunas características deseables las

cuales el control adaptable no las posee, tales como su habilidad de tratar con disturbios, variaciones rápidas de parámetros y dinámica no estructurada. Tales características pueden ser combinadas con el control adaptable obteniendo *reguladores adaptables robustos*, en los cuales se reduce la incertidumbre de los parámetros que varían de forma lenta, por la adaptación de parámetros, y las otras fuentes de incertidumbres se atacan por las técnicas de control robusto.

En la década de 1970, se había iniciado la teoría moderna de control geométrico, con intentos de extender resultados tales como los de controlabilidad y observabilidad de la teoría de sistemas lineales a sistemas no lineales. Esto permitió que más tarde, en 1981, Isidori mostrara (*Isidori, A. y otros, 1981*) que no sólo estas extensiones eran posibles, sino también gran parte de la teoría de control geométrico de sistemas lineales al estilo Wonham (*Wonham, W.M., 1985*). El artículo de Isidori y otros fue seguido durante los años '80 por un gran número de resultados que generaron un fantástico "juego de herramientas" para sistemas no lineales, (*Isidori, A., 1995, 1999*), dentro de las cuales la linealización exacta por realimentación, representaba una herramienta central.

En el campo del control predictivo, la práctica industrial muestra la aplicación de modelos lineales del tipo respuesta al impulso o al escalón, y la optimización se resuelve por programación cuadrática. Aparecen técnicas que generan todo el desarrollo posterior, entre las que se destacan el DMC (*Cutler, C. y Ramaker, B., 1979*); (*Prett, D. y Guilette, R., 1979*), aplicado a procesos multivariables con restricciones sobre las variables con una formulación completamente determinística y el Control Algorítmico de Modelo (MAC) (*Richalet, J. y otros, 1978*). Ambos algoritmos utilizan explícitamente un modelo dinámico del proceso (la respuesta impulso en el primer caso y la respuesta escalón en el segundo) para predecir el efecto de las futuras señales de control en las variables a controlar. Estas formulaciones eran heurísticas e hicieron uso del potencial cada vez mayor de los computadores digitales en aquellos tiempos. Otras técnicas desarrolladas fueron el Control Predictivo Generalizado (GPC) (*Clarke, D. y otros, 1987*) y el Control por Modelo Interno (IMC) (*García, C. y Morari, M., 1982*).

Otra línea de trabajo se desarrolló en torno a las ideas de control adaptivo, desarrollándose estrategias de control predictivo para sistemas monovariantes y formuladas sobre modelos de entrada y salida. El control autosintonizado basado en predictores (*Predictor-Based Self-Tuning Control*) (Peterka, V., 1984); el control adaptivo de horizonte extendido (*Extended Horizon Adaptive Control, (EHAC)*) (Ydstie, B., 1984) y el controlador autosintonizado (*Extended Prediction Self Adaptive Control, (EPSAC)*) (Keyser, R. y Cuawenberghe, A., 1985), pueden ser mencionados en este contexto.

Existen numerosas formulaciones de control predictivo basadas en las mismas ideas comunes, entre las que se puede incluir Control Adaptativo Multivariable Multipaso (*Multistep Multivariable Adaptive Control, (MUSMAR)*) (Greco, C. y otros, 1984) y el Control Predictivo Funcional (*Predictive Functional Control, (PFC)*) (Richalet, J. y otros, 1987). Este último fue desarrollado para procesos rápidos y emplea un modelo en el espacio de estados, lo que permite el manejo de procesos inestables, y la extensión al caso no lineal. Este esquema de control tiene dos características que lo distinguen del resto de controladores de la familia: el uso de puntos de coincidencia y de funciones base.

Tercera Etapa: Década 1990-Actualidad.

Alentada por la sofisticación de la tecnología actual, la teoría de sistemas no lineales de control ha experimentado en las últimas dos décadas una vigorosa expansión, reflejada por un número rápidamente creciente de monografías y libros de texto científicos de sistemas de control no lineal (Isidori, A., 1995), (Krstić, M. y otros, 1995), (Khalil, H., 1996), (Sepulchre, R. y otros, 1997), (Isidori, A., 1999), (Sasthy, S., 1999), (van der Schaft, A.J., 2000). Una característica dominante de esta expansión ha sido la aparición de conceptos importantes, tales como los de pasivación por realimentación (van der Schaft, A.J., 2000) y estabilidad entrada-estado (Sontag, E.D., 1989) y procedimientos sistemáticos de diseño, tales como “backstepping” y “forwarding” (Krstić, M. y otros, 1995), (Sepulchre, R. y otros, 1997). La importancia de estos procedimientos sistemáticos de diseño es que, aunque restringidos a sistemas con estructura especial, incluyen sistemas de

importancia práctica, tales como barcos, motores a reacción, motores turbo-diesel y motores eléctricos de inducción.

En la década de los 90 toma amplia difusión otro tipo de control, el Control Inteligente (*Artificial Intelligence techniques*), que se basa en los conceptos de adaptación y aprendizaje, que aunque ya habían sido desarrollados con anterioridad, no es hasta esta década que pueden llevarse a un amplio uso e implementación práctica, debido principalmente al importante desarrollo de las técnicas de cómputo y la gran capacidad de cálculo que estos pueden desarrollar hoy en día. El Control Inteligente posee varias técnicas, en principio diferentes, como los Sistemas Expertos (*Expert Systems*), el Control por Lógica Difusa (*Fuzzy Logic Control*), las Redes Neuronales Artificiales (*Artificial Neural Networks*), el Razonamiento Probabilístico (*Data Mining*) y los Algoritmos Genéticos (*Genetic Algorithms, (GA)*). Esta área de aplicaciones está asociada a lo que ha dado en llamarse "Ingeniería del conocimiento". La misma ha adquirido gran publicidad en los últimos tiempos, y ha generado importantes logros.

En esta etapa, la aplicación del MPC se ha extendido campos tan diversos de la actividad industrial e investigativa, tales como la robótica (*Gómez Ortega, J. y Camacho, E., 1996*), la anestesia clínica (*Linkers, D. y Mahfonf, M., 1994*) y cultivos protegidos (*Piñón, S., 2001*). También existen numerosas aplicaciones en los sectores de pulpa y papel, procesado de alimentos, gas, minería, hornos, metalurgia, e industria aeroespacial y automovilística.

Se han desarrollado además, importantes aportes en términos de estabilidad y robustez, pero aún existen muchos problemas relacionados con las propiedades del MPC no lineal y su fundamentación teórica.

Dentro de los logros más significativos en los últimos años, se encuentran los resultados obtenidos en el estudio de estabilidad para los sistemas controlados con MPC. Para el caso de MPC con horizonte finito estándar puede lograrse estabilidad a lazo cerrado ajustando adecuadamente los parámetros característicos: las matrices de peso, el horizonte de control y de predicción. Sin embargo, se han realizado profundos estudios de las propiedades de estabilidad

nominal en los algoritmos de MPC, de forma que se ha llegado a garantizar la estabilidad asintótica global.

El análisis de la estabilidad para el caso con restricciones ha sido atacado desde distintos puntos de vista y han aparecido numerosas contribuciones en años recientes, casi siempre analizando el problema del regulador (llevar el estado al reposo) y normalmente en el espacio de estado (*Bemporad, A. y otros, 2002*), (*Camacho, E. y Bordons, C., 2004*) (*Bordons, C., 2000*). Las principales formulaciones propuestas que garantizan estabilidad están resumidas en (*Mayne, D. y otros, 2000*), donde se dan condiciones suficientes para diseñar un regulador predictivo con garantías de estabilidad.

El control predictivo se puede considerar una técnica madura para sistemas lineales y no muy rápidos como los encontrados normalmente en la industria de procesos. Por su parte, el Control Predictivo No Lineal (*Nonlinear Model Predictive Control, (NMPC)*) surgió hace relativamente poco tiempo. Existen situaciones en las que los efectos no lineales justifican el uso de la tecnología NMPC, tal es el caso de procesos fuertemente no lineales y sujetos a grandes perturbaciones. Como una alternativa para la solución de los sistemas no lineales con restricciones, se han usado los modelos Wiener con funciones Lineales a Tramos (LAT), para representar la no linealidad estática dentro del modelo (*Lussón, A., 2002*).

La implementación del NMPC requiere resolver muchos problemas de optimización, los cuales no son independientes unos de otros, sino que están fuertemente relacionados (*Magni, L. y Scattolini, R., 2007*), (*Prakash, J. y Senthil, R., 2007*), (*Waller, J. y Böling, J., 2005*), (*Nandola, N. y Bhartiya, S., 2007*), (*Chen, H. y otros, 2000*). Un análisis de la optimización para el caso no lineal, puede encontrarse en (*Mayne, D., 1995*).

La utilización de los Sistemas de Inferencia Borrosa (SIB) en el Control Predictivo Basado en Modelo, ha constituido una temática de interés en la última década, aplicados sobre todos a procesos altamente no lineales, como es el caso del control del pH (*Álvarez, H., 2000*), (*Rodríguez, M. y otros, 2007*).

En algunos trabajos, se propone el control predictivo de sistemas no lineales basado en Algoritmos Genéticos (Olivo, M. y Hernández, V., 2000). La minimización de la función costo definida por el controlador predictivo es realizada usando un algoritmo genético. Adicionalmente, se utiliza otro GA para estimar los parámetros que aparecen de manera no lineal en el predictor. Así, se utilizan dos algoritmos genéticos diferentes dentro de un mismo esquema de control predictivo, lo cual permite que durante el diseño se puedan tomar en consideración algunas no linealidades de tipo duro en los actuadores como juego mecánico, zona muerta y saturación. De este modo se ha mostrado que el uso de GA permite una mayor flexibilidad facilitando la aplicación de control predictivo a sistemas no lineales usando criterios de optimización no cuadráticos.

Una de las variantes de NMPC, el Control Predictivo Generalizado para sistemas No lineales (*Nonlinear Continuous Time Generalized Predictive Control, (NCGPC)*), ha sido usado para tratar sistemas no lineales con dinámicas cero inestables (Siller, I.I., 1998) las cuales constituyen un obstáculo para lograr un seguimiento asintótico exacto de la trayectoria de salida y tener estabilidad interna. En este caso, el NCGPC no se utiliza con el objetivo de cancelar las no linealidades como lo hacen las técnicas por realimentación de estado, poniendo en juego la estabilidad interna, motivo por el cual estas técnicas no son aplicables a sistemas no lineales con dinámicas cero inestables. El controlador propuesto está basado en la predicción de la salida futura del sistema, presentando con ello, ventajas sobre los controladores convencionales, una de ellas es que puede controlar sistemas no lineales con dinámicas cero inestables. Se sabe también que todos los controladores basados en la linealización exacta, sólo son casos particulares de este controlador.

1.3. Alternativas de algoritmos predictivos para el control de sistemas no lineales con restricciones.

En general, los procesos industriales son no lineales y están sujetos a restricciones, estas no linealidades pueden clasificarse como “débiles” y “fuertes” (*Allgöwer, F., 1995*). Las restricciones más importantes son las llamadas restricciones “duras” en la entrada de control, las cuales se deben a limitaciones físicas de los actuadores que no pueden ser excedidas bajo ninguna circunstancia. Generalmente, la mayoría de los procesos industriales usan típicamente controladores lineales, aún cuando dichos procesos son altamente no lineales y están sujetos a restricciones.

Las técnicas lineales de control presentan herramientas poderosas y han sido ampliamente desarrolladas y probadas en el plano industrial, además, permiten una solución analítica y no requieren de complicados medios computacionales para su simulación y solución. Debido a las ventajas del control lineal, a menudo se utilizan aproximaciones tales como la linealización por realimentación, a fin de controlar procesos no lineales a partir de la aplicación de técnicas lineales de control. La desventaja de este procedimiento radica en que el control necesita de la cancelación de las no linealidades, lo que conlleva el exacto conocimiento de las mismas y de los parámetros que puedan aparecer en sus dinámicas. Además, en la mayoría de los casos, únicamente se conocen los valores nominales de los parámetros, por lo que bajo otras circunstancias operativas es previsible que sus valores estén dotados de incertidumbres (*Piñón, S., 2001*).

La mayor dificultad en el diseño de leyes de control en realimentación para sistemas no lineales radica en la necesidad de explorar todo el espacio de estado. El problema del diseño de controladores realimentados para sistemas no lineales tiene una solución general sólo en el caso de sistemas realimentados que sean equivalentes a sistemas lineales. El hecho de que muchos sistemas no lineales en realimentación no sean equivalentes a los lineales ha motivado el estudio de técnicas de control alternativas, las cuales no requieren la construcción de un difeomorfismo o transformaciones por realimentación de estados. Algunas de ellas

se basan en el MPC como una fuerte estrategia de realimentación que puede manejar las restricciones de forma óptima.

Un factor decisivo del éxito de los controladores predictivos es que puede incorporar varias restricciones en las variables del proceso directamente dentro de la optimización en línea efectuada en cada período de muestreo. En otras palabras, el MPC tiene la potencialidad sobre otros métodos de estabilizar globalmente sistemas lineales y no lineales sujetos a restricciones en las entradas o en los estados. Esto es indudablemente una característica esencial ya que muchos problemas de control prácticos están dominados por restricciones. (de Oliveira, S., 1996).

El algoritmo de MPC lineal, el cual puede reducirse a un sencillo problema de programación lineal (*Linear Program, (LP)*) o cuadrática (*Quadratic Program, (QP)*) está bien establecido y es satisfactorio cuando se trata con sistemas lineales o medianamente no lineales sujetos a restricciones (Bemporad, A. y otros, 2001). Desafortunadamente, ellos no pueden ser vistos como una solución aconsejable para tratar los sistemas con no linealidades fuertes. Por tal motivo, en la literatura se han propuesto algunas extensiones de los conceptos del control predictivo para sistemas no lineales, los cuales se han llamado algoritmos de MPC no lineal.

La diferencia clave entre el control predictivo y el clásico regulador lineal cuadrático (*Linear Quadratic Regulator, LQR*) radica en que el MPC resuelve el problema de optimización utilizando un horizonte de tiempo variable, mientras que el LQR resuelve el mismo problema dentro de un horizonte fijo. La ventaja de utilizar un horizonte variable incluye la capacidad de efectuar la optimización en tiempo real con fuertes restricciones en las variables de la planta.

Muchos de los desarrollos teóricos en el área del NMPC se basan en la suposición de que todos los estados pueden medirse, lo cual en la práctica no siempre resulta posible, haciendo necesario el diseño de un observador. Varios artículos han abordado el problema de la realimentación de estado y de salida en NMPC, el diseño de observadores, así como las condiciones que garantizan la estabilidad a lazo cerrado al utilizar un controlador NMPC por realimentación de estados junto a

un observador completo de estados (*Findeisen, R. y otros, 2003*), (*de Oliveira, S. y Morari, M., 2000*).

Explotando las conexiones entre la linealización entrada-salida y el control predictivo basado en modelo, se han presentado soluciones para superar la mayor limitación de la linealización entrada-salida, que es la inestabilidad interna del sistema a lazo cerrado cuando el proceso trabaja en un estado estacionario con fase no mínima (*Panjapornpon, C. y Soroush, M., 2006*). El método de control resultante es aplicable a procesos estables e inestables, de fase mínima y no mínima.

Como en el MPC se realiza la optimización en línea, es importante la discusión del problema de la implantación y el cálculo para ver su aplicabilidad. El MPC no lineal estándar y sus modificaciones (MPC contractivo, con horizonte variable, híbrido, etc.) utilizan modelos de predicción no lineal, e incluyen, en general, programas no lineales y no convexos, que conducen a varias dificultades durante su implantación y traen consigo un sustancial incremento de la carga computacional, hecho que puede dar lugar a que la aplicación de esta técnica quede restringida a un conjunto de sistemas con dinámica lenta. Por ejemplo, la eficiencia de la programación no lineal puede influir en la eficiencia del MPC. Aparecen problemas relativos a la obtención del óptimo global, lo que influye no sólo en la calidad del control, sino también en problemas relacionados con la estabilidad (*Primbs, J. y otros, 1999*). Los grandes requerimientos de cálculo de los métodos de MPC no lineal son un serio obstáculo para su exitosa implantación industrial. En el trabajo de (*Kershenbaum, L. y otros, 1994*) se describen las dificultades y el esfuerzo involucrado en el control para resolver la programación no lineal de un sistema real experimental.

En (*de Oliveira, S. y Morari, M., 1996*), se propone un controlador predictivo estabilizante para plantas no lineales, implementado como un problema de programación cuadrática. Se utiliza una aproximación lineal local de la planta para la predicción, y se garantiza la estabilidad a través de la introducción de una restricción adicional en los estados dentro de la optimización, llamada *restricción*

de contracción, este esquema ha sido denominado *MPC contractivo con linealización local*.

Otra alternativa de algoritmos predictivos para el control de procesos no lineales sujetos a restricciones es la combinación del control predictivo con la linealización exacta por realimentación.

La combinación de estas estrategias de control, conlleva a una implementación eficiente del MPC para sistemas no lineales: al linealizar la planta utilizando la linealización por realimentación, el modelo no lineal utilizado originalmente para la predicción del MPC se hace lineal, lo cual conduce a una fácil implementación del algoritmo MPC con una significativa reducción de los cálculos que están involucrados en el problema de optimización no lineal. Además, si la función objetivo que se elige para la minimización, es lineal o cuadrática, entonces por lo general el problema de programación no lineal no convexo puede sustituirse por un problema de programación cuadrática que puede resolverse con gran eficiencia.

Al incorporar restricciones en el sistema de control, se pierden las propiedades lineales de la planta que se obtienen mediante la linealización por realimentación, lo cual generalmente produce un pobre desempeño y frecuentemente hacen que el sistema tenga un comportamiento inestable. Para evitar destruir el efecto de la linealización obtenida mediante la realimentación, es necesario añadir un controlador que pueda manipular las restricciones. El MPC aparece como una opción natural para realizar esta tarea, debido a su habilidad para incorporar directamente las restricciones desde el diseño del controlador.

Debido a las ventajas que posee la combinación de estas dos técnicas de control, en el presente trabajo se utiliza esta aproximación para el control de un reactor CSTR sujeto a restricciones.

Conclusiones Parciales.

- 1- El estudio de los fundamentos teóricos de la linealización exacta por realimentación y el control predictivo basado en modelo, permitió valorar las ventajas y desventajas de cada una, así como la posibilidad de integrarlas, a fin de superar las limitaciones que poseen por separado.
- 2- A partir del desarrollo de la teoría moderna de control, el control no lineal ha experimentado significativos avances que han hecho posible el control de sistemas de gran complejidad.
- 3- Las técnicas de control predictivo no lineal demandan mucho esfuerzo de cálculo, ya que se necesita evaluar repetidamente la función objetivo y en cada evaluación se debe resolver el sistema de ecuaciones no lineales que componen el modelo de predicción, además de comprobar la violación o no de las restricciones, por lo cual se precisan alternativas de control con menor carga computacional.
- 4- La combinación del control predictivo con la linealización exacta por realimentación se presenta como una alternativa viable para solucionar los problemas de optimización relativos al NMPC.

Capítulo II: Control Predictivo + Linealización por Realimentación en un reactor CSTR.

Introducción

En el capítulo se presenta la combinación de la linealización por realimentación con el Control Predictivo Basado en Modelo, como una alternativa para superar las dificultades asociadas a la implementación del MPC en sistemas no lineales con restricciones. El control propuesto se aplica a un reactor tipo tanque continuamente agitado. Se brindan las condiciones bajo las cuales se diseña esta alternativa de control, y por último, se muestran los resultados de las simulaciones ante cambios en la referencia y perturbaciones.

2. 1. Linealización entrada-salida del reactor CSTR.

El modelo matemático de un reactor CSTR descrito por (*Shacham, M. y col., 1994*) está dado por:

$$V \frac{dC_A}{dt} = F_0(C_{A0} - C_A) - V k C_A \quad (2.1)$$

$$\rho C_p V \frac{dT}{dt} = \rho C_p F_0(T_0 - T) - \lambda V k C_A - UA(T - T_j) \quad (2.2)$$

$$\rho_j C_{p_j} V_j \frac{dT_j}{dt} = \rho_j C_{p_j} F_j(T_{j0} - T_j) + UA(T - T_j) \quad (2.3)$$

donde:

$$k = a \exp\left(\frac{-E}{RT}\right) \quad (2.4)$$

El sistema presenta tres estados estacionarios, bajo los valores nominales de operación que se muestran en el Anexo 1.

Expresando el sistema en la forma (1.8-1.9), y sustituyendo (2.4) en (2.1-2.3):

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{F_0}{V} (C_{A0} - C_A) - a \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) C_A \quad (2.5)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{F_0}{V} (T_0 - T) - \frac{\lambda}{\rho c_p} \alpha \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) C_A - \frac{UA}{\rho c_p V} (T - T_j) \quad (2.6)$$

$$\frac{dT_j}{dt} = \frac{F_j}{V_j} (T_{j0} - T_j) + \frac{UA}{\rho_j c_{pj} V_j} (T - T_j) \quad (2.7)$$

Se trabaja en el primer estado estacionario, en el mismo se desea controlar la temperatura del reactor (T), manipulando la temperatura del alimentado (T_0). Se consideran como perturbaciones la concentración de alimentación de A (C_{A0}) y la temperatura de alimentación del medio de enfriamiento (T_{j0}).

Sustituyendo los valores nominales de operación:

$$\dot{C}_A = \frac{5}{6} C_{A0} - \frac{5}{6} C_A - 7.08 \cdot 10^{10} \exp\left(-\frac{15075.37688}{T}\right) C_A \quad (2.8)$$

$$\dot{T} = \frac{5}{6} T_0 - \frac{5}{6} T + 5.664 \cdot 10^{13} \exp\left(-\frac{15075.37688}{T}\right) C_A - \frac{125}{6} T + \frac{125}{6} T_j \quad (2.9)$$

$$\dot{T}_j = \frac{49.9}{3.85} T_{j0} + \frac{37500}{239.855} T - 169.3055 T_j \quad (2.10)$$

Para expresar el sistema de la forma (2.11):

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u + p(x)w \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Se definen las variables de estado:

$$x_1 = C_A$$

$$x_2 = T$$

$$x_3 = T_j$$

El vector de perturbaciones: $w = \begin{bmatrix} C_{A0} \\ T_{j0} \end{bmatrix}$, la salida: $y = x_2 = T$ y la entrada del sistema $u = T_0$.

Las funciones $f(x)$, $g(x)$, $p(x)$ y $h(x)$ están dadas por:

$$f(x) = \begin{bmatrix} \left(-\frac{5}{6} - 7.08 \cdot 10^{10} \exp\left(-\frac{15075.37688}{x_2}\right)\right) x_1 \\ 5.664 \cdot 10^{13} \exp\left(-\frac{15075.37688}{x_2}\right) x_1 - \frac{65}{3} x_2 + \frac{125}{6} x_3 \\ \frac{37500}{239.855} x_2 - 169.3055 x_3 \end{bmatrix}$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{5}{6} \\ 0 \end{bmatrix} \quad p(x) = \begin{bmatrix} \frac{5}{6} & 0 \\ 0 & \frac{0}{49.9} \\ 0 & \frac{0}{3.85} \end{bmatrix} \quad y = h(x) = x_2$$

Para determinar el grado relativo del sistema (Isidori, A., 1995):

$$L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x) = [0 \quad 1 \quad 0]f(x) \quad (2.12)$$

$$L_f h(x) = 5.664 \cdot 10^{13} \exp\left(-\frac{15075.37688}{x_2}\right) x_1 - \frac{65}{3} x_2 + \frac{125}{6} x_3 \quad (2.13)$$

$$L_g h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} g(x) = [0 \quad 1 \quad 0]g(x) = \frac{5}{6} \quad (2.14)$$

Partiendo de las condiciones dadas en la sección (1.1.1), como $L_g h(x^0) \neq 0$, el sistema tiene grado relativo $r = 1$.

Como el sistema tiene grado relativo r estrictamente menor que n , no puede linealizarse entrada-estado, pero aún es posible obtener un comportamiento lineal entre la entrada v y la salida del sistema (linealización entrada-salida).

Entonces, es posible encontrar $n - r$ funciones $\phi_{r+1}(x), \dots, \phi_n(x)$, tal que el mapeo $\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_n(x)$ tiene una matriz Jacobiana que es no singular, y por tanto, califica como una transformación local de coordenadas para todo el vector de estado. Además, debe cumplirse que:

$$L_g \phi_i(x) = 0 \quad \forall r + 1 \leq i \leq n \quad (2.15)$$

Tomando:

$$z_1 = \phi_1(x) = h(x) = x_2 \quad (2.16)$$

Para completar la transformación deben encontrarse $\phi_2(x)$ y $\phi_3(x)$ tal que:

$$L_g \phi_2(x) = L_g \phi_3(x) = 0 \quad (2.17)$$

Por lo tanto, $\phi_2(x)$ y $\phi_3(x)$ no pueden depender de x_2 , es decir, $\frac{\partial \phi_2}{\partial x_2} = \frac{\partial \phi_3}{\partial x_2} = 0$.

Se elige entonces la transformación:

$$\phi_2(x) = x_1 \quad (2.18)$$

$$\phi_3(x) = x_3 \quad (2.19)$$

Calculando la matriz Jacobiana:

$$J = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \neq 0$$

Entonces, la transformación de coordenadas resulta:

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= x_2 \\ z_2 &= x_1 \\ z_3 &= x_3 \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

El sistema en la forma normal queda expresado como:

$$\left. \begin{aligned} \dot{z}_1 &= 5.664 \cdot 10^{13} \exp\left(-\frac{15075.37688}{z_1}\right) z_2 - \frac{65}{3} z_1 + \frac{125}{6} z_3 + \frac{5}{6} u \\ \dot{z}_2 &= -\frac{5}{6} z_2 - 7.08 \cdot 10^{10} \exp\left(-\frac{15075.37688}{z_1}\right) z_2 \\ \dot{z}_3 &= \frac{37500}{239.855} z_1 - 169.3055 z_3 \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

Entonces, la ley de realimentación expresada en términos de las funciones que caracterizan el sistema original $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ tiene la forma:

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{r-1} h(x)} (-L_f^r h(x) + v) \quad (2.22)$$

Como el grado relativo del sistema es $r = 1$, resulta:

$$u = \frac{1}{L_g h(x)} (-L_f h(x) + v) \quad (2.23)$$

$$u = \frac{1}{5/6} \left(-5.664 \cdot 10^{13} \exp\left(-\frac{15075.37688}{x_2}\right) x_1 + \frac{65}{3} x_2 - \frac{125}{6} x_3 + v \right) \quad (2.24)$$

La ley de realimentación expresada en las nuevas coordenadas:

$$u = \frac{1}{5/6} \left(-5.664 \cdot 10^{13} \exp\left(-\frac{15075.37688}{z_1}\right) z_2 + \frac{65}{3} z_1 - \frac{125}{6} z_3 + v \right) \quad (2.25)$$

Sustituyendo (2.25) en (2.21), el sistema linealizado queda expresado como:

$$\dot{z}_1 = v \quad (2.26)$$

$$y = z_1 \quad (2.27)$$

Dinámica de Cero:

Por medio de la linealización entrada-salida, la dinámica del sistema no lineal se descompone en una parte externa (entrada-salida) y una parte interna (parte no observable). Debido a que la dinámica externa puede ser estabilizada por medio de la realimentación, el análisis de estabilidad se reduce a asegurar la estabilidad de la dinámica interna.

Como el diseño del sistema de control debe ser considerado para toda la dinámica, el comportamiento interno debe considerarse cuidadosamente.

La dinámica cero es la dinámica de η cuando la entrada de control es tal que la salida y se mantiene a cero, por lo tanto, para el análisis de la estabilidad de la dinámica cero del sistema, se impone $y = 0$, lo que implica que: $z_1 = 0$ y $\dot{z}_1 = 0$, entonces resulta:

$$\left. \begin{aligned} \dot{z}_2 &= -\frac{5}{6}z_2 \\ \dot{z}_3 &= -169.3055z_3 \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

Tomando como función de Lyapunov $V = \frac{1}{2}z_2^2 + \frac{1}{2}z_3^2$

$$\dot{V} = z_2 \cdot \dot{z}_2 + z_3 \cdot \dot{z}_3 \quad (2.29)$$

$$\dot{V} = z_2 \left(-\frac{5}{6}z_2 \right) + z_3 (-169.3055z_3) \quad (2.30)$$

$$\dot{V} = -\frac{5}{6}z_2^2 - 169.3055z_3^2 \quad (2.31)$$

Como \dot{V} es negativa definida, la dinámica cero del sistema es *asintóticamente estable*.

De forma similar al caso lineal, un sistema no lineal cuya dinámica cero es asintóticamente estable, se denomina un *sistema asintótico de fase mínima*.

Desacoplamiento a perturbaciones

Se determina el grado relativo de las perturbaciones, de forma análoga a la determinación del grado relativo r asociado con la entrada manipulada u .

$$L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x) = 5.664 \cdot 10^{13} \exp\left(-\frac{15075.37688}{x_2}\right) x_1 - \frac{65}{3}x_2 + \frac{125}{6}x_3 \quad (2.32)$$

$$L_{p(C_{A0})}h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} p_{(C_{A0})}(x) = [0 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} \frac{5}{6} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.33)$$

$$L_{p(T_{j0})}h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} p_{(T_{j0})}(x) = [0 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{49.9}{3.85} \end{bmatrix} = 0 \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} L_{p(C_{A0})}L_f h(x) &= \frac{\partial [L_f h(x)]}{\partial x} p_{(C_{A0})}(x) \\ &= \left[5.664 \cdot 10^{13} \exp\left(-\frac{15075.37688}{x_2}\right) \quad \frac{8.5387 \cdot 10^{17}}{x_2^2} \exp\left(-\frac{15075.37688}{x_2}\right) x_1 - \frac{65}{3} \quad \frac{125}{6} \right] \begin{bmatrix} \frac{5}{6} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ L_{p(C_{A0})}L_f h(x) &= \frac{5}{6} \cdot 5.664 \cdot 10^{13} \exp\left(-\frac{15075.37688}{x_2}\right) \end{aligned} \quad (2.35)$$

Puede notarse que: $L_{p(C_{A0})}L_f h(x^0) \neq 0$

$$\begin{aligned} L_{p(T_{j0})}L_f h(x) &= \frac{\partial [L_f h(x)]}{\partial x} p_{(T_{j0})}(x) \\ L_{p(T_{j0})}L_f h(x) &= \left[5.664 \cdot 10^{13} \exp\left(-\frac{15075.37688}{x_2}\right) \quad -\frac{65}{3} \quad \frac{125}{6} \right] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{49.9}{3.85} \end{bmatrix} = 270.0216 \end{aligned} \quad (2.36)$$

Puede notarse que: $L_{p(T_{j0})}L_f h(x^0) \neq 0$

Como $L_{p(C_{A0})}L_f h(x^0) \neq 0$ y $L_{p(T_{j0})}L_f h(x^0) \neq 0$, respecto a ambas perturbaciones el sistema tiene grado relativo $r_p = 2$.

El grado relativo respecto a las perturbaciones es mayor que el grado relativo respecto a la entrada manipulada u ($r_p > r$), por lo tanto, el sistema está desacoplado, es decir, la ley de control linealizante definida por la expresión (2.24) desacopla completamente la salida de las perturbaciones.

2.2. Diseño del Control Predictivo + Linealización por Realimentación en el reactor CSTR.

Para el diseño del controlador predictivo del reactor, se obtiene un modelo de predicción lineal, el cual resulta de la aplicación de la linealización entrada-salida. El modelo linealizado resultante está dado por:

$$\dot{z}_1 = v \quad (2.37)$$

$$y = z_1 \quad (2.38)$$

Este modelo lineal será utilizado por el controlador MPC para calcular las salidas predichas en cada período de muestreo. La utilización del mismo reduce significativamente la carga de cálculo asociada con los problemas de optimización no lineal.

Entonces, el controlador MPC produce una secuencia de control óptima v que está en función de la referencia externa r y de los estados de la planta física, respetando las restricciones en la entrada original (u). La linealización de la planta no lineal se realiza tomando como entrada de referencia la salida del controlador predictivo (v), además, se realimentan los estados de la planta y en cada instante de muestreo se calcula la acción de control que será aplicada a la planta no lineal.

La combinación del control predictivo con la linealización por realimentación, se programa en “.m” de Matlab, donde la utilización del modelo linealizado para la predicción permite trabajar directamente con funciones objetivo cuadráticas, propias del Toolbox MPC de Matlab.

Entonces, la acción de control calculada por el controlador predictivo en cada instante de tiempo k , se obtiene resolviendo el problema de optimización dado por el funcional de costo planteado en (1.33), el cual en Matlab tiene algunos parámetros adicionales, como se muestra en (2.39):

$$\begin{aligned} & \min_{\Delta u(k|k), \dots, \Delta u(M-1+k|k)} \varepsilon \left\{ \sum_{i=0}^{P-1} \left(\sum_{j=1}^{n_y} \left| w_{i+1,j}^y \left(y_j(k+i+1|k) - r_j(k+i+1|k) \right) \right|^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \sum_{j=1}^{n_u} \left| w_{i,j}^{\Delta u} \Delta u_j(k+i|k) \right|^2 + \sum_{j=1}^{n_u} \left| w_{i,j}^u \left(u_j(k+i|k) - u_{j_{target}}(k+i|k) \right) \right|^2 + \rho_\varepsilon \varepsilon^2 \right\} \end{aligned} \quad (2.39)$$

Donde: el subíndice "j" denota la j-ésima componente de un vector, $k + i|k$ el valor predicho para un tiempo $k + i$, basado en la información disponible en el instante k y $r(k)$ el valor actual de la referencia, sujeto a las restricciones:

$$\left. \begin{aligned} u_{j_{min}}(i) - \varepsilon V_{j_{min}}^u(i) &\leq u_j(k + i|k) \leq u_{j_{max}}(i) + \varepsilon V_{j_{max}}^u(i) \\ \Delta u_{j_{min}}(i) - \varepsilon V_{j_{min}}^{\Delta u}(i) &\leq \Delta u_j(k + i|k) \leq \Delta u_{j_{max}}(i) + \varepsilon V_{j_{max}}^{\Delta u}(i) \\ y_{j_{min}}(i) - \varepsilon V_{j_{min}}^y(i) &\leq y_j(k + i + 1|k) \leq y_{j_{max}}(i) + \varepsilon V_{j_{max}}^y(i) \end{aligned} \right\} \quad (2.40)$$

Con: $\Delta u(k + h|k) = 0, h = M, \dots, P - 1$

$$i = 0, \dots, P - 1$$

$$\varepsilon \geq 0$$

n_u y n_y representan el número de variables manipuladas y de salida, respectivamente.

$w_{i,j}^{\Delta u}$, $w_{i,j}^u$ y $w_{i,j}^y$ son los pesos del esfuerzo de control, la variable manipulada y la salida, respectivamente, de manera análoga a los pesos λ y δ en la expresión (1.33). Un peso pequeño implica que tiene menor importancia la influencia de la variable correspondiente sobre el índice de comportamiento.

$u_{j_{min}}$, $u_{j_{max}}$, $\Delta u_{j_{min}}$, $\Delta u_{j_{max}}$, $y_{j_{min}}$, $y_{j_{max}}$ son los límites inferior y superior en las variables correspondientes. En la expresión (2.40) las restricciones en u , Δu e y se relajan por la introducción de una variable de relajación $\varepsilon \geq 0$. El peso ρ_ε en la variable de relajación ε penaliza la violación de las restricciones. Un ρ_ε mayor respecto a los pesos de la entrada y la salida, penaliza aún más la violación de las restricciones. Los vectores del criterio de igualdad para la relajación (*Equal Concern for the Relaxation, ECR*) $V_{min}^u, V_{max}^u, V_{min}^{\Delta u}, V_{max}^{\Delta u}, V_{min}^y, V_{max}^y$ representan el criterio de relajación para la restricción correspondiente: un V mayor, implica una restricción más *blanda*, mientras que $V = 0$ significa que la restricción es *dura*, y por tanto, que no puede ser violada. Por defecto, se consideran todas las restricciones de entrada como *duras* ($V_{min}^u = V_{max}^u = V_{min}^{\Delta u} = V_{max}^{\Delta u} = 0$) y todas las de salida como *blandas* $V_{min}^y = V_{max}^y = 1$.

El vector $u_{target}(k+i)$ es la referencia del vector de entrada, y se usa típicamente cuando el número de entradas es mayor que el número de salidas (*Colectivo de Autores, 2008*).

Debido a la linealización por realimentación, las restricciones originales en la entrada u de la planta no lineal dada en (2.8-2.10) deben mapearse en las restricciones del MPC en v , las cuales por lo general son no lineales y dependientes de los estados.

Las restricciones de saturación u en la entrada original están dadas por:

$$u_{min} \leq \alpha(x) + \beta(x)v \leq u_{max} \quad (2.41)$$

o de forma equivalente, si se escribe en términos de las nuevas coordenadas linealizadas x :

$$u_{min} \leq \alpha(\phi^{-1}(x)) + \beta(\phi^{-1}(x))v \leq u_{max} \quad (2.42)$$

lo cual conduce a:

$$u_{min} \leq \frac{1}{a(x)} - (b(x) + v) \leq u_{max} \quad (2.43)$$

entonces, las cotas en la nueva entrada del sistema linealizado quedan como:

$$\left. \begin{aligned} v_{min} &= u_{min}a(x) + b(x) \\ v_{max} &= u_{max}a(x) + b(x) \end{aligned} \right\} \text{para } a(x) > 0$$

$$\left. \begin{aligned} v_{min} &= u_{max}a(x) + b(x) \\ v_{max} &= u_{min}a(x) + b(x) \end{aligned} \right\} \text{para } a(x) < 0$$

resultando:

$$v_{min} = \frac{5}{6}u_{min} + 5.664 \cdot 10^{13} \exp\left(-\frac{15075.37688}{x_2}\right)x_1 - \frac{65}{3}x_2 + \frac{125}{6}x_3 \quad (2.44)$$

$$v_{max} = \frac{5}{6}u_{max} + 5.664 \cdot 10^{13} \exp\left(-\frac{15075.37688}{x_2}\right)x_1 - \frac{65}{3}x_2 + \frac{125}{6}x_3 \quad (2.45)$$

2. 3. Resultado de las simulaciones en el reactor CSTR.

A fin de comprobar las potencialidades de la estructura de control propuesta, se realizaron simulaciones ante cambios en la referencia y perturbaciones, incluyendo restricciones en la señal de control y en la salida del sistema. Los parámetros de simulación se muestran en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1. Parámetros de simulación para el reactor CSTR

Parámetro	Valor
Duración de la simulación (T)	30
Horizonte de predicción (P)	10
Horizonte de control (M)	5
Peso de la salida (δ)	0.99
Peso de la entrada (λ)	0.35
Trayectoria de referencia (r)	[540, 536, 542]

Se consideran las siguientes restricciones en la variable manipulada y la variable controlada:

$$525^{\circ}R \leq T_0 \leq 555^{\circ}R$$

$$-10^{\circ}R \leq \Delta T_0 \leq 10^{\circ}R$$

$$525^{\circ}R \leq T \leq 560^{\circ}R$$

En las figuras 2.1y 2.2 se muestran el comportamiento de la salida y la acción de control, respectivamente, ante cambios en la referencia, considerando restricciones en la variable manipulada y la variable controlada. Se observa cómo la salida sigue la trayectoria deseada, cumpliendo con las restricciones impuestas.

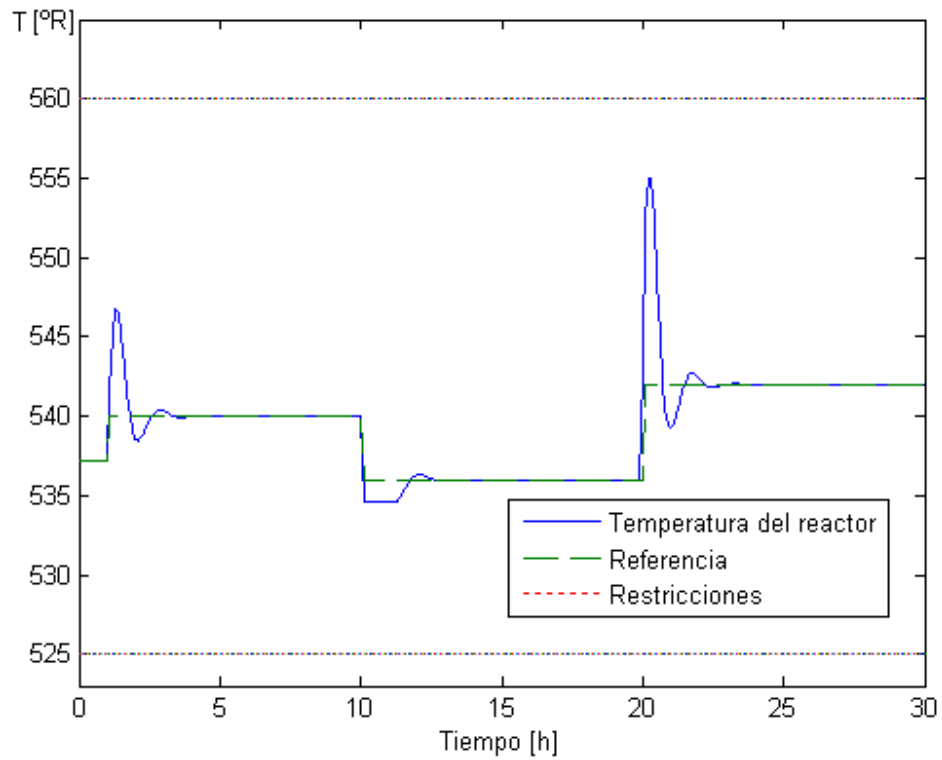


Figura 2.1. Salida del proceso ante cambios en la referencia con restricciones

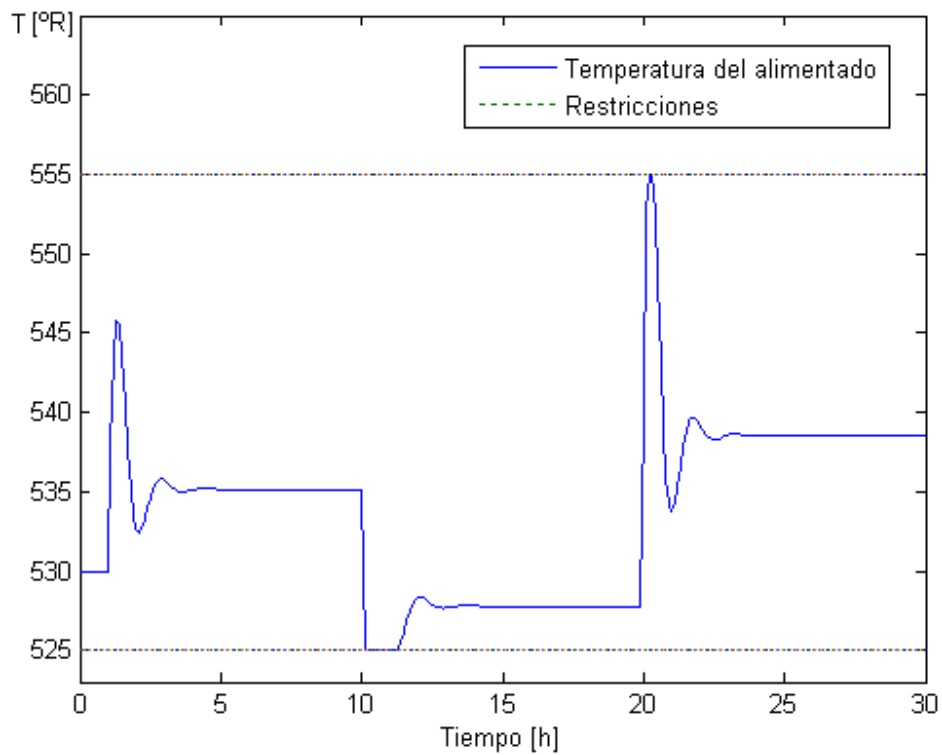


Figura 2.2. Acción de control ante cambios en la referencia con restricciones

Se simula el comportamiento del sistema ante perturbaciones en la temperatura de alimentación del medio de enfriamiento (T_{j0}) y en la concentración de alimentación de A (C_{A0}). La perturbación en T_{j0} se aplica a las 10h, con un valor de 540°R , y la perturbación en C_{A0} a las 20h, con un valor de $0.55 \text{ mol}/\text{ft}^3$. En las figuras 2.3 y 2.4 se muestran la respuesta de la salida y la acción de control, respectivamente, ante dichas perturbaciones. Se observa el rechazo del sistema de control ante perturbaciones, restableciéndose la temperatura en el valor fijado como referencia.

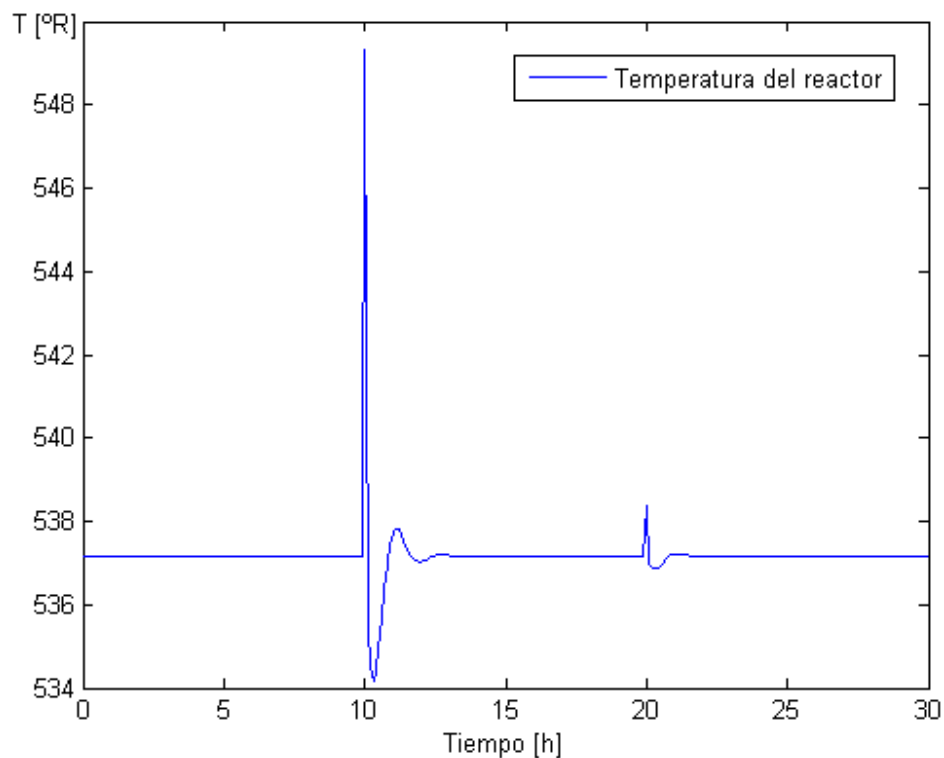


Figura 2.3. Salida del proceso ante perturbaciones

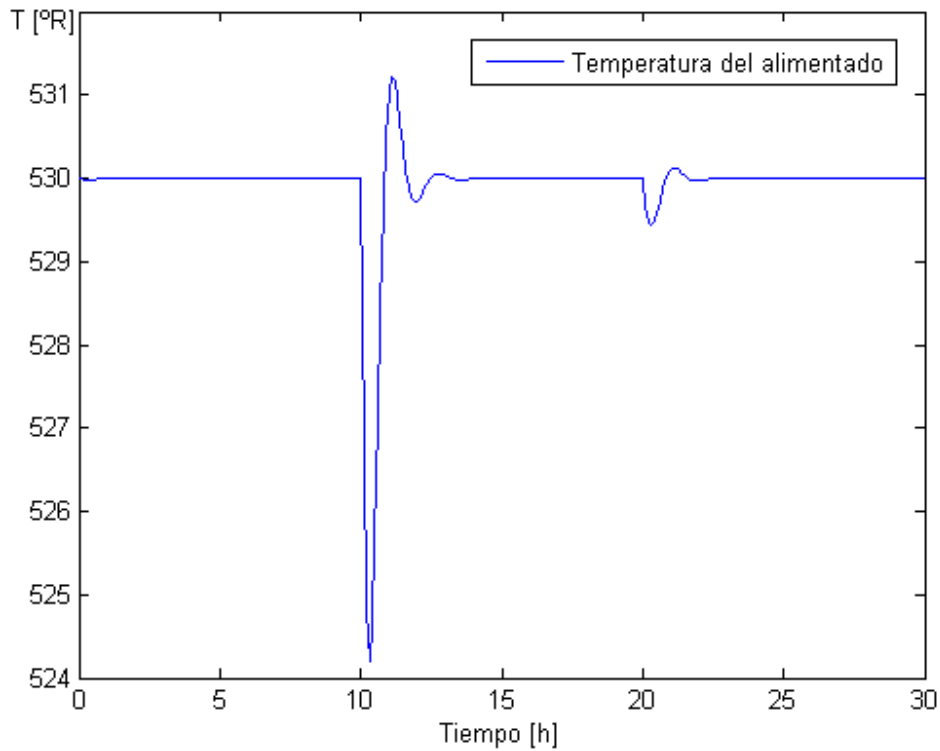


Figura 2.4. Acción de control ante perturbaciones

Las figuras 2.5 y 2.6 representan el comportamiento de la salida y la entrada del sistema, respectivamente, ante las perturbaciones descritas con anterioridad, considerando restricciones en la variable manipulada. El controlador rechaza dichas perturbaciones, cumpliendo con las restricciones establecidas en la entrada de control.

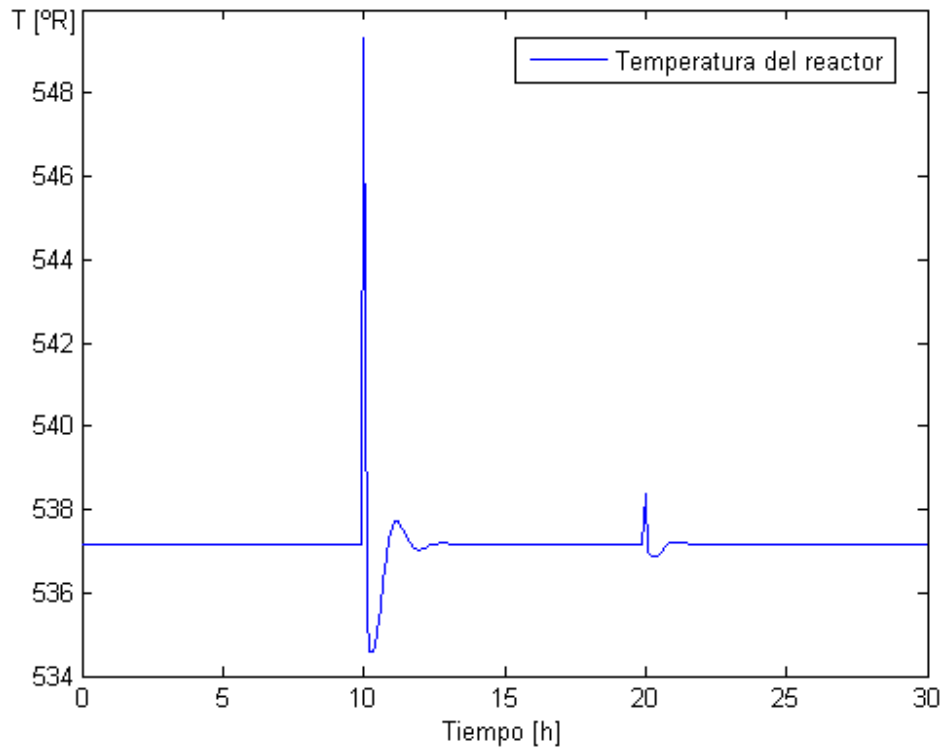


Figura 2.5. Salida del proceso ante perturbaciones

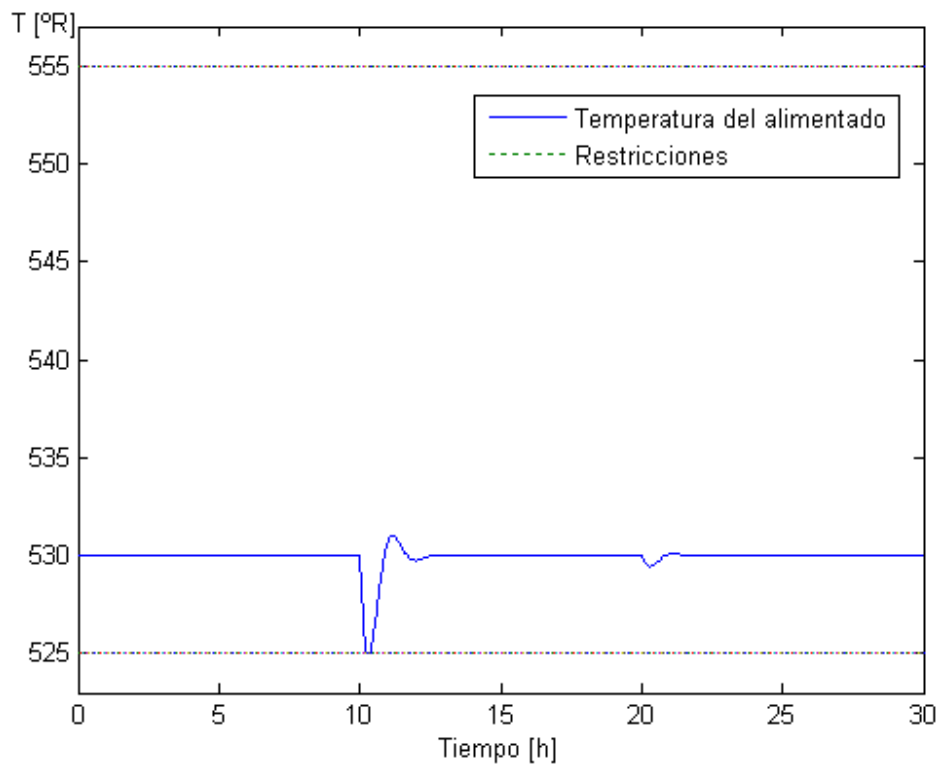


Figura 2.6. Acción de control con restricciones ante perturbaciones

Conclusiones Parciales.

- 1- La aplicación de la linealización entrada-salida permitió obtener el modelo lineal que utiliza el controlador MPC para la predicción.
- 2- Se analizó la estabilidad de la dinámica cero del sistema, a fin de comprobar la estabilidad de la dinámica interna, resultando en un sistema de fase mínima.
- 3- Se comprobó que la ley de control resultante de la linealización, desacopla completamente la salida de las perturbaciones.
- 4- Se diseñó el controlador predictivo combinado con la linealización por realimentación.
- 5- Se simuló el control propuesto, evidenciándose la capacidad del mismo de seguir cambios en la referencia y rechazar perturbaciones.

Conclusiones Generales

- 1- La sistematización de los fundamentos teóricos de la linealización exacta por realimentación y el control predictivo basado en modelo, permitió analizar la posibilidad de integración de estas dos técnicas para sustentar la propuesta realizada.
- 2- La obtención de un modelo lineal para la predicción, a partir de la linealización entrada-salida permitió eliminar las dificultades asociadas a la optimización en los algoritmos de NMPC.
- 3- La combinación del control predictivo con la linealización exacta por realimentación se presenta como una alternativa viable para solucionar los problemas de optimización relativos al NMPC.
- 4- La simulación del esquema de control propuesto, aplicado al reactor CSTR, evidenció las potencialidades del mismo, al comprobarse su capacidad para seguir cambios en la referencia y rechazar perturbaciones.

Recomendaciones

- 1- Comprobar el esquema de control propuesto en otro tipo de sistemas no lineales, incluyendo sistemas multivariables.
- 2- Diseñar un observador para estimar los estados del sistema, y comparar los resultados con los obtenidos en este trabajo.
- 3- Comprobar la estabilidad del esquema de control propuesto.

Bibliografía

- 1- Álvarez, H. Control Predictivo basado en Modelo Borroso para el Control del pH. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ingeniería. Universidad Nacional de San Juan. Argentina. 2000.
- 2- Allgöwer, F. "Analysis and controller synthesis for nonlinear processes using nonlinearity measures". Proceeding of AIChE Annual Meeting. Miami, Florida. 1995.
- 3- Bartusiak, R. D. y otros. "Nonlinear feedforward/feedback control structures designed by reference synthesis". Chem. Eng. Sci. N°44, p. 1837-1851. 1989.
- 4- Bellman, R. Dynamic Programming. Princeton Univ. Press. EUA. 1957.
- 5- Bemporad, A. y otros. "Model Predictive Control Based on Linear Programming- The Explicit Solution". Tech. Report AUT01-06. 2001.
- 6- Bemporad, A. y otros. "The Explicit Linear Quadratic Regulator for Constrained Systems". Automatica. No. 38, p. 3-20. 2002.
- 7- Bordons, C. Control Predictivo: metodología, tecnología y nuevas perspectivas. Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad de Sevilla. España. 2000.
- 8- Brown, G. S. y Campbell, D. P. Principles of Servomechanisms. Wiley. New York. 1948.
- 9- Byrnes, C. I. e Isidori, A. "Nonlinear disturbance decoupling with stability". Proceeding IEEE Conference on Decision and Control. p. 513-518. Los Angeles, CA. 1987.
- 10-Camacho, E. y Bordons, C. Control Predictivo: pasado, presente y futuro. Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla. España. 2004.

- 11- Chen, H. y Allgöwer, F. "A quasi-infinite horizon predictive control scheme for constrained nonlinear systems". Proceedings of 16th Chinese Control Conference. p. 309-316. China. 1996.
- 12- Chen, H. y Allgöwer, F. "A quasi-infinite horizon nonlinear predictive control scheme with guaranteed stability". Automatica. No. 34, Vol. 10, p.1205–1218. 1998.
- 13- Chen, H. y otros. "Model predictive control of nonlinear systems: Computational burden and stability". IEE Proc. Control Theory Appl. No. 4, Vol. 147, p. 387- 394. 2000.
- 14- Chestnut, H. y Mayer, R. W. Servomechanisms and Regulating System Design. Wiley. vol. 1, 1951, vol. 2, 1955.
- 15- Clarke, D. Advances on Model-Based Predictive Control. Oxford University Press. Inglaterra. 1994.
- 16- Clarke, D. y otros. "Generalized Predictive Control. Part I. The Basic Algorithm". Automatica. No. 23, Vol. 2, p. 137-148. 1987.
- 17- Claude, D. "Decoupling of nonlinear systems". System Control Lett. Vol. 1, p. 242-248. 1982.
- 18- Colectivo de Autores. Teoría moderna de control. [en línea]. España. <<http://www.automata.cps.unizar.es>> [Consulta: 1 de abril 2008]. 2007.
- 19- Colectivo de Autores. Ayuda del Toolbox MPC de Matlab, Versión 7.6.0.324. 2008.
- 20- Cook, P. A. Nonlinear Dynamical System, 2nd edition. Prentice Hall International Series in Systems and Control Engineering. UK. 1994.
- 21- Cutler, C. y Ramaker, B. "Dynamic matrix control: a computer control algorithm". AIChE 86th National Meeting. Estados Unidos. 1979.
- 22- Daoutidis, P. y Kravaris, C. "Synthesis of feedforward/state feedback controller for nonlinear processes". AIChE J. No. 35, p. 1602-1616. 1989.
- 23- D' Attellis, C. Introducción a los Sistemas No Lineales de Control y sus Aplicaciones. AADECA. Argentina. 1992.

- 24- de Oliveira, S. Model predictive control for constrained nonlinear systems. Ph.D. Thesis. California Institute of Technology (Caltech). Pasadena, CA, USA. 1996.
- 25- de Oliveira, S. y Morari, M. "Contractive model predictive control with local linearization for nonlinear systems. Nonlinear Model Based Predictive Control". Proceedings of the NATO Advanced Study Institute. 1996.
- 26- de Oliveira, S. y Morari, M. "Contractive Model Predictive Control for Constrained Nonlinear Systems". IEEE Transactions on Automatic Control. No. 6, Vol. 45, p. 1053-1071. 2000.
- 27- Desoer, C. A. "A Generalization of the Popov Criterion". IEEE Trans. Autom. Control. Vol. AC-10, No. 2, p. 182-185. 1965.
- 28- Dorf, R. C. Sistemas Modernos de Control, 2ª edición. Addison-Wesley Iberoamericana, S.A. USA. 1989.
- 29- Evans, W.R., "Graphical Analysis of Control Systems". Trans. AIEE. Vol. 67, pp. 547-551. 1948.
- 30- Findeisen, R. y otros. "State and Output Feedback Nonlinear Model Predictive Control: An Overview". European Journal of Control. No. 9. p. 179-195. 2003.
- 31- García, C. y Morari, M. "Internal model control-1. A unifying review and some new results". Industrial Engineering on Chemical Process Design & Development. No. 21, p. 308-315. 1982.
- 32- Gómez Ortega, J. y Camacho, E. "Mobile Robot Navigation in Partially Structured Environment using Neural Predictive Control". Control Engineering Practice. No. 4. p. 1669-1679. 1996.
- 33- Goodwin, G. C. y otros. Control System Design. Prentice Hall Inc. New Jersey, USA. 2001.
- 34- Greco, C. y otros. "Performance Improvement of Self Tuning Controllers by Multistep Horizons: The MUSMAR Approach". Automatica. No. 20, p. 681-700. 1984.

- 35- Hall, A.C. "Application of Circuit Theory to the Design of Servomechanisms," J. Franklin Inst. 1966.
- 36- Hirschorn, R. M. "(a,b)- invariant distributions and disturbance decoupling of nonlinear system". JSIAM J. Control Optimiz. N°19, p. 1-19. 1981.
- 37- Isidori, A. Nonlinear Control Systems: An Introduction. M. Thoma Ed., Springer-Verlag. 1985.
- 38- Isidori, A. Nonlinear Control Systems. Springer-Verlag, 3rd edition. Londres. 1995.
- 39- Isidori, A. Nonlinear control systems II. Springer-Verlag. 1999.
- 40- Isidori, A. y otros. "Nonlinear decoupling via feedback: a differential geometric approach". IEEE Trans. Autom. Control. AC-26, p. 331-345. 1981.
- 41- Kalman, R.E. "Contributions to the theory of optimal control" Bol. Soc. Mat. Mexicana. Vol. 5, pp. 102-119. 1960.
- 42- Kalman, R.E. "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems," ASME J. Basic Eng. Vol. 82, pp.34-45. 1960a.
- 43- Kalman, R. E. y Bertram, J. E. "Control System Analysis and Design via the 'Second Method' of Lyapunov. I. Continuous-time Systems," Trans. ASME J. Basic Eng. pp. 371-393. June 1960.
- 44- Kalman, R. E. y Bucy, R. S. "New Results in Linear Filtering and Prediction Theory". ASME J. Basic Eng. Vol. 80, p. 193-196. 1961.
- 45- Kershenbaum, L. y otros. Advances in Model-Based Predictive Control, chapter Receding horizon control, p. 233-246. Oxford University Press. 1994.
- 46- Keyser, R. y Cuawenberghe, A. "Extended Prediction Self-adaptive Control". IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation. p. 1317-1322. Reino Unido. 1985.
- 47- Khalil, H. Nonlinear systems. 2nd edition. Prentice-Hall. 1996.

- 48- Khalil, H. Nonlinear Systems, third edition. Prentice Hall Inc. New Jersey, USA. 2002.
- 49- Kravaris, C. y Kantor, J. "Geometric Methods for Nonlinear Process Control. 1. Background". Ind. Eng. Chem. Res. No. 29. 1990, a.
- 50- Kravaris, C. y Kantor, J. "Geometric Methods for Nonlinear Process Control. 2. Controller Synthesis". Ind. Eng. Chem. Res. No. 29. 1990, b.
- 51- Krstić, M. y otros. Nonlinear and adaptive control design. John Wiley & Sons. 1995.
- 52- Kuo, B. C. Sistemas de Control Automático, 7ª edición. Prentice Hall Hispanoamericana, S.A. México. 1996.
- 53- Lauer, H. y otros. Servomechanism Fundamentals. McGraw-Hill. New York. 1947.
- 54- Lien, R. Nonlinear Control Systems. Ciencia y Técnica. Instituto del Libro. La Habana, Cuba. 1967.
- 55- Linkers, D. y Mahfonf, M. Advances on Model-Based Predictive Control. Oxford University Press. Inglaterra. 1994.
- 56- Lipták, B. G. Process Control, 3rd edition. Butterworth-Heinemann. 1995.
- 57- Liu, D. y Michel, A.N. Dynamical Systems with Saturation Nonlinearities. Analysis and Design. Springer-Verlag. 1994.
- 58- Lussón, A. Control Predictivo basado en Modelos con estructura Wiener-LAT. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Control de Sistemas. Universidad Nacional del Sur. Argentina. 2002.
- 59- MacColl, L.A. Fundamental Theory of Servomechanisms. Van Nostrand. New York. 1945.
- 60- Magni, L. y Scattolini, R. "Tracking of non-square nonlinear continuous time systems with piecewise constant model predictive control". Journal of Process Control. No. 17, p. 631-640. Elsevier. [en línea]. En <<http://www.elsevier.com/locate/jprocont>> [Consulta: 30 de enero 2008]. 2007.

- 61- Mayne, D. "Optimization in model based control ". 4th IFAC Symposium on Dynamics and Control Chemical Reactors, Distillations Columns, and Batch Processes. p. 229-242. Danish Automation Society. 1995.
- 62- Mayne, D. y Michalska, H. "An implementable receding horizon controller for the stabilization of nonlinear systems". Proceedings of Conference on Decision and Control. p. 3396-3397. Estados Unidos. 1990.
- 63- Mayne, D. y otros. "Constrained Model Predictive Control: Stability and Optimality". Automatica. No. 36, p. 789-814. 2000.
- 64- Meadows, E. y otros. "Receding horizon control and discontinuous state feedback stabilization". International Journal Control. No. 62, p. 1217-1229. 1995.
- 65- Michalska, H. y Mayne, D. "Robust receding horizon control of constrained nonlinear systems". IEEE Transaction on Automatic Control. No. 38, p. 1623- 1633. 1993.
- 66- Morari, M. y Lee, J. "Model predictive control: past, present and future". Computers and Chemical Engineering. No. 23, Vol. 4, p. 667-682. 1999.
- 67- Nandola, N. y Bhartiya, S. "A multiple model approach for predictive control of nonlinear hybrid systems". Journal of Process Control. Elsevier. [en línea]. En <<http://www.elsevier.com/locate/jprocont>> [Consulta: 30 de enero 2008]. 2007.
- 68- Narendra, K. S. y Goldwyn, R. M. "A Geometrical Criterion for the Stability of Certain Nonlinear Non-autonomous Systems". IEEE Trans. Circuit Theory. Vol. CT-11, No. 3, p. 406-407. 1964.
- 69- Ogata, K. Modern Control Engineering. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs. EUA. 1970.
- 70- Ogata, K. Ingeniería de Control Moderna. Prentice Hall Hispanoamericana S.A. México. 1980.
- 71- Olivo, M. y Hernández, V. Control Predictivo de Sistemas no lineales basado en Algoritmos Genéticos. Universidad Autónoma de Querétaro. México. 2000.

- 72- Panjapornpon, C. y Soroush, M. "Control of Non-Minimum-Phase Nonlinear Systems through Constrained Input-Output Linearization". Proceedings of the 2006 American Control Conference. p. 4522- 4527. Minneapolis, Minnesota, USA, June 14-16, 2006.
- 73- Peterka, V. "Predictor-based Self-tuning Control". Automatica. No. 20, Vol. 1, p. 39-50. 1984.
- 74- Piñón, S. Control Predictivo Basado en Modelo para Cultivos Protegidos. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ingeniería. Universidad Nacional de San Juan. Argentina. 2001.
- 75- Pontryagin, L. S. y otros. The Mathematical Theory of Optimal Processes. Wiley. New York, 1962.
- 76- Prakash, J. y Senthil, R. "Design of observer based nonlinear model predictive controller for a continuous stirred tank reactor". Journal of Process Control. Elsevier. [en línea]. En <<http://www.elsevier.com/locate/jprocont>> [Consulta: 30 de enero 2008]. 2007.
- 77- Prett, D. y Guilette, R. "Optimization and constrained multivariable control of a catalytic cracking unit". Proceedings of Annual AIChE meeting. Estados Unidos. 1979.
- 78- Primbs, J. y otros. "Nonlinear optimal control: a control Lyapunov function and receding horizon perspective". Asian Journal of Control. No. 1 , Vol. 1, p. 14-24. 1999.
- 79- Rawlings, J. y Muske, K. "The stability of constrained receding horizon control". IEEE Transaction on Automatic Control. No. 38, p. 1512-1516. 1993.
- 80- Richalet, J. y otros. "Model Predictive Heuristic Control: Applications to Industrial Processes". Automatica. No. 14, Vol. 2, p. 413-428. 1978.

- 81- Richalet, J. y otros. "Predictive Funcional Control. Application to Fast and Accurate Robots". Proceedings of 10th IFAC World Congress. Alemania. 1987.
- 82- Rodríguez, M. y otros. "Control predictivo basado en predictores borrosos". Dyna. N° 153. p.343-350. 2007.
- 83- Sandberg, I. W., "A Frequency-Domain Condition for the Stability of Feedback Systems Containing a Single Time-Varying Nonlinear Element," Bell Syst. Tech. J. Vol. 43, No. 4, p. 1601-1608. 1964.
- 84- Sastry, S. Nonlinear Systems: Analysis, Stability and Control. Interdisciplinary Applied Mathematics. Springer. 1999.
- 85- Sepulchre, R. y otros. Constructive Nonlinear Control. CCES Series. Springer-Verlag. 1997.
- 86- Siller, I.I. Nonlinear Continuous Time Generalized Predictive Control. Tesis para obtener el grado de Doctor. Universidad de Glasgow. Escocia. 1998.
- 87- Sontag, E. D. "Smooth stabilization implies coprime factorization". IEEE Trans. Automat. Contr. N°34, p. 435-443. 1989.
- 88- Takahashi, Y., M. Rabins y D. Auslander. Control and Dynamic Systems. Addison-Wesley Pub. Co. Reading. EUA. 1977.
- 89- Truxal, J. G., Automatic Feedback Control System Synthesis. McGraw-Hill. New York. 1955.
- 90- van der Schaft, A. J. L₂-gain and passivity techniques in nonlinear control. Springer-Verlag. 2000.
- 91- van der Weguen, L., H., y Nijmeijer. "The local disturbance decoupling problem with stability for nonlinear systems". System Control Lett. N°12, p. 139-149. 1989.
- 92- Wan, J. Computationally Reliable Approaches of Contractive MPC for Discrete-time Systems. PhD Thesis. Universidad de Girona, España. 2007.
- 93- Waller, J. y Böling, J. "Multi-variable nonlinear MPC of an ill-conditioned distillation column". Journal of Process Control. No. 15, p. 23-29. Elsevier.

- [en línea]. En <<http://www.elsevier.com/locate/jprocont>> [Consulta: 30 de enero 2008]. 2005.
- 94- Wonham, W. M. Linear Multivariable Control: A Geometric Approach. Third Edition. Springer-Verlag. 1985.
- 95- Yang, T. y Polak, E. "Moving horizon control of nonlinear systems with input saturation, disturbances and plant uncertainty". International Journal Control. No. 58, p. 875-903. 1993.
- 96-Ydstie, B. "Extended Horizon Adaptive Control". Proceedings of 9th IFAC World Congress. Hungría. 1984.
- 97- Zames, G. "On the Input-Output Stability of Time-Varying Non-linear Feedback Systems, Part I: Conditions Derived Using Concepts of Loop Gain, Conicity, and Positivity". IEEE Trans. Automatic Control. Vol. AC-11, No. 2, p. 228-238. 1966.
- 98- Zames, G. "On the Input-Output Stability of Time-Varying Non-linear Feedback Systems, Part II: Conditions Involving Circles in the Frequency Plane and Sector Nonlinearities". IEEE Trans. Automatic Control. Vol. AC-11, No. 3, p. 465-476. 1966a.

Anexos

Anexo 1. Parámetros nominales del Reactor CSTR

Parámetro		Valor
Flujo de alimentación de A	F_0	$40 \text{ ft}^3/\text{h}$
Concentración de A en la alimentación	C_{A0}	$0.50 \text{ mol}/\text{ft}^3$
Volumen del reactor	V	48 ft^3
Flujo del medio de enfriamiento	F_j	$49.9 \text{ ft}^3/\text{h}$
Constante universal de los gases	R	$1.99 \text{ BTU}/\text{mol} \cdot ^\circ\text{R}$
Volumen del conducto de enfriamiento	V_j	3.85 ft^3
Factor pre-exponencial	α	$7.08 \cdot 10^{10} \text{ 1}/\text{h}$
Energía de activación	E	$30000 \text{ BTU}/\text{mol}$
Coefficiente global de transferencia de calor	U	$150 \text{ BTU}/\text{h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{R}$
Calor exotérmico de reacción	λ	$-30000 \text{ BTU}/\text{mol}$
Superficie de transferencia de calor	A	250 ft^2
Temperatura de alimentación del medio de enfriamiento	T_{j0}	$530 ^\circ\text{R}$
Temperatura de la corriente de alimentación	T_0	$530 ^\circ\text{R}$
Calor específico del líquido en el reactor	C_p	$0.75 \text{ BTU}/\text{lb} \cdot ^\circ\text{R}$
Calor específico del líquido de enfriamiento	C_{p_j}	$1 \text{ BTU}/\text{lb} \cdot ^\circ\text{R}$
Densidad del líquido en el reactor	ρ	$50 \text{ lb}/\text{ft}^3$
Densidad del líquido de enfriamiento	ρ_j	$62.3 \text{ lb}/\text{ft}^3$