



# Trabajo de Diploma

Autor: Yeizabet Nápoles Báez

Tutor: Dr. Mercedes Ramírez Mendoza

Consultantes: Ing. Guillermo González Yero

Ing. Liset Mayo Martí

Santiago de Cuba

2017



**UNIVERSIDAD  
DE ORIENTE**

Facultad de Ingeniería Eléctrica  
Departamento de Control Automático

# Trabajo de Diploma

Título: Evaluación de la eficiencia de un método de control PI no lineal.

Autor: Yeizabet Nápoles Báez

Tutor: Dr. Mercedes Ramírez Mendoza

Consultantes: Ing. Guillermo González Yero

Ing. Liset Mayo Martí

Santiago de Cuba

2017

## Dedicatoria

**A mis padres** que han dedicado sus vidas por entero a mi formación, sin escatimar sacrificios, con el anhelo de verme convertida algún día en profesional, y ese día ya es palpable, es presente, es hoy.

**A mi hermana** que me impulsa a esforzarme cada día para ser un buen ejemplo.

**A mis abuelas y a mi tío Lázaro** cuyos recuerdos me alentaron en los momentos difíciles.

## Agradecimientos

**A mis padres,** que me dieron la fuerza necesaria para afrontar esta batalla de la cual hoy salgo victoriosa.

**A Mercedes,** por poner sus conocimientos a mi disposición y encontrar siempre un huequito en su apretada agenda para atenderme.

**A Guillermo,** por el interés prestado al desarrollo de esta tesis y por nunca dar un NO por respuesta cuando necesite su ayuda, sin la cual no sería posible la conclusión de este trabajo.

**A Liset,** que me dio el empujón inicial para dar comienzo a este trabajo.

**A Katia y su familia,** por su ayuda incondicional y desinteresada durante toda la carrera.

**A Isandra,** por el apoyo brindado cuando lo necesite.

**A Isidro y Yaline,** los cuales no imaginan el alcance de la ayuda que un día me brindaron.

**A mi familia,** por el apoyo brindado siempre en el momento necesario.

**A mis compañeros,** por la ayuda brindada en el desarrollo de este trabajo y en el transcurso de la carrera.

**A todas las personas,** que de una manera u otra han contribuido en la realización de este trabajo y en mi formación.

***Muchas Gracias***

## Pensamiento

*Prefiero la crítica más dura de un hombre inteligente a la aprobación irreflexiva de las masas.*

*Johannes Kepler*

## Resumen

En este trabajo se demuestra el carácter general de un método de control PI no lineal en región de robustez desarrollado en sus inicios para el control de nivel en el molde de vaciado continuo de acero de la empresa Acinox Las Tunas. Para la comprobación del método se utiliza un conjunto de ensayo representativo de la mayoría de los procesos industriales; y su implementación se realiza utilizando el software MatLab®/Simulink.

Con el empleo del programa antes mencionado y a través del análisis de los resultados obtenidos se logró demostrar la superioridad del método de diseño en la obtención de un compromiso entre robustez y rendimiento con respecto a los controladores PI lineales de menor y mayor rendimiento.

## Abstract

This work aims to demonstrate the generality of a non - linear PI control method in a robustness region developed at the beginning for mold level control in the continuous casting of Acinox Las Tunas. To test the method, a benchmark representative of the industrial processes is used; and is implemented using MatLab®/ Simulink software. With the use of the aforementioned program and through the analysis of the results obtained, it was possible to demonstrate the superiority of the design method in obtaining a trade-offs between robustness and performance with respect to linear controllers of lower and higher performance.

## Notaciones Generales

**AMIGO:** Approximate (Aproximado) MIGO.

**C:** Función de transferencia del controlador.

**d:** Perturbaciones de carga.

**$d_c(t)$ :** Perturbación crítica.

**e:** Error.

**$e_n$ :** Valor máximo de la ordenada.

**$e_i$ :** Valores límites de la zona muerta.

**$e_{max}$ :** Error máximo.

**$f_{ISE,IAE,TV}$ :** Función objetivo dependiente de los índices ISE, IAE, TV.

**$f_k$ :** Representa a ISE, IAE o TV.

**$G_f$ :** Función de transferencia del filtro de medida.

**$G_l$ :** Función de transferencia del lazo.

**$g_m$ :** Márgenes de ganancia.

**$G_p$ :** Función de transferencia del proceso.

**$G_{xy sp}$ :** Función de transferencia desde el punto de consigna a la variable del proceso.

**$G_{un}$ :** Función de transferencia del ruido de medida a la señal de control.

**$G_{xd}$ :** Función de transferencia de la respuesta de la variable de proceso ante perturbaciones.

**IAE:** Integral del valor absoluto del error.

**ISE:** Integral del cuadrado de error.

**$K, k_p$ :** Ganancia proporcional.

**$k_d, T_d$ :** Ganancia derivativa.

**$k_d(\cdot)$ :** Ganancia derivativa variante en el tiempo.

**$K_h$** : Valor de saturación de la función no lineal.

**$K_i$ ,  $T_i$** : Ganancia integral.

**$K_i(\cdot)$** : Ganancia integral variante en el tiempo.

**$K_i$** : Ganancia obtenida para el Valor máximo de la ordenada.

**$K_{max}^\circ$** : Ganancia proporcional máxima.

**$K_{min}^\circ$** : Ganancia proporcional mínima.

**$K_p(\cdot)$** : Ganancia proporcional variante en el tiempo.

**$K_{rate}$** : Razón de cambio de la ganancia proporcional.

**$K_{var}$** : Variación óptima de ganancia.

**$K_{i-max}^\circ$** : Ganancia integral máxima.

**$K_{i-min}^\circ$** : Ganancia integral mínima.

**$M_p$** : Máximo sobrepaso.

***MIGO***: Mconstrained Integral Gain Optimization (Optimización de la Ganancia Integral Restringida)

**$M_s$** : Sensibilidad máxima.

**$M_t$** : Sensibilidad máxima complementaria.

***NPI-RR***: PI no lineal en región de robustez.

**$P$** : Controlador proporcional.

***PD***: Controlador proporcional - derivativo.

***PI***: Controlador proporcional - integral.

***PID***: Controlador proporcional - integral - derivativo.

**$S$** : Función de sensibilidad.

**$T$** : Función de sensibilidad complementaria.

**$t_{est}$** : Tiempo de establecimiento.

**$t_{mue}$** : Periodo de muestreo.

**$t_{sim}$** : Tiempo de simulación.

**$t_1$** : Tiempo en que se produce la perturbación crítica.

**$TV$** : Esfuerzo de control total.

**$u(t)$** : Salida del controlador.

**$x$** : Variable de salida del proceso.

**$y(t)$** : Variable de salida del sistema.

**$y_{cl}$** : Salida del sistema en lazo cerrado.

**$y_{ol}$** : Salida del sistema en lazo abierto.

**$y_{sp}$** : Punto de consigna.

**$w_{ISE}$ ,  $w_{IAE}$  y  $w_{TV}$** : Pesos correspondientes a los índices de desempeño ISE, IAE y TV respectivamente.

**$\Delta y(t)$** : Variación a la salida del sistema.

**$\theta_m$** : Márgenes de fase.

**$\tau$** : Retardo de tiempo normalizado.

**$\omega$** : Frecuencia [rad/seg]

**$\omega_{sc}$** : Frecuencia de cruce de sensibilidad.

# Índice

Introducción.....	1
Capítulo 1. Aspectos generales de los controladores PID. ....	6
1.1    Introducción.....	6
1.2    Características de los controladores PID lineales.....	6
1.2.1    Acciones de control en la estructura PID.....	6
1.2.2    Elección del controlador (P, PI, PD o PID).....	6
1.2.3    Posibles representaciones del controlador. ....	7
1.2.4    Métodos de sintonía.....	8
1.3    Fundamentos de la realimentación. ....	8
1.3.1    Relaciones fundamentales en el lazo de control.....	10
1.4    Funciones de sensibilidad en el sistema. ....	10
1.4.1    Robustez ante variaciones del proceso.....	14
1.5    Control PID robusto.....	16
1.5.1    Método de diseño en región de robustez. ....	18
1.5.2    Método SWORD.....	18
1.6    Controlador PID no lineal (NPID).....	19
Conclusiones.....	20
Capítulo 2: Implementación del método NPI-RR y análisis de resultados.....	21
2.1    Introducción.....	21
2.2    Conjunto de ensayo. ....	21
2.3    Método NPI-RR [11].....	24
2.4    Simulación del conjunto de ensayo. ....	29
2.5    Análisis de los resultados.....	35
2.5.1    Análisis de la respuesta de los procesos.....	35
2.5.2    Análisis de los índices de desempeño.....	53
2.5.3    Análisis del rendimiento del sistema. ....	55
2.6    Validación de los resultados. ....	56
Conclusiones.....	57
Conclusiones Generales .....	58
Recomendaciones.....	59
Bibliografía.....	60

## Introducción

Los controladores industriales PID se popularizaron en la década de los cincuenta y desde esa fecha su uso en plantas industriales ha crecido sostenidamente. El trabajo de Minorsky en 1922, sobre conducción de Barcos [1] es quizás la primera aplicación reseñada sobre el tema. Debido a su estructura simple, eficacia y fácil entendimiento, este tipo de control es el más utilizado en la industria de procesos, en la cual más del 95 por ciento de los lazos de control son del tipo PID; siendo la mayoría del tipo PI al no aportar siempre la adición de la acción derivativa utilidad suficiente, o requerir consideraciones de diseño más elaboradas [2] [3] .

Su campo de aplicación y estructura básica apenas han sido modificadas a pesar de haber aparecido nuevas tecnologías y técnicas de control más poderosas y eficaces. La utilidad de los controladores PID, radica en el hecho de poder aplicarlos en la mayoría de los sistemas de control, y lograr sintonizarlos "aceptablemente" aun cuando el modelo matemático de la planta es desconocido o se conoce poco sobre él, casos en los cuales existen dificultades para aplicar métodos de diseño analíticos [4].

En algunos casos es necesario realizar análisis más profundos, así como obtener algoritmos más apropiados para la dinámica del proceso que se pretende controlar, lo que ha conducido al desarrollo de un gran número de métodos de sintonización. Existen, métodos basados en la estabilidad, en el desempeño dinámico y en la respuesta deseada a lazo cerrado. La mayoría de los trabajos que han aparecido a lo largo de los años acerca del tema tienen como base modelos simples a la hora del diseño y, generalmente, plantean reglas de sintonía que relacionan los parámetros del modelo del proceso, con los parámetros del controlador en una forma directa y sencilla [5].

La realidad es que en el control de procesos los sistemas y sus representaciones son innumerables por lo que es necesario que los estudios se basen en modelos generales representativos de la mayor cantidad de procesos industriales posible, donde se incluyan sistemas con retardo dominante, con constante de tiempo dominante y procesos integradores.

Nunca un proceso real suficientemente complejo puede ser descrito de forma absolutamente precisa por un modelo matemático, por tanto durante su análisis

se debe considerar la existencia de errores en el modelado o incertidumbre, siendo este tema una obstáculo a vencer pues muchos de los métodos de diseño de control tienen como premisa el conocimiento de un modelo de la planta con una estructura fija, sin embargo producto al desgaste, el envejecimiento u otras fuentes de variación los parámetros no siempre poseen valores constantes [6].

Como solución a esta dificultad entre las décadas de 1960 y 1970 aparece el concepto de robustez de un sistema de control, según el cual, el sistema de control que cumpla esta condición, no será afectado por la variación de los parámetros del sistema, perturbaciones y ruidos de medida, logrando así continuar controlando adecuadamente el funcionamiento del sistema [7].

También es necesario tener en cuenta que en la mayoría de las aplicaciones de control de procesos a escala industrial, se tiene como objetivo que el valor de la variable controlada permanezca fijo en un punto específico y que cuente con un nivel de rechazo alto a posibles perturbaciones en el entorno [8], conociéndose como control regulatorio; y por otra parte, existe el servo-control, en el cual producto de requerimientos de operación de los procesos, es posible que la referencia de la variable controlada eventualmente deba ser modificada.

Una de las limitaciones del control lineal es no poder mejorar el desempeño en modo servo y en modo regulatorio al mismo tiempo [9]. Si se mejora uno de ellos, empeorará el otro y viceversa.

En los primeros años del siglo XXI el control no lineal PID comienza a tener auge y es visto como una de las formas más sencillas y eficaces de mejorar el desempeño de los PID lineales. El control PID no lineal es aquel donde controladores no lineales son utilizados no solo en el control de sistemas no lineales sino también como una fuerte mejora en sistemas lineales [10].

A pesar de las indudables ventajas que posee este tipo de control con respecto a los lineales en cuanto a la obtención de mejores relaciones de compromiso, los métodos de diseño así como sus posibles aplicaciones aún no han logrado alcanzar un gran desarrollo; y entre las potencialidades no explotadas a plenitud se encuentra la utilización del concepto de robustez a la hora de sintonizar los controladores [8].

En [11] un controlador PI no lineal robusto con dos grados de libertad que logra un buen compromiso entre robustez y rendimiento. En este estudio referente a

un proceso complejo de la industria siderúrgica, específicamente, al sistema de control de nivel en un molde de vaciado continuo de acero de la empresa Acinox Las Tunas [12], se demostraron las mejoras introducidas por el controlador PI no lineal con respecto al PI lineal pero para el proceso mencionado en específico, no para la generalidad de los procesos industriales.

Con respecto al control no lineal se conocen algunos resultados de investigaciones recientes [13] [14] [15] [11] [16], sin embargo en estos, la validación se ha realizado para una representación muy limitada de sistemas, al no tomar en cuenta en el desarrollo de los métodos modelos de procesos que en forma conjunta tengan en cuenta aquellos con retardo y constante de tiempo dominantes, o con integradores. En [17] aunque se realiza un análisis para procesos con retardo y constante de tiempo dominante no se abordan procesos con integradores y no se presenta un método específico de ajuste.

En base a lo dicho anteriormente se plantea como **problema de la investigación** la necesidad de demostrar la generalidad de las mejoras introducidas por los controladores PI no lineales en el logro de una buena relación de compromiso entre robustez y rendimiento en el desempeño de los sistemas de control, y como **objeto de la investigación** el control PI no lineal.

El **objetivo de la investigación** es: demostrar la superioridad del control PI no lineal en el manejo del compromiso entre robustez y rendimiento a través de simulaciones en MatLab®.

Como **campo de acción** se tiene la sintonización de controladores PI no lineales en un conjunto de modelos de ensayo de diferentes procesos industriales.

Por tanto se plantea la **hipótesis** siguiente: si se sintonizan adecuadamente controladores PI no lineales en un conjunto de modelos de ensayo de diferentes procesos industriales, se demostrará su superioridad respecto a los controladores PI lineales para el balance dinámico de la relación de compromiso entre robustez y rendimiento. Para el cumplimiento del objetivo propuesto se han asumido las siguientes **tareas de investigación**:

1. Estudio del control PID avanzado y las relaciones de compromiso en el diseño de controladores.
2. Estudiar el método de control PI no lineal creado en ACINOX Las Tunas para manejar la relación de compromiso entre robustez y rendimiento.

3. Aplicar el método señalado en la tarea anterior en el control PI no lineal a todos los procesos de un conjunto de ensayo considerando un intervalo de robustez para el diseño con  $M_{s-\min} = M_{t-\min} = 1.2$  y  $M_{s-\max} = M_{t-\max} = 2.0$ .
4. Comparar el rendimiento de todos los controladores PI no lineales diseñados respecto a los controladores PI lineales de origen con robustez  $M_{s-\min} = M_{t-\min} = 1.2$  y  $M_{s-\max} = M_{t-\max} = 2.0$ .
5. Arribar a conclusiones sobre la eficiencia y generalidad del método de control PI no lineal investigado.

Dichas tareas han sido desarrolladas utilizando como base las siguientes **Técnicas y métodos:**

1. Análisis de fuentes documentales.
2. Método histórico – lógico.
3. Método de análisis – síntesis.
4. Métodos experimentales: Diseño y Simulación

Como **aporte de la investigación** se tiene la demostración de la eficiencia del control PI no lineal en el diseño del control de procesos industriales.

La introducción, dos capítulos, las conclusiones y las recomendaciones son las partes fundamentales que constituyen esta tesis.

En el primer capítulo, se abordan aspectos generales relacionados con los controladores PID lineales, sus métodos de ajuste y sus posibles representaciones. En él aparecen dos epígrafes dedicados a la realimentación y su influencia, junto a otros factores, como el análisis de sensibilidad de los procesos; además se trata el tema del control PID robusto y de las regiones de robustez, aspectos todos que sientan las bases para introducirse en el mundo de los controladores PID no lineales.

En el segundo capítulo, se realiza un análisis de las características fundamentales del conjunto de ensayo a utilizar en la comprobación de la generalidad del método de diseño de control PI no lineal en región de robustez, descrito e implementado en el propio capítulo; a continuación se muestran los resultados a través de gráficos y de tratamientos estadísticos básicos. Por último se verifica la correcta programación del método comparando los resultados

obtenidos vía simulación en el proceso de control de nivel en molde de vaciado continuo de acero de la empresa Acinox Las Tunas con los presentes en [11].

# Capítulo 1. Aspectos generales de los controladores PID.

## 1.1 Introducción

Los controladores PID son los más utilizados en la industria para el control de procesos por su estructura simple y fácil entendimiento. En el presente capítulo se resumen las características y métodos de sintonía fundamentales de estos controladores y las posibles estructuras que pueden presentar. En un segundo momento se aborda el tema de la realimentación y su influencia, junto a otros elementos, en la sensibilidad de los sistemas. Posteriormente se realiza un análisis del control PID robusto para terminar resumiendo las características fundamentales de los controladores PID no lineales.

## 1.2 Características de los controladores PID lineales.

Hoy en día, luego de transcurridos más de 75 años de su patentado, los controladores PID continúan con plena vigencia en la automatización industrial, a pesar de la abundancia de sofisticadas herramientas y métodos avanzados de control. Su utilización generalizada ha demostrado que estos controladores logran ser robustos y extremadamente beneficiosos en el control de gran parte de las aplicaciones industriales. Este algoritmo puede ser tratado desde muchas direcciones diferentes, como un dispositivo que puede operarse con unas pocas reglas heurísticas, pero que también puede ser estudiado analíticamente [2].

### 1.2.1 Acciones de control en la estructura PID.

La estructura de un controlador PID clásico viene dada por la siguiente ecuación:

$$u(t) = k_p \left( e(t) + k_i \int_0^t e(t) dt + k_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (1.1)$$

Al observar (1.1) se tiene que la salida del controlador,  $u(t)$ , no es más que la suma de la salida de tres términos:  $k_p$  es el parámetro proporcional y se puede interpretar como el valor de la ganancia del controlador,  $k_i$  es el parámetro integral e indica la velocidad con la que se repite la acción proporcional y,  $k_d$  es el parámetro derivativo y se manifiesta cuando hay un cambio en el valor absoluto del error,  $e(t)$ , [18] [19].

### 1.2.2 Elección del controlador (P, PI, PD o PID).

La primera decisión que se debe tomar en el diseño de un sistema de control PID es el tipo de controlador (P, PI, PD o PID) adecuado para el proceso que se

pretende controlar. En un segundo momento se realizará el ajuste de los parámetros del mismo teniendo en cuenta el modelo del proceso en cuestión.

Para una correcta elección de un controlador PI se debe tener en cuenta que la introducción de la acción integral es la forma más simple de eliminar el error en régimen permanente. Es común utilizar esta estructura cuando el desfase que introduce el proceso es moderado siendo la acción derivativa, más que una mejora, un problema pues amplifica el ruido existente. También se recomienda la acción PI cuando hay retardos en el proceso al no resultar apropiada la acción derivativa. Un tercer caso en el que se debería prescindir de la acción derivativa es cuando el proceso está contaminado con niveles de ruido elevados [19].

### 1.2.3 Posibles representaciones del controlador.

En el dominio de Laplace la estructura clásica, no interactuante, del controlador PID antes descrita queda de la forma:

$$C(s) = K\left(1 + \frac{T_i}{s} + T_d s\right) \quad (1.2)$$

Esta no es la única representación posible; en controladores comerciales se utiliza una algo diferente, la interactuante, que se describe por:

$$C'(s) = K' \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) (1 + sT_d') \quad (1.3)$$

Las formas interactuante y no interactuante son diferentes sólo cuando se utilizan los términos integral y derivativo del controlador al mismo tiempo [2] [19].

A la hora de realizar cálculos analíticos resulta más cómodo para el ingeniero que los parámetros del controlador se encuentren en forma dada por la siguiente ecuación:

$$C''(s) = k'' + \frac{k''_i}{s} + k''_d s \quad (1.4)$$

Esta representación tiene como ventaja adicional que es posible obtener acción proporcional, integral, o derivativa pura mediante valores finitos de los parámetros.

En resumen, existen tres formas diferentes de representarla controlador PID: la forma estándar o no interactuante dada por (1.2) y admite ceros complejos, lo cual es útil cuando se controlan sistemas con modos oscilatorios; la forma serie

o interactuante dada por (1.3) y que tiene una interpretación atractiva en el dominio de la frecuencia debido a que los ceros corresponden a los valores inversos de los tiempos derivativo e integral; la forma paralelo dada por (1.4) que aunque es la más flexible de las tres también es aquella donde los parámetros tienen poca interpretación física.

#### 1.2.4 Métodos de sintonía.

Los métodos de diseño generales de controladores dependen de la complejidad del modelo del proceso o del objetivo que se persiga con el control. Dos métodos clásicos para determinar los parámetros de controladores PID fueron presentados por Ziegler y Nichols [18] [19] [20] en 1942; los cuales son todavía ampliamente utilizados en su forma original o en algunas de sus modificaciones [2] [20] [21] [18] [9], entre las que se encuentran las dadas por Chien, Hrones y Reswick [2] [4] [18] o las presentadas por Cohen-Coon [2] [4] [18].

Otro método ampliamente utilizado en la sintonía de controladores es el de asignación de polos, [22], [21], con el cual se pretende diseñar un controlador que da un sistema en lazo cerrado con polos en lazo cerrado deseados. Existen de igual forma varios métodos de ajuste analíticos donde la función de transferencia del controlador se obtiene de las especificaciones por un cálculo directo [18]. Como alternativa a estos últimos aparecen métodos con base en la aplicación de técnicas de optimización. En [23] y en [24] se proporcionan controladores optimizados respecto a los criterios de la integral del error *ISE* (Integral del cuadrado de error), *IAE* (Integral del valor absoluto del error) e *ITAE* (Integral del valor absoluto de error por tiempo).

### 1.3 Fundamentos de la realimentación.

En la industria de procesos existe un amplio rango de problemas de control con objetivos muy diversos. Los temas clave en muchos de los casos son la atenuación de las perturbaciones de carga, la atenuación del ruido de medida, la robustez a las variaciones del proceso, y el seguimiento del punto de consigna. La importancia relativa de estos factores y los requisitos varían según la aplicación, pero en el diseño de los sistemas de control deben considerarse todos ellos [2]

El controlador PID es una implementación simple de la idea de realimentación, la cual puede reducir los efectos de las perturbaciones, puede hacer que un sistema sea insensible a las variaciones del proceso y puede lograr que un sistema siga fielmente a sus señales de entrada.

Sea un sistema de control con una realimentación básica y con un controlador como se muestra en la Fig. 1.1.

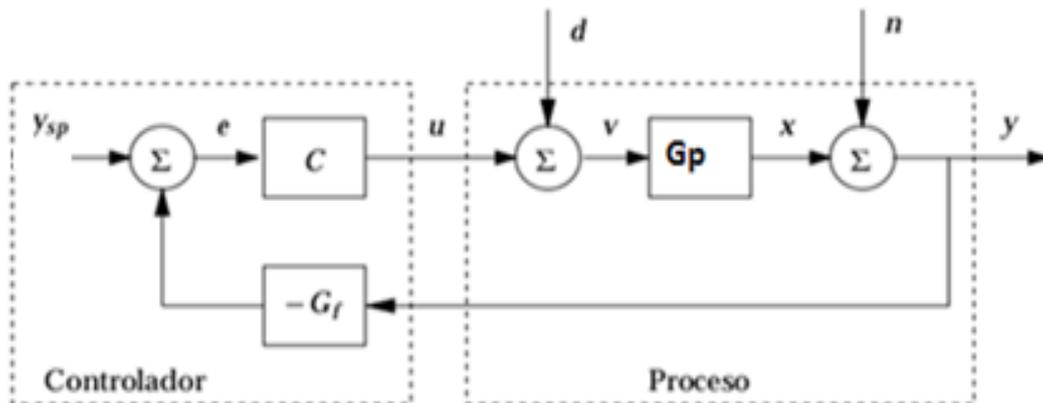


Fig. 1.1 Diagrama de bloques de un lazo de realimentación básico.

En el cual el proceso se representa por el bloque  $G_p$ , el controlador por el bloque de realimentación  $C$  y el filtro de medida por  $G_f$ . La señal  $u$  es la señal de control, y la señal  $x$  es la variable de proceso real la cual se obtiene de la señal del sensor  $y$ , que está contaminada por el ruido de medida  $n$ . La señal  $d$  representa las perturbaciones de carga que mueven al sistema fuera de su estado deseado.

El objetivo del diseño del control es determinar la función de transferencia  $C$  tal que la variable del proceso  $x$  esté próxima al punto de consigna  $y_{sp}$  a pesar de las perturbaciones de carga, el ruido de medida, y las incertidumbres del proceso. Aunque la realimentación puede reducir el efecto de las perturbaciones de carga el ruido de medida se realimenta al sistema debido a esta.

Para un controlador PID ideal tenemos que  $C$  tiene la forma presentada en (1.2) y:

$$G_f = \frac{1}{1 + sT_f + \frac{s^2 T_f^2}{2}} \quad (1.5)$$

Como el modelo nunca es totalmente preciso es esencial que la conducta del sistema en lazo cerrado sea insensible a las variaciones en el proceso.

### 1.3.1 Relaciones fundamentales en el lazo de control.

El lazo de realimentación está influenciado por tres señales externas, el punto de consigna  $y_{sp}$ , la perturbación de carga  $d$ , y el ruido de medida  $n$ . Hay al menos tres señales  $x$ ,  $y$ , y  $u$  que son de gran interés para el control. Esto significa que hay nueve relaciones entre las señales de entrada y de salida; como el sistema se supone lineal estas relaciones se pueden expresar en términos de las funciones de transferencia. Sean  $X$ ,  $Y$ ,  $U$ ,  $D$ ,  $N$  y  $Y_{sp}$  las transformadas de Laplace de  $x$ ,  $y$ ,  $u$ ,  $d$ ,  $n$  y  $y_{sp}$  respectivamente; del diagrama de bloques en la Fig. 1.1 se obtienen las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} X &= \frac{G_p CF}{1+G_p CG_f} Y_{sp} + \frac{G_p}{1+G_p CG_f} D - \frac{G_p CG_f}{1+G_p CG_f} N \\ Y &= \frac{G_p CF}{1+G_p CG_f} Y_{sp} + \frac{G_p}{1+G_p CG_f} D + \frac{1}{1+G_p CG_f} N \\ U &= \frac{CF}{1+G_p CG_f} Y_{sp} - \frac{G_p G_f}{1+G_p CG_f} D - \frac{CG_f}{1+G_p CG_f} N \end{aligned} \quad (1.6)$$

Con el objetivo de simplificar la notación el operador  $s$  de Laplace ha sido omitido. Se puede observar que las relaciones anteriores están determinadas por seis funciones de transferencias (banda de los seis) [2].

### 1.4 Funciones de sensibilidad en el sistema.

En el análisis de la influencia de los elementos del sistema en la sensibilidad del mismo dos de las funciones de transferencia que conforman a (1.6) son de interés particular, la función de sensibilidad  $S$  y la función de sensibilidad complementaria  $T$ .

$$S = \frac{1}{1+G_p CG_f} = \frac{1}{1+G_l} \quad (1.7)$$

$$T = \frac{G_p CG_f}{1+G_p CG_f} = \frac{G_l}{1+G_l} \quad (1.8)$$

Estas tienen la propiedad de que  $S + T = 1$  y reflejan muchas propiedades interesantes del sistema en lazo cerrado, particularmente la robustez frente a las posibles variaciones del proceso.

El lazo de control, por otra parte, responde de manera diferente ante la gran variedad de cambios a los que puede estar sometido.

*Pequeñas variaciones del proceso.*

Sea la función de transferencia desde el punto de consigna a la variable del proceso la siguiente:

$$G_{xy_{sp}} = G_{yy_{sp}} = \frac{G_p C}{1 + G_p C G_f} \quad (1.9)$$

Si se considera  $G_{xy_{sp}}$  como una función de la función de transferencia del proceso  $G_p$  y diferenciamos con respecto a  $G_p$  se deduce que:

$$\frac{dG_{xy_{sp}}}{dG_p} = \frac{C}{1 + G_p C} - \frac{G_p C^2}{(1 + G_p C)^2} = \frac{1}{1 + G_p C} \frac{C}{1 + G_p C} \quad (1.10)$$

de donde

$$\frac{dG_{xy_{sp}}}{G_{xy_{sp}}} = \frac{1}{1 + G_p C} \frac{dG_p}{G_p} = S \frac{dG_p}{G_p} \quad (1.11)$$

En la ecuación (1.11) la cantidad  $\frac{dG_p}{G_p}$  se puede interpretar como la variación relativa del proceso e implica que el error relativo de la función de transferencia en lazo cerrado  $G_{yy_{sp}}$  es igual al producto de la función de sensibilidad por el error relativo en el proceso. Para frecuencias donde la función de sensibilidad es pequeña se tiene que el sistema en lazo cerrado es muy insensible a las variaciones en el proceso.

*Atenuación de las perturbaciones del proceso.*

Si se considera la situación donde la misma perturbación de carga actúa sobre un proceso  $G_p$  en lazo abierto y en lazo cerrado con el controlador  $C$ , y considerando  $y_{ol}$  como la salida del sistema en lazo abierto e  $y_{cl}$  como la salida del sistema en lazo cerrado, se tiene entonces la siguiente relación entre las transformadas de Laplace de las señales,

$$\frac{Y_{cl}(s)}{Y_{ol}(s)} = \frac{1}{1 + G_p(s)C(s)G_f(s)} = S(s) \quad (1.12)$$

Al analizar (1.12) se observa que las perturbaciones con frecuencias  $\omega$  tal que  $|S(i\omega)| < 1$  se atenúan por realimentación, pero perturbaciones tales que  $|S(i\omega)| > 1$  se amplifican por la realimentación.

La frecuencia más baja donde  $S = 1$  se llama frecuencia de cruce de sensibilidad  $\omega_{sc}$  y el valor

$$M_s = \max_{\omega} |S(i\omega)| = \max_{\omega} |G_l(i\omega)| \quad (1.13)$$

se llama sensibilidad máxima, y da el peor caso de amplificación de las perturbaciones.

Se debe tener en cuenta que la sensibilidad no se puede hacer arbitrariamente pequeña y que si se reduce para una frecuencia, aumenta para otra. La realimentación puede así redistribuir la atenuación de las perturbaciones para diferentes frecuencias, pero no puede reducir el efecto de las perturbaciones para todas las frecuencias.

Queda entonces que  $M_s$  puede servir como un margen de estabilidad empleando las siguientes acotaciones para los márgenes de ganancia y de fase:  $g_m \geq M_s/(M_s - 1)$  y  $\phi_m \geq 2 \arcsen(1/2M_s)$  [2].

Se deduce entonces del criterio de estabilidad de Nyquist que el sistema permanece estable incluso si la ganancia se aumenta por el factor  $M_s/(M_s - 1)$  o si se disminuye por el factor  $M_s/(M_s + 1)$ . Más sorprendente es que el lazo cerrado es estable incluso si se inserta una no linealidad estática  $f$  en el lazo, bajo la condición de que  $M_s/(M_s + 1) < f(x)/x < M_s/(M_s - 1)$ .

#### *Grandes variaciones del proceso.*

Si la función de transferencia del proceso cambia de  $G_p$  a  $G_p + \Delta G_p$ , donde  $\Delta G_p$  es una función de transferencia estable, y se tiene un punto A sobre el diagrama de Nyquist de la función de transferencia del lazo, la distancia desde el punto crítico  $-1$  al punto A es  $|1 + G_l|$  como se muestra en la Fig. 1.2.

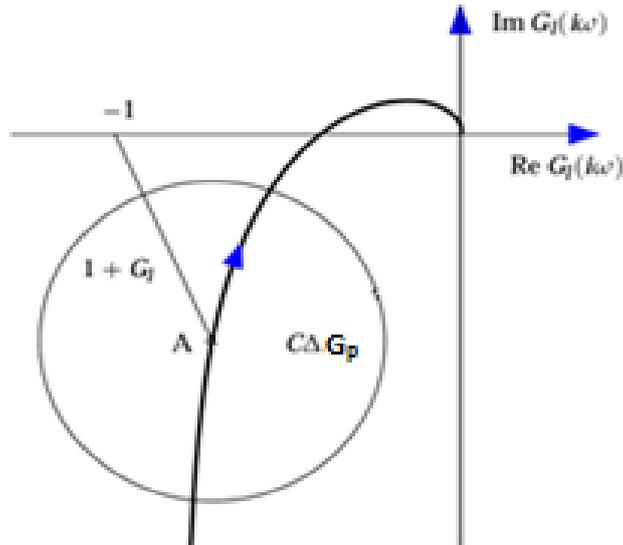


Fig. 1.2 Diagrama de Nyquist de una función de transferencia del lazo nominal y su incertidumbre originada por variaciones del proceso  $\Delta G_p$ .

Esto significa que el diagrama de Nyquist perturbado no alcanzará el punto crítico  $-1$  a condición de que

$$|C\Delta G_p| = |1 + G_l|$$

que implica que

$$|\Delta G_p| = \left| \frac{1+G_l}{c} \right| \quad (1.14)$$

La condición (1.16) para estabilidad se puede entonces describir como

$$\left| \frac{\Delta G_p(i\omega)}{G_p(i\omega)} \right| < \frac{1}{|T(i\omega)|} \quad (1.15)$$

Esta desigualdad indica que se permiten grandes perturbaciones relativas mientras  $T$  sea pequeño. Una estimación conservadora sencilla del error relativo permisible en la función de transferencia del proceso es  $1/M_t$  donde

$$M_t = \max_{\omega} |T(i\omega)| = \max_{\omega} \left| \frac{G_l(i\omega)}{1+G_l(i\omega)} \right| \quad (1.16)$$

es la magnitud más grande de  $|T|$ .  $M_t$  es también la ganancia más grande de la función de transferencia desde el punto de consigna a la salida para un sistema con realimentación del error.

La ecuación (1.15) puede también escribirse como

$$|\Delta G_p(i\omega)| < \left| \frac{G_p(i\omega)}{T(i\omega)} \right| \quad (1.17)$$

De aquí se tiene que la magnitud del error permisible  $|\Delta G_p(i\omega)|$  es pequeña cuando  $|G_p(i\omega)|$  es menor que  $|T(i\omega)|$ . Se requiere así un modelo de alta precisión para frecuencias donde la ganancia del sistema en lazo cerrado es mayor que la ganancia del sistema en lazo abierto.

Los requisitos de que la sensibilidad máxima sea menor que  $M_s$  y que la sensibilidad complementaria sea menor que  $M_t$  implican que el diagrama de Nyquist debería estar fuera de los círculos correspondientes a  $M_s$  y  $M_t$ . Es posible encontrar una condición ligeramente más conservadora determinando un círculo que encierre ambos círculos. En este trabajo para la implementación del controlador se trabajará con el criterio ampliamente utilizado  $M_s = M_t = M$  [2].

#### 1.4.1 Robustez ante variaciones del proceso.

La robustez frente a variaciones del proceso es un tema clave en el diseño de un sistema de control. Los parámetros del proceso pueden cambiar por diversas razones; típicamente dependen de las condiciones de operación pues los retardos y constantes de tiempo a menudo cambian con los niveles de producción. Una de las razones claves para utilizar realimentación es la posibilidad de obtener sistemas a lazo cerrado que sean insensibles a estas variaciones del proceso.

En la ecuación (1.11) se muestra el efecto de pequeñas variaciones en el proceso sobre el sistema en lazo cerrado. En particular indica que un sistema en lazo cerrado es insensible a pequeñas variaciones del proceso para frecuencias donde la función de sensibilidad es pequeña.

Por otra parte la desigualdad de robustez dada por la ecuación (1.15) muestra que un sistema en lazo cerrado es estable cuando se perturba el proceso de  $G_p(s)$  a  $G_p(s) + \Delta G_p(s)$ , donde  $\Delta G_p(i\omega)$  es una función de transferencia estable, si las perturbaciones están acotadas por la ecuación (1.15).

La ecuación antes mencionada implica que el sistema a lazo cerrado continuará siendo estable para variaciones sustanciales en la dinámica del proceso, si para

todo  $\omega$ , la función de transferencia del proceso perturbado  $G_p(i\omega) + \Delta G_p(i\omega)$  está en un círculo con centro en  $G_p(i\omega)$  y radio  $1/|T(i\omega)|$ .

La ecuación (1.15) es una de las razones por la cual los sistemas realimentados funcionan tan bien en la práctica a pesar de que los modelos matemáticos usados para diseñar los sistemas de control están con frecuencia fuertemente simplificados y que las propiedades de un proceso pueden cambiar durante la operación.

#### *Respuesta ante el ruido de medida.*

Una consecuencia inevitable de usar realimentación es que el ruido de medida se realimenta en el sistema. El ruido de medida, que típicamente tiene altas frecuencias, genera acciones de control no deseables y variaciones en la variable del proceso. Un requisito típico es que las variaciones sólo sean una fracción del rango de la señal de control. Las variaciones deberán estar influidas por el filtraje  $G_f$  y por un diseño adecuado de las propiedades de alta frecuencia del controlador.

Los efectos del ruido de medida son así captados por la función de transferencia del ruido de medida a la señal de control

$$G_{un} = \frac{CG_f}{1+G_pCG_f} = -CG_fS = -\frac{T}{G_p} \quad (1.18)$$

El añadir  $G_f$  mejora la atenuación del ruido de medida, pero puede empeorar la atenuación de perturbaciones de carga, siendo el diseño final un compromiso entre los factores atenuación a ruido y atenuación a las perturbaciones. Por tal motivo las variaciones deberán estar influidas por el filtraje  $G_f$  y por un diseño adecuado de las propiedades de alta frecuencia del controlador.

Para bajas frecuencias (pequeños  $s$ ) la función de transferencia se aproxima a  $1/G_p(0)$  y para altas frecuencias (grandes  $s$ ) tenemos aproximadamente  $G_{un} \approx C$ . Para un controlador PID ideal la función de transferencia  $G_{un}$  se hace infinita para grandes  $s$  lo que claramente indica la necesidad de filtrar la acción derivativa.

A partir del análisis anterior, se llega a las conclusiones siguientes [18]:

1. Para mejorar el rechazo a perturbaciones, se debe reducir  $S(i\omega)$ .
2. Para disminuir la sensibilidad a los errores en el modelado, se debe reducir  $S(i\omega)$ .
3. Para mejorar el margen de estabilidad, se debe reducir  $T(i\omega)$ .
4. Para disminuir la sensibilidad al ruido en el sensor, se debe reducir  $T(i\omega)$ .

Respuesta ante perturbaciones de carga.

Una estimación de la efectividad de un sistema de control para rechazar perturbaciones está dada por la ecuación (1.12), que compara las salidas de un sistema en lazo abierto y en lazo cerrado cuando las perturbaciones son las mismas. Las perturbaciones con frecuencias menores que  $\omega_{sc}$  se atenúan por la realimentación y la amplificación más grande de las perturbaciones es la sensibilidad máxima.

La respuesta de la variable de proceso ante perturbaciones viene entonces dada por la función de transferencia

$$G_{xd} = \frac{G_p}{1+G_pCG_f} = G_pS = \frac{T}{CG_f} \quad (1.19)$$

Un punto a destacar es que el filtrado de la señal de medida tiene sólo un efecto marginal sobre la atenuación de las perturbaciones de carga porque el filtro sólo atenúa las altas frecuencias y las perturbaciones por lo general están en el orden de las bajas frecuencias.

### 1.5Control PID robusto.

El diseño de sistemas de control de lazo cerrado con controladores PID debe considerar tanto el desempeño ante los cambios en la referencia y las perturbaciones como la robustez ante cambios en las características del proceso controlado pues la mayoría de los procesos industriales no son lineales.

La mayoría de los métodos de diseño tradicionales tienen la desventaja de que la robustez a variaciones del proceso es comprobada después del diseño. Uno de los grandes avances en la teoría de control al final del último siglo fue la aparición de métodos de diseño con robustez garantizada.

Como se trató con anterioridad la robustez a variaciones del proceso se puede expresar por la sensibilidad máxima  $M_s$ , la sensibilidad máxima complementaria

$M_t$ , o por la sensibilidad conjunta  $M$ . Todas estas condiciones nos plantean que el diagrama de Nyquist de la función de transferencia del lazo debe evitar círculos que encierren al punto crítico. Para el control PID de un proceso con función de transferencia dada la restricción de robustez se traduce en restricciones sobre los parámetros del controlador, y es llamada región de robustez. Para determinar la región de robustez se considera un proceso con la función de transferencia  $G_p(s)$  y un controlador PID ideal con la función de transferencia  $C(s)$ . La función de transferencia del lazo es  $G_l(s)$ , y el cuadrado de la distancia desde un punto del diagrama de Nyquist de la función de transferencia del lazo al punto  $-c$  es

$$f(k, k_i, k_d, \omega) = |c + G_l(i\omega)|^2 \quad (1.20)$$

Y la restricción de robustez se hace

$$f(k, k_i, k_d, \omega) \geq r^2 \quad (1.21)$$

donde  $r$  es la restricción de sensibilidad.

La restricción de robustez implica así que los parámetros del controlador deben pertenecer a una región llamada la región de robustez, como muestra la Fig. 1.3.

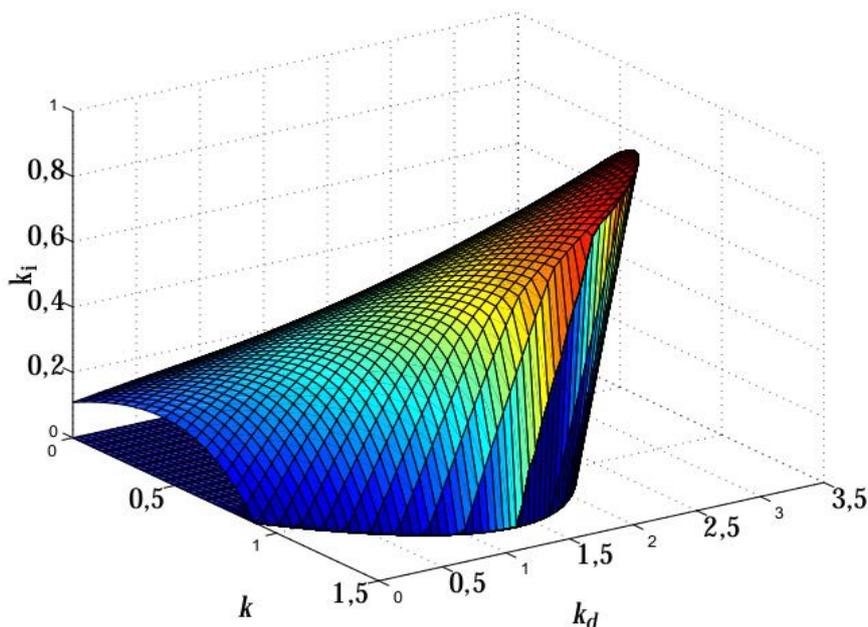


Fig. 1.3 Región de robustez para un proceso con la función de transferencia  $G_p(s) = 1/(s + 1)^4$  y el criterio de robustez  $M_s \leq 1,4$  [2].

### 1.5.1 Método de diseño en región de robustez.

Los métodos de diseño de controladores tradicionales no poseen una buena robustez ante variaciones del proceso, pero como se ha demostrado la robustez es un aspecto fundamental a tener en cuenta. En los primeros años del siglo XXI los investigadores comienzan a desarrollar métodos de sintonía que tienen entre los aspectos a considerar en su diseño la robustez del proceso.

El método MIGO (Mconstrained Integral Gain Optimization) [2] brinda una solución simple y robusta en el diseño de controladores al restringir la ganancia derivativa de forma que el máximo ocurre en un punto donde  $\partial k_i / \partial k = 0$ , evitándose así tener un máximo en una arista.

Del método mencionado se deriva uno nuevo, conocido como AMIGO (Approximate MIGO) [2], en el cual una vez obtenidos los parámetros del controlador se encuentran las correlaciones de estos con los parámetros de los procesos normalizados. Este procedimiento muestra que es posible obtener fórmulas simples de sintonía garantizando robustez, aunque en su desarrollo se necesita más información que en métodos de sintonía más sencillos como es el de Ziegler y Nichols.

### 1.5.2 Método SWORD.

La herramienta de software MatLab® llamada SWORD (Software-based Optimal Robust Design) es presentado por primera vez en [25]. Esta herramienta es usada para derivar los controladores PI o PID óptimos con respecto al problema de optimización IAE y que minimizan los valores de los parámetros del controlador cuando están sujetos a la restricción de que el modulo de la sensibilidad y la sensibilidad complementaria deben ser menores o iguales que la máxima sensibilidad y la máxima sensibilidad complementaria respectivamente.

$$\underset{K, T_i, T_d}{\text{minimizar}} \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad \text{sujeto a} \quad \begin{cases} |S(i\omega)| \leq M_s \\ |T(i\omega)| \leq M_t \end{cases} \forall \omega \in R^2 \quad (1.22)$$

El programa posee un filtro pasa-bajo cuya constante de tiempo,  $T_f$ , es fijada en cada optimización. Para simplificar la resolución del problema, el software encuentra el controlador perteneciente a la menor restricción de robustez. Esto dará la solución óptima de (1.22) a menos que  $M_s$  y  $M_t$  sean muy grandes (es

decir, cuando las salidas del SWORD dan respuestas oscilatorias favorables). Esto ocurre típicamente para  $M_s$  y  $M_t$  mayores que 2.0.

### 1.6 Controlador PID no lineal (NPID).

La mayoría de los métodos de diseño de sistemas de control convencionales se basan en el diseño de una configuración fija, en el que en un principio el diseñador decide la configuración básica del sistema completo y el lugar donde el controlador estará colocado en relación con el proceso controlado [26]. Los requisitos para un control de alto rendimiento, que no es más que la respuesta a las perturbaciones, con cambios en las condiciones de funcionamiento están a menudo más allá de las capacidades de los controladores PID simples pues son conocidas las limitaciones de estos en el compromiso entre el rechazo a las perturbaciones y la atenuación del ruido, y ante los cambios en el proceso.

En general, puede especificarse que un controlador de proceso tiene que actuar energícamente –alta ganancia– cuando se producen grandes desviaciones del punto de consigna, y en cambio, ha de ser poco sensible –poca ganancia– para pequeñas desviaciones del punto de consigna, producidas generalmente por ruidos inherentes al proceso y/o a la medición de la variable de control.

Como solución a esta problemática aparece el control PID no lineal (NPID) que ha sido utilizado no solo para acomodar no linealidades o lograr una buena respuesta a través de un rango de condiciones sino también para lograr un comportamiento superior en sistemas lineales con respecto a la compensación lineal.

Estudios recientes han demostrado que para sistemas lineales el control NPID puede proporcionar [13]: Aumento del amortiguamiento, tiempos de subida reducidos para entradas rápidas o en forma de escalón, mejora de la precisión en el seguimiento, y compensación.

El control NPID hasta ahora mencionado puede ser cualquier estructura de control con la forma:

$$u(t) = k_p(.)e(t) + k_d(.)\frac{e(t)}{dt} + k_i(.)\int e(t)dt \quad (1.23)$$

Donde  $k_p(\cdot)$ ,  $k_d(\cdot)$ ,  $k_i(\cdot)$  son las ganancias del controlador variantes en el tiempo,  $u(t)$  es la entrada del sistema, y  $e(t)$  el error del mismo.

Si el controlador no lineal que se pretende utilizar es de tipo PI la estructura de control queda de la forma

$$u(t) = k_p(\cdot)e(t) + k_i(\cdot) \int e(t)dt \quad (1.24)$$

Para el control NPID existen dos grandes categorías, aquellas donde la ganancia se regula de acuerdo al estado de la magnitud, y aquella donde la ganancia se regula según la fase.

En la literatura se puede acceder a ejemplos concretos de controladores NPID entre los que se encuentran: el desarrollado por Shahruz y Schwartz [14] [15] que proponen un controlador cuya ganancia se regula de acuerdo al estado de la magnitud; un controlador de ganancia integral variable [27]; el método KLK150 [28]; el método PI<sub>2Ms</sub> [29]; la optimización multiobjetivo la cual forma parte del contenido de este trabajo [30]; un controlador PI convencional al cual se le incorpora una ganancia variable que depende del error [31] y; un PI no lineal en región de robustez (NPI-RR) propuesto para el control de nivel en el molde de vaciado continuo de acero de la empresa Acinox Las Tunas [11], siendo la demostración de la generalidad de este último el eje central de este trabajo.

## Conclusiones

En este capítulo se realizó una reseña de los principales contenidos teóricos que son necesarios tener en cuenta para el diseño de un controlador PID no lineal que tenga un buen compromiso entre el rendimiento, y la robustez del proceso. Para el cumplimiento de tal objetivo se realizó en un primer momento una descripción de las principales características de los controladores PID lineales así como de los fundamentos de la realimentación, ambos contenidos básicos para la comprensión de los temas abordados con posterioridad. En un segundo momento se realizó un resumen de aspectos fundamentales de las funciones de sensibilidad, tema clave para la comprensión del criterio de estabilidad para caer luego en el tratamiento de diferentes métodos de diseño, unos más avanzados que otros, hasta terminar en el análisis de métodos recientes más robustos. Como complemento de estos temas se realiza un pequeño análisis de los

controladores NPID, último aspecto teórico tratado en este capítulo que sirve de base para el diseño de la estrategia de control que se propone en los siguientes capítulos.

## Capítulo 2: Implementación del método NPI-RR y análisis de resultados.

### 2.1 Introducción.

Este capítulo comienza con la introducción de las principales características y particularidades de los modelos de procesos utilizados como conjunto de ensayo en la demostración de la generalidad del método de control NPI-RR [11]. Después de explicado el método se procede a la implementación de este en MatLab® y al análisis de los resultados obtenidos para cada uno de los modelos con el apoyo visual de gráficos, tablas y el resumen de datos estadísticos básicos en forma de gráfico de barras. Al finalizar el capítulo se demuestra la generalidad del método propuesto y las mejoras introducidas por este en la obtención de un buen compromiso entre rendimiento y robustez.

### 2.2 Conjunto de ensayo.

Los modelos de procesos presentes en la industria son diversos y con grado de complejidad variable respecto a su control. Es común encontrar procesos con constante de tiempo o retardo dominantes o; con presencia en su estructura de un integrador. Por tal motivo en el presente trabajo se utilizará un conjunto de 134 modelos de procesos representativos de la mayoría de los procesos que son empleados en [2] y [32] para derivar nuevas reglas de sintonía de controladores PID lineales robustos.

El conjunto de ensayo en cuestión está formado por los siguientes modelos:

$$P_1(s) = \frac{e^{-s}}{1+sT};$$

$T = 0.02; 0.05; 0.1; 0.2; 0.3; 0.5; 0.7; 1; 1.3; 1.5; 2; 4; 6; 8; 10; 20; 50; 100; 200; 500; 1000.$

$$P_2(s) = \frac{e^{-s}}{(1+sT)^2};$$

$T = 0.01; 0.02; 0.05; 0.1; 0.2; 0.3; 0.5; 0.7; 1; 1.3; 1.5; 2; 4; 6; 8; 10; 20; 50; 100; 200; 500.$

$$P_3(s) = \frac{1}{(s+1)(1+sT)^2};$$

$T = 0.005; 0.01; 0.02; 0.05; 0.1; 0.2; 0.5; 2; 5; 10.$

$$P_4(s) = \frac{1}{(s+1)^n};$$

$n = 3; 4; 5; 6; 7; 8.$

$$P_5(s) = \frac{1}{(1+s)(1+\alpha s)(1+\alpha^2 s)(1+\alpha^3 s)}; \quad (2.1)$$

$\alpha = 0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.7; 0.8; 0.9.$

$$P_6(s) = \frac{e^{-sL_1}}{s(1+sT_1)}; T_1 + L_1 = 1;$$

$L_1 = 0.01; 0.02; 0.05; 0.1; 0.2; 0.3; 0.5; 0.7; 0.9; 1.$

$$P_7(s) = \frac{e^{-sL_1}}{(1+sT)(1+sT_1)}; T_1 + L_1 = 1;$$

$T = 1; 2; 5; 10.$

$L_1 = 0.1; 0.02; 0.05; 0.1; 0.3; 0.5; 0.7; 0.9; 1.$

$$P_8(s) = \frac{(1-\alpha s)}{(s+1)^3};$$

$\alpha = 0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.7; 0.8; 0.9; 1; 1.1.$

$$P_9(s) = \frac{1}{(s+1)((sT)^2 + 1.4sT + 1)};$$

$T = 0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.7; 0.8; 0.9; 1.$

En el conjunto de ensayo (2.1) se tienen cuatro modelos que presentan constantes de tiempo ( $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_6$  y  $P_7$ ) de los cuales dos tienen retardos fijos ( $P_1$  y  $P_2$ ) y dos poseen valores variables en el retardo ( $P_6$  y  $P_7$ ). Los procesos  $P_2$  y  $P_3$  tienen presencia de polos dobles mientras que  $P_8$  está conformado por un polo de multiplicidad tres.

Todos los procesos tienen respuesta a escalón monótona excepto P8 y P9, donde el rango de parámetro para estos procesos se escogen de tal forma que los sistemas son esencialmente monótonos con  $\alpha \geq 0,8$ .

El retardo de tiempo normalizado,  $\tau$ , varía entre 0 y 1 para P1 y solo de 0.14 a 1 para P2. El proceso P6, por ser un proceso integrador tiene a  $\tau = 0$  en todas sus variantes. El resto de los procesos tiene valores de  $\tau$  en el rango de  $0 < \tau < 0.5$ . Los procesos con  $\tau < 0.5$  representan a procesos con constantes de tiempo dominante y los que tienen  $\tau > 0.5$  son procesos con retardos de tiempo dominante.

En la industria es posible encontrar una gran variedad de ejemplos que validan el anterior conjunto de ensayo. En un tanque con agitación continua los cambios en la temperatura de salida ( $T(s)$ ) con respecto a los cambios en la temperatura de entrada ( $T_i(s)$ ) pueden ser representados por la función de transferencia  $\frac{T(s)}{T_i(s)} = \frac{K}{Ts+1} e^{t_0s}$  [33] cuya forma es similar a la del modelo P1 del conjunto de ensayo.

El sistema de control de nivel en el molde de vaciado continuo de acero de la empresa Acinox Las Tunas que sirve de base para el desarrollo del método de diseño NPI-RR [11] de este trabajo responde a la función de transferencia  $P(s) = \frac{13.056}{s(0.26583s+1)} e^{-0.94s}$  cuya forma es similar a P6.

Un proceso que se puede encontrar comúnmente es el de tanques no interactuantes en serie en el cual la función de transferencia de dos tanques que relaciona el nivel de líquido ( $H_2(s)$ ) en el segundo tanque con el flujo de entrada ( $Q_1(s)$ ) en el primer tanque es  $\frac{H_2(s)}{Q_1(s)} = \frac{K_1K_2}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$  [33]. En este tipo de procesos es posible encontrar más de dos tanques en serie siendo siempre el orden de la función de transferencia igual al número de tanques no interactuantes en serie, así si existen 5 tanques en serie se obtendrá una función de transferencia de quinto orden. El proceso descrito en este párrafo pertenece, en el caso de dos tanques en serie, a P7 si se tiene en cuenta el retraso de transporte.

### 2.3 Método NPI-RR [11].

En este epígrafe se describe el nuevo método para diseñar un NPI-RR que logra una buena relación de compromiso entre robustez y rendimiento. En un primer momento se presenta un procedimiento que resuelve la ley de control asociada mediante el diseño de controladores PI robustos para concluir respondiendo a las necesidades de las condiciones límite dadas por el rendimiento más bajo permisible y por la robustez mínima. A continuación se describe el segundo procedimiento para optimizar la sintonía de la función no lineal correspondiente al NPI-RR a través de la técnica multiobjetivo de sumas pesadas que toma en cuenta los criterios de desempeños globales IAE, ISE y TV( Variación Total).

En el primer procedimiento partiendo de un control PI lineal se establece el procedimiento con el cual se obtiene la nueva ley de control y su respectivo espacio de decisión, lo que conduce a una ley como (1.25) bajo los requerimientos de rendimiento y robustez deseados y que nacen del controlador PI con la forma:

$$C(s) = K + \frac{k_i}{s} \quad (2.2)$$

*Paso 1:* Obtener las ganancias proporcional e integral mínimas  $K_{min}^{\circ}$ ,  $k_{i-min}^{\circ}$  del controlador que aporte el rendimiento más bajo permisible garantizando al mismo tiempo la mayor robustez posible dada por  $M_{s-min}$  y  $M_{t-min} \forall M_{s-min} = M_{t-min}$  y, el cumplimiento de los requerimientos de respuesta temporal.

*Paso 2:* Obtener las ganancias proporcional e integral máxima  $K_{max}^{\circ}$ ,  $k_{i-max}^{\circ}$  del controlador que aporte el mayor rendimiento posible cuando el sistema está sometido a la perturbación más crítica y que permita satisfacer la mínima robustez requerida dada por  $M_{s-max}$  y  $M_{t-max} \forall M_{s-max} = M_{t-max}$ .

Nota: Los controladores PI robustos pueden ser sintonizados utilizando los métodos propuestos en [34] [35]. Un intervalo de robustez responsable y ampliamente utilizado por los investigadores es el de  $1,2 \leq M_s \leq 2,0$  y  $1,2 \leq M_t \leq 2,0$ .

*Paso 3:* Obtener la función  $\phi$  que relaciona la ganancia integral y la ganancia proporcional para los controladores PI robustos en el intervalo obtenido en los pasos 1 y 2 que minimizan IAE bajo las condiciones  $M_s=M_t \forall M_{s-min} \leq M_s \leq M_{s-max}$

y  $M_{t-min} \leq M_s \leq M_{t-max}$  utilizando un modelo de regresión [36]  $\Delta k_i = \phi(\Delta K) \forall K_{min}^{\circ} \leq K \leq K_{max}^{\circ}$  y  $\forall k_{i-min}^{\circ} \leq K \leq k_{i-max}^{\circ}$ .

**Paso 4:** Formular la nueva ley de control NPI-RR y el respectivo espacio de decisión para su sintonía.

En el método se considera que los parámetros del nuevo controlador deben estar dentro de una región de robustez  $M_{s-min} \leq M_s \leq M_{s-max}$  y  $M_{t-min} \leq M_s \leq M_{t-max}$  para cumplir los requerimientos de robustez y rendimiento de los pasos 1 y 2. En la región mencionada los controladores PI que minimizan IAE describirán la trayectoria dada por  $\phi$  obtenida en el paso 3 y que corresponden al intervalo:

$$K_{min}^{\circ} \leq K \leq K_{max}^{\circ} \quad (2.3)$$

Si se definen  $K = K_{min}^{\circ} + \Delta K$  y  $k_i = k_{i-min}^{\circ} + \Delta k_i \forall \Delta k_i = \phi(\Delta K)$  para los controladores que minimizan IAE en el intervalo (2.3) la ley de control (2.2) puede plantearse como:

$$C(s) = K_{min}^{\circ} + \Delta K + \frac{k_{i-min}^{\circ} + \phi(\Delta K)}{s} \quad (2.4)$$

La expresión (2.4) permite considerar varios controladores PI en el intervalo (2.3) por lo que (2.4) puede transformarse en (1.24) si se considera que  $K(.)$  es una función no lineal dependiente del error ( $K(e)$ ) y que existe una relación funcional entre la ganancia integral y proporcional para los controladores del intervalo (2.3) que minimizan IAE. Después de realizadas estas consideraciones (2.4) adopta la forma (2.5) que constituye la ley de control general NPI-RR:

$$C(s) = K_{min}^{\circ} + \Delta K(e) + \frac{k_{i-min}^{\circ} + \phi(\Delta K(e))}{s} \quad (2.5)$$

La expresión general (2.5) tiene una equivalente cuando en el paso tres se demuestra que  $\phi$  es aproximadamente lineal. En tal caso  $\Delta k_i(e) = k_{i-rate} * \Delta K(e) + \Delta k_{i-min}$  siendo  $k_{i-rate}$  la razón de cambio lineal de la ganancia integral respecto a la ganancia proporcional y  $\Delta k_{i-min}$  el residuo de la función  $\phi$  calculada para el diseño nominal correspondiente a  $K_{min}^{\circ}$ ,  $k_{i-min}^{\circ}$ . Con todo lo anterior se tiene que  $k_{i-min} = k_{i-min}^{\circ} + \Delta k_{i-min}$  y se puede utilizar la siguiente expresión como ley de control NPI-RR:

$$C(s) = \left(1 + \frac{k_{i-rate}}{s}\right) * \Delta K(e) + K_{min}^o + \frac{k_{i-min}}{s} \quad (2.6)$$

El intervalo (2.3) nos da el espacio de decisión a utilizar para sintonizar (2.6). Esta nueva ley de control PI no lineal en región de robustez garantiza la estabilidad del sistema. La trayectoria dada por  $\phi(K(e))$  o  $k_{i-rate}$  que caracteriza los diseños que minimizan IAE dentro del espacio de decisión logra cumplir el objetivo principal de este método de lograr el balance en el compromiso entre robustez y rendimiento.

El proceso de sintonía de un NPI se basa en una función no lineal del error. En [11] se consideran diferentes opciones de funciones no lineales de entre las que se seleccionó la función parabólica por su simplicidad pues requiere el ajuste de pocos parámetros.

El espacio de decisión al que está restringido la función no lineal  $\Delta K(e)$  para cumplir los requerimientos planteados ofrece condiciones iniciales favorables para presentar un procedimiento que emplea la optimización multiobjetivo con índices de desempeños globales para sintonizar  $\Delta K(e)$ , con el objetivo de mejorar la capacidad del NPI de ser aplicado en la práctica y de garantizar buenas condiciones iniciales.

La función multiobjetivo que se utiliza en este trabajo es la parábola con zona muerta y saturación. En la región de pequeños errores se añade una no linealidad estática que permite mantener un diseño lineal en el entorno del estado estacionario satisfaciendo así los objetivos de diseño planteados, al mismo tiempo que se reduce el esfuerzo de control sobre el actuador.

La ganancia no lineal que se propone para  $K(e)$  tiene la siguiente expresión:

$$K(e) = \begin{cases} K_{min}^o ; & si |e| \leq e_l \\ K_{min}^o + (K_{rate} * (e + e_l))^2 ; & si -e_l > e > -e_h \\ K_{min}^o + (K_{rate} * (e - e_l))^2 ; & si +e_l < e < +e_h \\ K_{min}^o + (K_{rate} * (e_h - e_l))^2 ; & si |e| \geq e_h \end{cases} \quad (2.7)$$

Donde  $K_{rate}$  es la razón de cambio de la ganancia proporcional,  $|e_l|$  determina los valores límites de la zona muerta y vértices inferiores de la función y  $|e_h|$  los puntos donde se alcanza el valor máximo de la ordenada.

En este método todas las funciones son simétricas respecto al eje de las ordenadas. El valor mínimo de la ordenada ( $K_l = K_{min}^o \in (K_{min}^o, \dots, K_{max}^o)$ ) es constante  $\forall -e_l \leq e \leq e_l$  y representa el controlador con mayor robustez y menor rendimiento que aporta un comportamiento adecuado del sistema ha estado estacionario y que está delimitado por una variación de la variable controlada  $\Delta y(t)$  la cual debe cumplir que  $\Delta y(t) \leq \pm e_l$ ; por tanto  $e_l = \max |\Delta y(t)|$ .

También es necesaria la obtención del módulo del error máximo  $|e_{max}|$  cuando el sistema está controlado por el controlador de mayor rendimiento ( $K_{min}^o, K_{i-min}^o$ ) y está sometido a la perturbación más crítica  $d_c(t)$ .

A partir de lo anterior queda delimitado el intervalo de búsqueda del mejor valor de  $e_h$ , conociendo que  $e_h \in (e_b, \dots, e_{max})$ . Junto a  $e_h$  se buscará el mejor valor de la ordenada correspondiente al vértice superior o valor de saturación de la función no lineal  $K_h \in (K_{min}^o, \dots, K_{max}^o)$ . La obtención de los valores óptimos  $e_h$  y  $K_h$  definirá la variación óptima de la ganancia  $K_{var} = K_{max}^o - K_{min}^o$ , así como la mejor razón de cambio  $K_{rate}$  para obtener el controlador óptimo (2.6).

El método de optimización multiobjetivo utilizado para la búsqueda de los valores óptimos  $(e_h, K_h)$  es una combinación de tres funciones convexas: la IAE, la ISE y la variación total (TV) para evaluar los cambios de la señal de control  $u$ . Este método de optimización satisface el espacio de decisión con una interpretación gráfica atractiva al obtener la solución óptima explorando todas las funciones no lineales dadas por (2.7).

El siguiente procedimiento permite obtener los parámetros de la función no lineal  $K(e)$  realizando el diseño de controladores por simulación a través de los siguientes pasos:

*Paso 1:* Delimitar los puntos  $(e_l, K_l)$  conociendo los valores de  $K_{min}^o$  y  $\Delta y(t)$ .

$$e_l = \max |\Delta y(t)|, K_l = K_{min}^o \quad (2.8)$$

*Paso 2:* Obtener  $|e_{max}|$  por la vía explicada anteriormente.

*Paso 3:* Obtener los valores óptimos  $K_h$  y  $e_h$  que determinan  $(e_h, K_h)$  y que definirán  $K_{var}$  y  $K_{rate}$ .

- a) Calcular los índices de funcionamiento (2.9), (2.10) y (2.11) para el sistema controlado por el controlador de menor rendimiento en presencia de la perturbación a escalón más crítica en  $t_1$ , esperando un tiempo equivalente a dos veces el tiempo de establecimiento  $t_{est}$  para un tiempo total de simulación  $t_{sim} = t_1 + 2 * t_{est}$ , y con un período de muestreo  $t_{mues}$ , de lo que se obtiene un conjunto de valores  $m = \frac{t_{sim}}{t_{mues}}$ :

$$ISE = \int_0^{t_{sim}} e^2(t) dt \quad (2.9)$$

$$ISE = \int_0^{t_{sim}} |e(t)| dt \quad (2.10)$$

$$TV = \sum_{j=1}^m u_{j+1} - u_j \quad (2.11)$$

- b) Seleccionar los valores  $e_h(i) = e_l + (e_{max} - e_l) * i$  y  $K_h(j) = K_l + (K_{max} - K_l) * j$  dado un valor de muestreo  $i=j$  en el espacio de decisión ( $e_l < e_h(i) \leq e_{max}$ ) y ( $K_l < K_h(i) \leq K_{max}$ ) y calcular  $K_{rate}(i,j)$  a través de la siguiente ecuación:

$$K_{rate}(i,j) = \frac{\sqrt{K_h(j) - K_l}}{e_h(i) - e_l} \quad (2.12)$$

- c) Calcular los índices de funcionamiento (2.9), (2.10) y (2.11) para el sistema controlado por (2.6) ajustado su ganancia no lineal (2.7) con los valores  $e_h(i)$ ,  $K_h(j)$  y  $K_{rate}(i, j)$  realizando las simulaciones bajo las mismas condiciones de a).
- d) Se repiten b) y c) para todas las posibles combinaciones entre  $e_h(i)$  y  $K_h(j)$  en el espacio de decisión.
- e) Con el método de optimización multiobjetivo seleccionado para optimizar la función objetivo  $f_{ISE,IAE,TV}$  evaluar los índices de desempeño obtenidos en c) y d):

$$\min[f_{ISE,IAE,TV}] = \min[\sum_{k=1}^3 w_k * f_k * (e_h(i), K_h(j))] \quad (2.13)$$

donde  $f_k$  representa (2.9), (2.10) y (2.11) y  $w$  es un vector de pesos tal que  $\sum_{k=1}^3 w_k = 1$ ,  $w > 0$ , y los valores de  $w_k$  reflejan la importancia relativa de (2.9), (2.10) y (2.11).

El criterio para la elección de los coeficientes  $w_k$  en el vector de pesos depende del objetivo que se persiga en el diseño y de la aplicación del mismo, por lo que, el diseñador puede elegir los pesos más adecuados para su sistema.

En la generalidad de los diseños de control para una gran diversidad de aplicaciones existen tendencias a priorizar los indicadores de rendimiento respecto al esfuerzo de control, el cual, en ocasiones no se toma en cuenta como requerimiento de diseño. Por tal motivo se sugiere dar igual prioridad a los índices de desempeño ISE e IAE y solo un aporte del 50% para el índice TV. El cálculo de los pesos quedaría al final de la siguiente forma:  $w_1 = w_{ISE} =$

$$\frac{1}{\left[1 + ISE \left( \frac{1}{IAE} + \frac{1}{2 * TV} \right) \right]}, w_2 = w_{IAE} = \frac{ISE}{IAE} * w_{ISE} \text{ y } w_3 = w_{TV} = \frac{ISE}{2 * TV} w_{ISE}.$$

En este trabajo se utiliza el método de las sumas pesadas como el método empírico más simple y común [37].

## 2.4 Simulación del conjunto de ensayo.

El método de diseño descrito en la sección anterior fue desarrollado para un proceso específico de la industria, el sistema de control de nivel en el molde de vaciado continuo de acero de la empresa Acinox Las Tunas [12]. En el presente trabajo se realiza la evaluación de la sistematicidad del método a través de la simulación y utilizando como banco de prueba el conjunto de ensayo (2.1). Las simulaciones fueron realizadas en MatLab® mediante la utilización de modelos Simulink y subrutinas dinámicas contenidas en diferentes scripts.

Antes de comenzar con la implementación del método fue necesario definir las condiciones bajo las cuales operaría cada proceso: la región de robustez, las perturbaciones críticas a la que estaría sometido y el ruido inyectado al sistema.

Los valores para delimitar la región de robustez se seleccionaron a partir de los extremos del intervalo de robustez  $1.2 \leq M_s \leq 2.0$  y  $1.2 \leq M_t \leq 2.0$ , los cuales son recomendados en la literatura sobre el tema [2] y [35] como valores razonables. Para la sintonía de los controladores PI en este intervalo se utilizó el método SWORD [32] con diseños pertenecientes a los extremos y a valores intermedios equidistantes que corresponden a  $M_s = 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0$  y  $M_t = 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0$ .

Por tratarse de una evaluación con la utilización de un conjunto de ensayo se consideró que la perturbación crítica para todos los procesos es el típico escalón unitario. Con el objetivo de realizar las simulaciones en condiciones próximas a los procesos reales se añadió ruido blanco a la medición, ajustándolo en cada caso hasta obtener una relación señal ruido razonable.

A través del ya mencionado método SWORD fueron obtenidos los parámetros proporcionales e integrales de los controladores PI correspondientes al intervalo o región de robustez previamente seleccionado para cada uno de los procesos del conjunto de ensayo. Los valores de cada uno de los controladores se almacenaron en las hojas de cálculo Excel nombradas “PI\_Control\_BatchMsMt1\_2”, “PI\_Control\_BatchMsMt1\_4”, “PI\_Control\_BatchMsMt1\_6”, “PI\_Control\_BatchMsMt1\_8”, “PI\_Control\_BatchMsMt2\_0”; así por ejemplo, el documento Excel que guarda los parámetros de los controladores para la región de robustez  $M_s = M_t = 1.2$  lleva el nombre de PI\_Control\_BatchMsMt1\_2.

Para realizar las correspondientes simulaciones con el conjunto de ensayo, se crearon nueve carpetas cada una de las cuales contiene uno de los nueve subconjuntos descritos en (2.1). Dentro de cada carpeta se encuentran cuatro modelos Simulink, tres script y seis hojas de cálculo Excel.

La implementación del método de diseño del controlador NPI-RR se encuentra en el script principal de cada carpeta el cual es nombrado en dependencia del modelo a analizar; así por ejemplo, el script correspondiente a P1 recibe el nombre de P\_1. El programa está estructurado de tal forma que de manera dinámica se ejecutan el primer y segundo procedimiento de diseño para cada uno de los procesos investigado.

En una primera etapa se procede a leer de las hojas de cálculo Excel “PI\_Control\_BatchMsMt1\_2”, “PI\_Control\_BatchMsMt1\_4”, “PI\_Control\_BatchMsMt1\_6”, “PI\_Control\_BatchMsMt1\_8”, “PI\_Control\_BatchMsMt2\_0” los valores de los parámetros del controlador obtenidos con el método SWORD y con ellos se realiza una regresión lineal, para obtener la ley de control NPI-RR correspondiente.

En una segunda etapa se obtienen los valores del tiempo de establecimiento  $t_{est}$ , el error máximo  $e_{max}$ , la ganancia proporcional máxima  $K_{max}^{\circ}$ , los valores extremos de la zona muerta  $e_l$  y los vértices inferiores de la función parábola  $K_l$ . Para ello se emplea el modelo Simulink Simul\_1 al cual se envían desde el script principal los parámetros del proceso que se analiza y del controlador PI de menor rendimiento en la región de robustez seleccionada correspondiente.

Después de realizada la simulación, con un tiempo de simulación lo suficientemente grande para que se alcance el estado estacionario en todos los procesos, se envían al espacio de trabajo (Workspace) los datos necesarios para el cálculo de  $t_{est}$  y de  $e_l$ , así como los valores de  $e_{max}$ , de  $K_{max}^{\circ}$  y de  $K_l$ .

En una tercera etapa se procede a la obtención de los criterios de desempeño global ISE, IAE y TV necesarios en el paso 3, inciso a), del segundo procedimiento y, los vectores de pesos requeridos en el propio paso 3 pero en el inciso e). Para ello se emplea el modelo Simulink Simul\_2 al cual se envían los mismos datos que a Simul\_1, existiendo como única diferencia que se añade en el envío el tiempo de simulación a emplear para cada proceso, que depende de su dinámica. En este caso el tiempo de simulación resulta ser la suma del instante de tiempo donde se produce la perturbación más el doble del tiempo de establecimiento.

Al concluir la simulación los valores de los índices de desempeño globales son enviados al espacio de trabajo para luego utilizarlos en el cálculo de los pesos ya referidos.

En la cuarta etapa se obtiene el diseño óptimo NPI-RR comparando los resultados de la función multiobjetivo evaluada para las funciones no lineales del espacio de decisión según se describe en el paso 3 incisos b), c), d) y e) del segundo procedimiento del método de diseño de la sección anterior. Con tal fin se implementó primeramente un segmento de código donde conocidos los puntos  $(e_{max}, K_{max}^{\circ})$  y  $(e_l, K_l)$  se hallan los valores del espacio de decisión tal que  $(e_l < e_h(i) \leq e_{max})$  y  $(K_l < K_h(i) \leq K_{max})$  y con ellos se calculan los valores de  $K_{rate}(i, j)$ .

En esta misma etapa pero en un segundo momento se obtienen los índices de desempeño ISE, IAE y TV para el sistema controlado por (2.6) ajustando su ganancia no lineal con los valores previamente calculados de  $e_h(i)$  y  $K_{rate}(i, j)$ . Para

ello se utiliza el modelo de Simulink Simul\_3 al cual se envían los parámetros del proceso y de los controladores NPI-RR obtenidos con cada una de las posibles combinaciones entre  $e_h(i)$  y  $K_{rate}(i, j)$ .

Al concluir las simulaciones se calculan los valores de la función objetivo correspondientes a cada combinación y se busca el menor de ellos, siendo este el que corresponde al NPI-RR óptimo.

En una quinta y última etapa se calculan y comparan los resultados de las funciones objetivo correspondiente a los controladores de menor y mayor rendimiento y, al NPI-RR. Para ello se utiliza el modelo Simulink Simul\_4 al cual se le envían los parámetros del proceso y de los controladores PI lineales de menor y mayor rendimiento, los del NPI-RR que le corresponde; así como el tiempo de simulación de cada uno de los procesos.

Luego de concluida la simulación los valores de los índices de desempeño ISE, IAE y TV de cada controlador son enviados al espacio de trabajo para calcular la función objetivo de cada uno de ellos. En esta etapa también son guardados en la hoja de cálculo Excel nombrada “Índices de rendimiento” datos de interés como son los valores de la función objetivo de los tres controladores.

En cada carpeta están presentes junto al script principal un segundo y tercer script encargados de graficar las funciones multiobjetivo de los controladores PI lineales de menor y mayor rendimiento y, el NPI-RR de cada proceso para posteriores análisis y, de una de las variantes del modelo la respuesta a la salida del proceso y del controlador, lo que permite observar con mayor facilidad las mejoras alcanzadas en cuanto al compromiso entre robustez y rendimiento introducidas por el controlador NPI-RR.

A continuación se presentan en las Figuras 2.1, Figuras 2.2, Figuras 2.3 y Figuras 2.4 los diagramas de flujo que describen al script principal. La Figuras 2.1 representa las cinco etapas fundamentales en la que está dividido el programa mientras que en las restantes figuras se describen con más detalles cada una de las etapas.

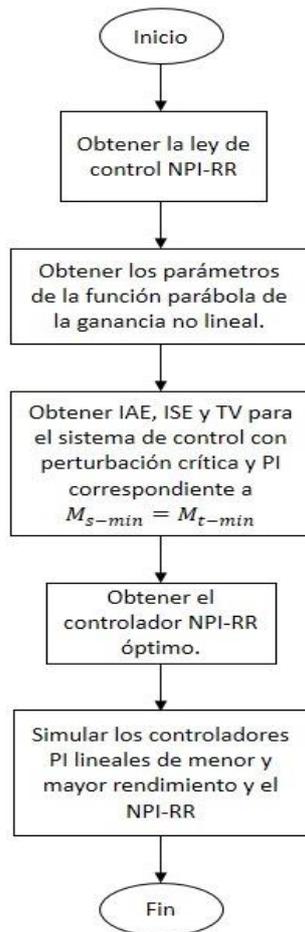


Fig. 2.1 Diagrama de flujo sintetizado del método.

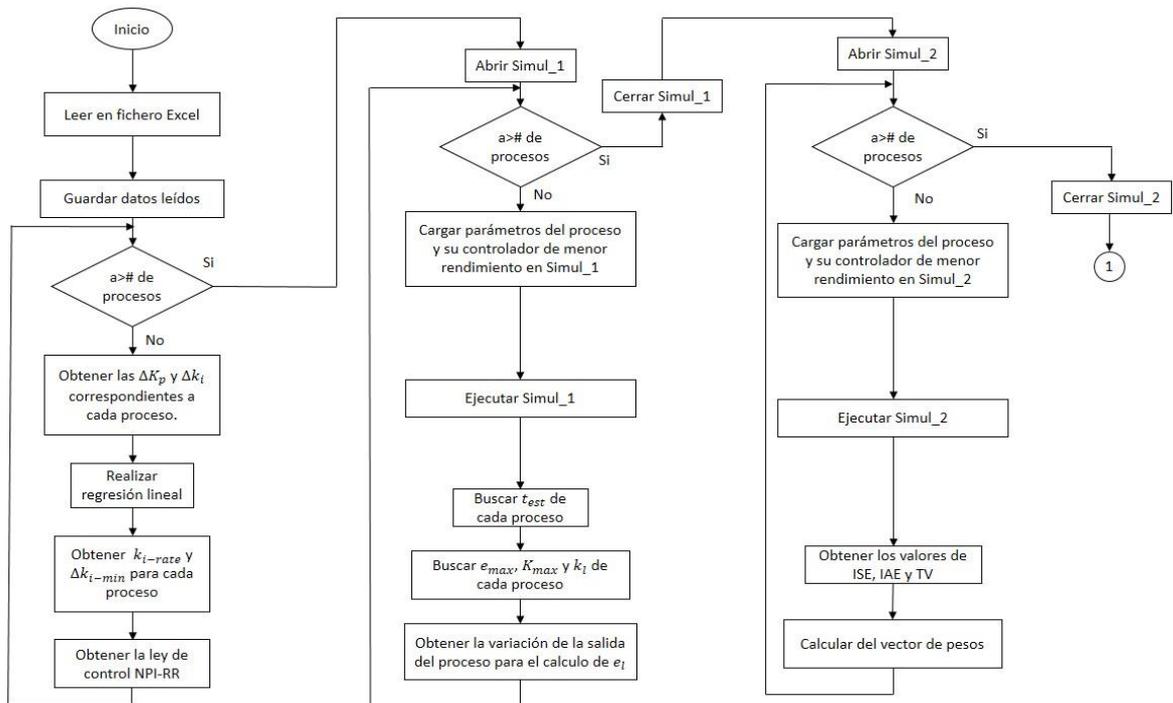


Fig. 2.2 Diagrama de flujo de la primera, segunda y tercera etapa.

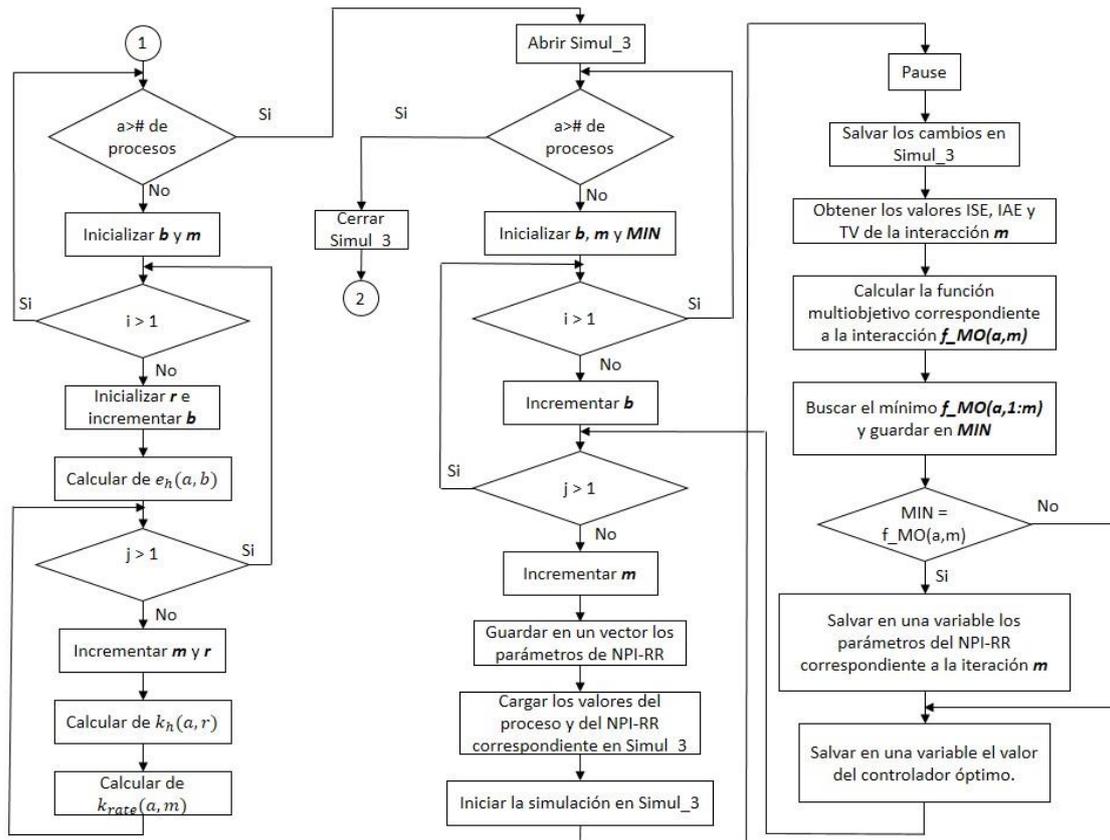


Fig. 2.3 Diagrama de flujo de la cuarta etapa.

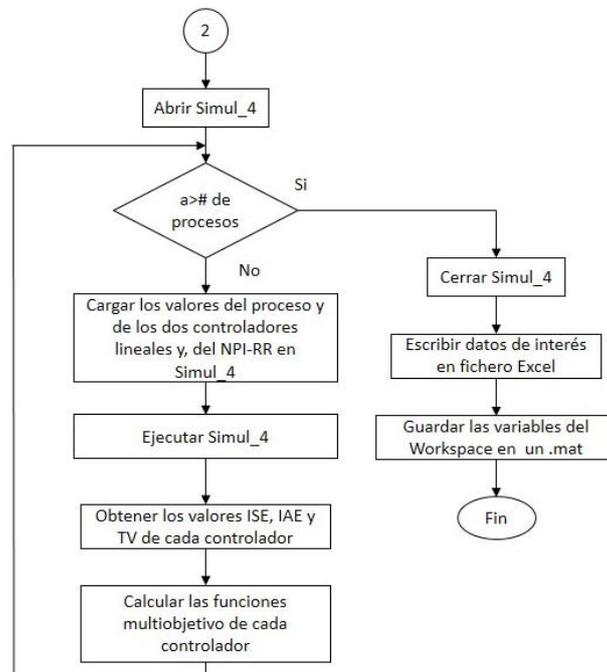


Fig. 2.4 Diagrama de flujo de la quinta etapa.

Es importante señalar que por las características propias del método de diseño las corridas fueron de larga duración y de gran complejidad pues para obtener el controlador NPI-RR óptimo para cada uno de los 134 procesos del conjunto de ensayo se realizaron 103 simulaciones. El tiempo que demora la realización de una simulación completa varía dependiendo del proceso, por ejemplo, para las simulaciones correspondientes a las 21 variantes del modelo  $P2$  se requirió de un tiempo aproximado de 11 horas en una computadora con 4 GB de RAM, mientras que para las 21 variantes del modelo  $P1$  solo fueron necesarias 4 horas aproximadamente.

## 2.5 Análisis de los resultados.

En la presente sección se realiza el análisis de los resultados de las simulaciones con el conjunto de ensayo descrito en el epígrafe anterior. Para ilustrar los resultados se graficaron los valores de la función (2.13) versus el retardo de tiempo normalizado  $\tau$  para los modelos  $P1, P2, P3, P4, P5, P7, P8$  y  $P9$ . En el caso del modelo  $P6$ , que agrupa procesos integradores, como  $\tau = 0$ , los valores de  $f_{ISE,IAE,TV}$  fueron graficados versus el retardo  $L$ . En todos los casos del conjunto de ensayo la función (2.13) fue evaluada con los índices de desempeño obtenidos para los controladores PI lineales de menor y mayor rendimiento y, con el controlador NPI-RR.

Con el propósito de lograr visualizar las mejoras introducidas por el controlador NPI-RR se graficaron las respuestas a la salida del controlador  $u(t)$  y del sistema  $y(t)$  para un proceso particular de cada tipo presente en el conjunto de ensayo.

A continuación se muestran en un histograma los porcentos de mejora máxima y mínima de los índices de desempeño globales del controlador no lineal con respecto a los controladores lineales de los puntos extremos de la región de robustez. Como cierre del análisis y utilizando el máximo sobrepaso  $M_p$  como especificación para evaluar el rendimiento de los controladores se presentan en una tabla resumen los valores del mismo obtenidos para los tres controladores ya mencionados, en los procesos escogidos para graficar  $u(t)$  e  $y(t)$ .

### 2.5.1 Análisis de la respuesta de los procesos.

#### Modelo $P1$

El modelo  $P1$  agrupa sistemas de primer orden con retardo constante y un polo variable  $y$ , que incluyen procesos con constante de tiempo dominante, balanceados y con retardo dominante al caracterizarse su dinámica por valores de  $0 < \tau < 1$ . Para formular la ley de control del NPI-RR la trayectoria que minimiza IAE en la región de robustez fue modelada en cada caso mediante regresión lineal, alcanzándose ajustes de  $92.47 \% \leq R^2 \leq 99.9 \%$ . El ruido de medida añadido al modelo en los experimentos a escala de simulación posee una desviación estándar de 0.0004.

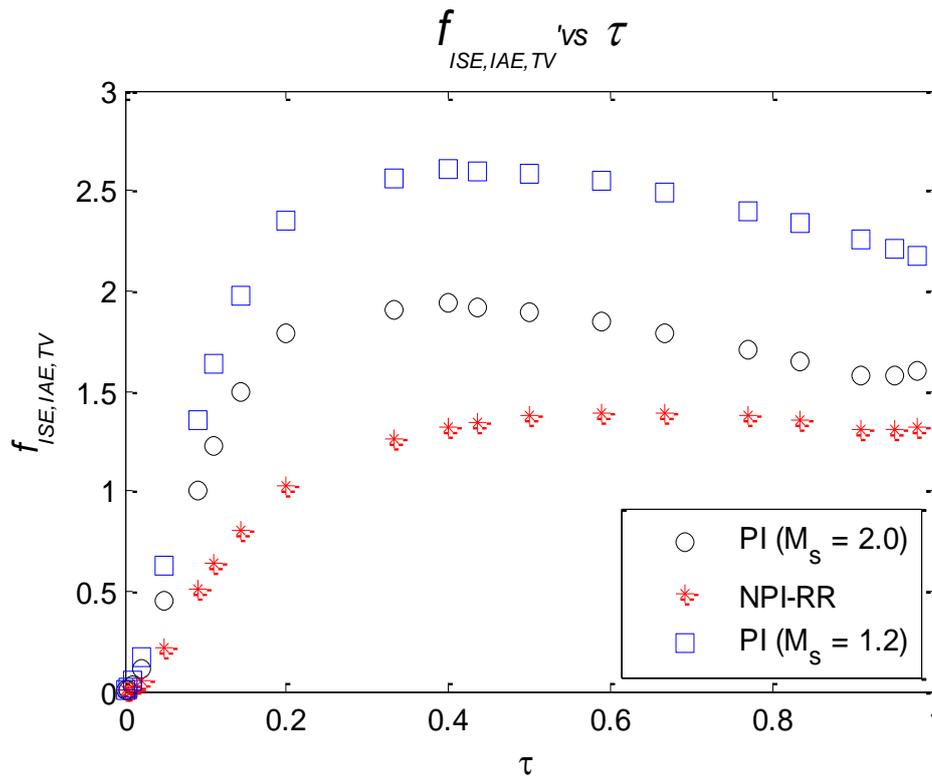


Fig. 2.5 Representación de los resultados de la función  $f_{ISE,IAE,TV}$  versus el retardo normalizado  $\tau$ , correspondientes a tres controladores utilizados para el

$$\text{proceso } P_1(s) = \frac{e^{-s}}{1+sT}.$$

En la Fig. 2.5 se puede observar como los sistemas que poseen en su estructura al controlador NPI-RR presentan mejor comportamiento que los conformados por los controladores PI lineales, al poseer valores de sus correspondientes funciones objetivo menores que los pertenecientes a los PI lineales. Para los sistemas cuya máxima sensibilidad y máxima sensibilidad complementaria se encuentran entre  $1.2 \leq M_s \leq 2.0$  el controlador con  $M_s = 1.2$  siempre posee un valor de la función objetivo mayor que el controlador con  $M_s = 2.0$ .

En la Fig. 2.6 se encuentran graficadas las salidas  $u(t)$  e  $y(t)$  del sistema con modelo del proceso  $P1$  con  $T = 200$ . Se puede observar en la Fig. 2.6 a) que el esfuerzo de control realizado por el controlador NPI-RR es menor que el realizado por el controlador de menor robustez ( $M_s = 2.0$ ) y, cercano al controlador más robusto ( $M_s = 1.2$ ). El rizado en Fig. 2.6 a) se debe al ruido de medida inyectado al sistema.

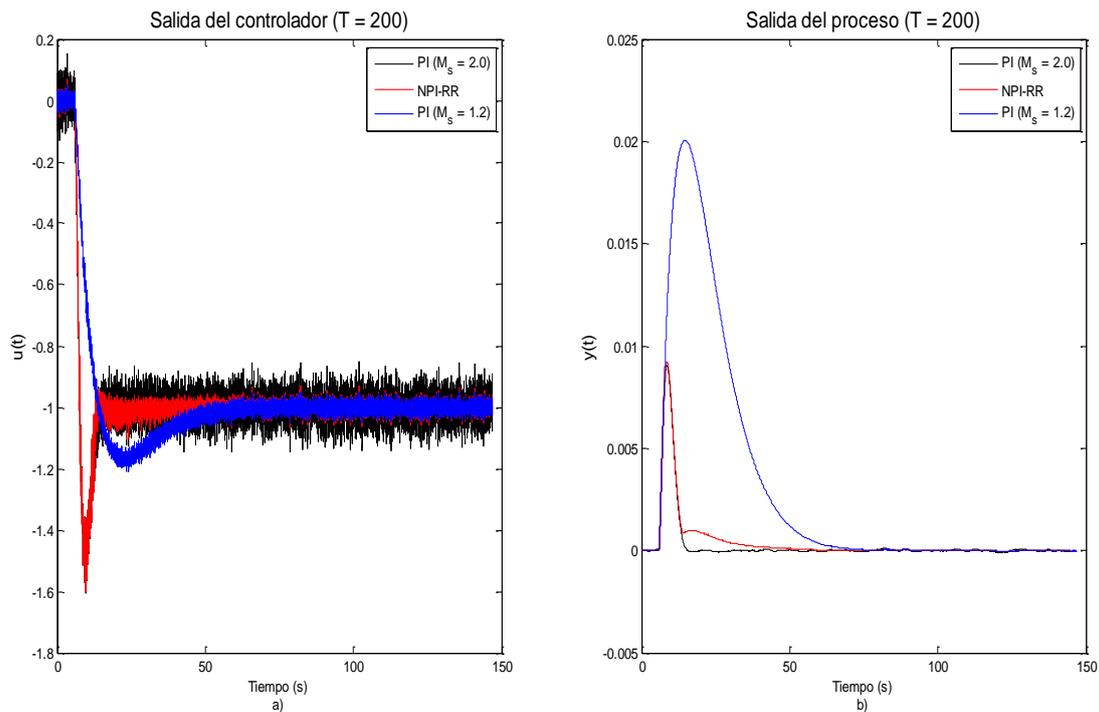


Fig. 2.6 Representación gráfica del comportamiento transitorio del sistema con proceso  $P1$ ,  $T = 200$  para los tres controladores señalados. a) Salida del controlador  $u(t)$ , b) salida del sistema  $y(t)$ .

En Fig. 2.6 b) se observan mejoras en el rendimiento introducidas por el controlador NPI-RR si se toma como indicador el máximo sobrepaso  $M_p$ . El NPI-RR posee un  $M_p$  menor que el PI lineal con  $M_s = 1.2$  y aproximadamente igual al PI con  $M_s = 2.0$ . Si se toma el tiempo de establecimiento  $t_{est}$  como indicador el NPI-RR se establece antes que el controlador de menor rendimiento.

### Modelo $P2$

El modelo  $P2$  agrupa sistemas de segundo orden con retardo constante y un polo múltiple y variable de multiplicidad dos y, incluyen procesos con constante de tiempo dominante, balanceados y con retardo dominante al caracterizarse su

dinámica por valores de  $0.1 < \tau < 1$ . Para formular la ley de control del NPI-RR, la trayectoria que minimiza IAE en la región de robustez fue modelada en cada caso mediante regresión lineal, alcanzándose ajustes de  $96.0 \% \leq R^2 \leq 99.99 \%$ . El ruido de medida añadido al modelo en los experimentos a escala de simulación posee una desviación estándar de 0.1.

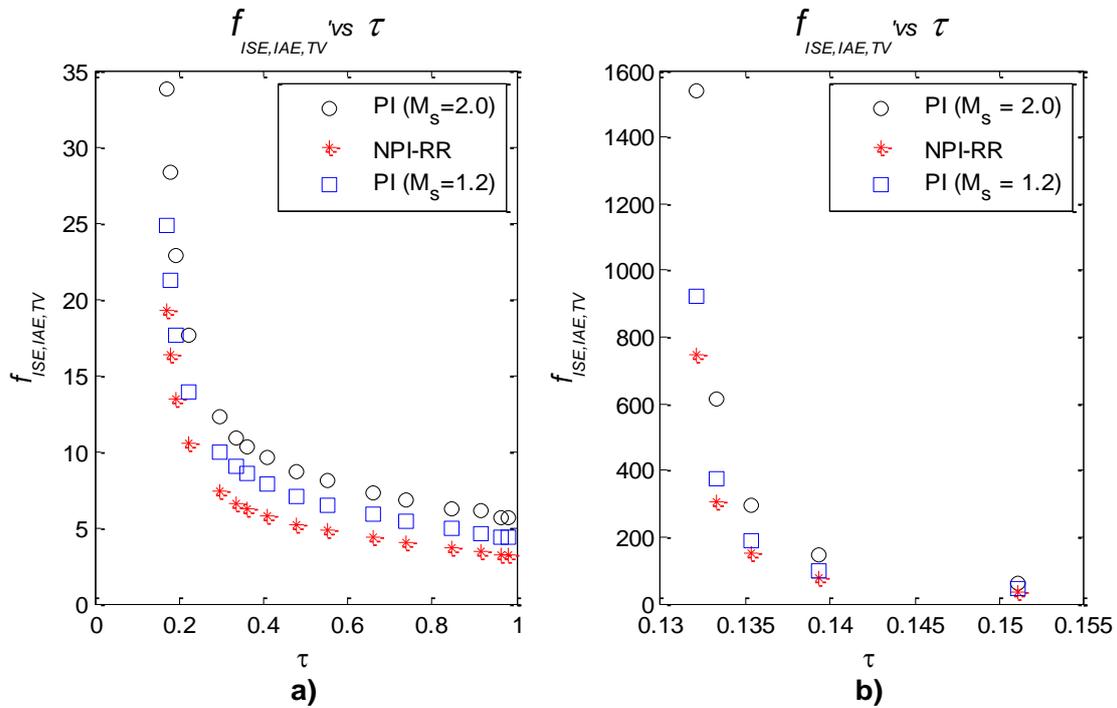


Fig. 2.7 Representación de los resultados de la función  $f_{ISE,IAE,TV}$  versus el retardo normalizado  $\tau$ , correspondientes a tres controladores utilizados para el

$$\text{proceso } P_2(s) = \frac{e^{-s}}{(1+sT)^2}.$$

En Fig. 2.7 se puede observar como los sistemas que poseen en su estructura al controlador NPI-RR presentan mejor comportamiento que los conformados por los controladores PI lineales, al poseer valores de sus correspondientes funciones objetivo menores que los pertenecientes a los PI lineales. Para los sistemas cuya máxima sensibilidad y máxima sensibilidad complementaria se encuentran entre  $1.2 \leq M_s \leq 2.0$  el controlador con  $M_s = 2.0$  siempre posee el valor de la función objetivo mayor que la del controlador  $M_s = 1.2$ .

En la Fig. 2.8 se encuentran graficadas las salidas  $u(t)$  e  $y(t)$  del sistema con modelo del proceso  $P_2$  con  $T = 2$ . Se puede observar en la Fig. 2.8 a) que el esfuerzo de control realizado por el controlador NPI-RR es menor que el

realizado por el controlador de menor robustez ( $M_s = 2.0$ ) y, cercano al controlador más robusto ( $M_s = 1.2$ ).

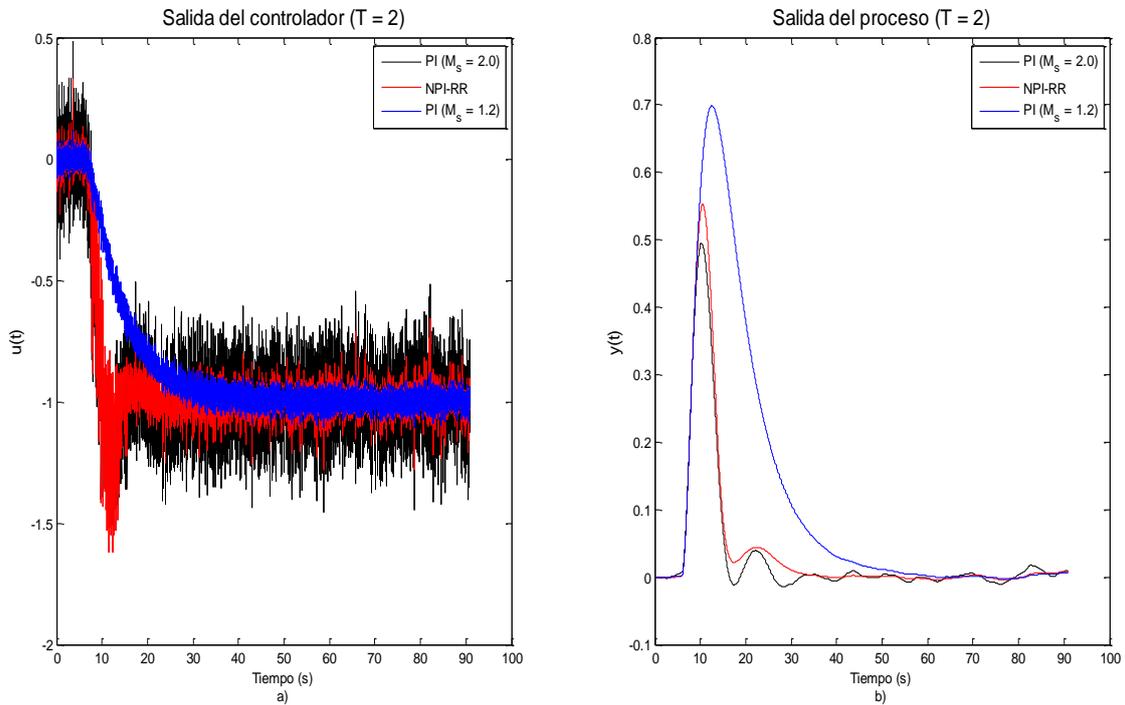


Fig. 2.8 Representación gráfica del comportamiento transitorio del sistema con proceso P2,  $T = 2$  para los tres controladores señalados. a) Salida del controlador  $u(t)$ , b) salida del sistema  $y(t)$ .

En Fig. 2.8 b) se observan mejoras en el rendimiento introducidas por el controlador NPI-RR si se toma como indicador el máximo sobrepaso  $M_p$ . El NPI-RR posee un  $M_p$  menor que el PI lineal con  $M_s = 1.2$  y cercano al controlador PI con  $M_s = 2.0$ . Si se toma el tiempo de establecimiento  $t_{est}$  como indicador el NPI-RR se establece antes que el controlador de menor rendimiento.

### Modelo P3

El modelo P3 agrupa sistemas de tercer orden con retardo constante, un polo fijo y un polo múltiple y variable de multiplicidad dos y, que incluyen procesos con constante de tiempo dominante pues el retardo toma valores comprendidos en el intervalo  $0 < \tau < 0.24$ . Para formular la ley de control del NPI-RR la trayectoria que minimiza IAE en la región de robustez fue modelada en cada caso mediante regresión lineal, alcanzándose ajustes de  $99.28 \% \leq R^2 \leq 99.94 \%$ . El ruido de

medida añadido al modelo en los experimentos a escala de simulación posee una desviación estándar de 0.003.

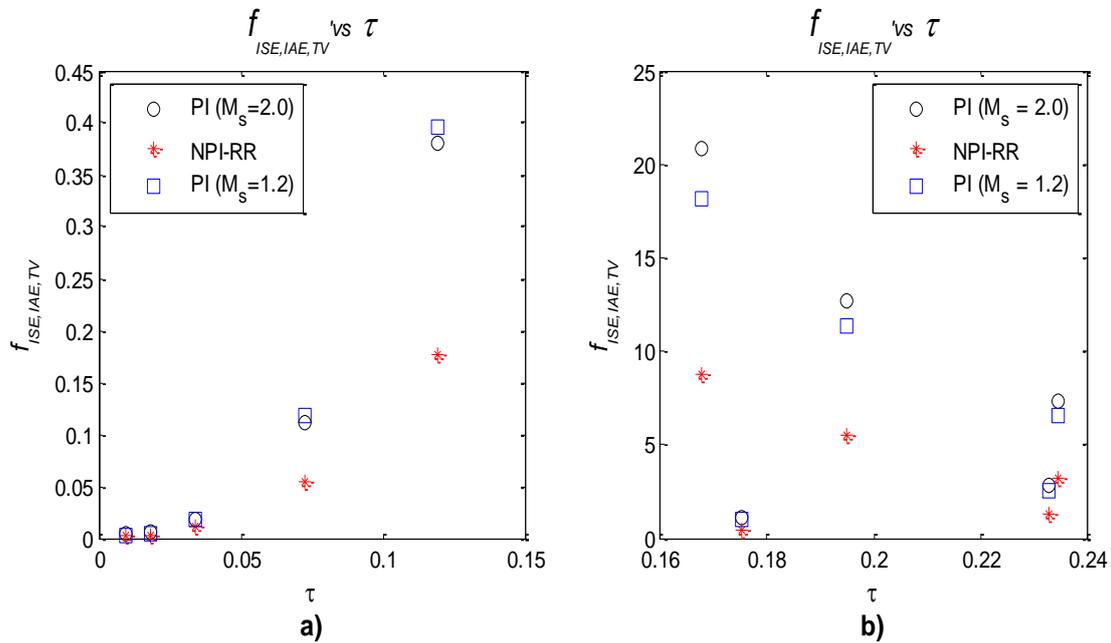


Fig. 2.9 Representación de los resultados de la función  $f_{ISE,IAE,TV}$  versus el retardo normalizado  $\tau$ , correspondientes a tres controladores utilizados para el

$$\text{proceso } P_3(s) = \frac{1}{(s+1)(1+sT)^2} .$$

En la Fig. 2.9 se puede observar como los sistemas que poseen en su estructura al controlador NPI-RR presentan mejor comportamiento que los conformados por los controladores PI lineales, al poseer valores de sus correspondientes funciones objetivo menores que las pertenecientes a los PI lineales. Las funciones objetivo de los controladores lineales en este modelo no tienen un comportamiento sistemático pues en ocasiones el controlador  $M_s = M_t = 2.0$  posee mayor valor de la función objetivo y en ocasiones es el menor.

En la Fig. 2.10 se encuentran graficadas las salidas  $u(t)$  e  $y(t)$  del sistema con modelo del proceso  $P_3$  con  $T = 10$ . Se puede observar en la Fig. 2.10 a) que el esfuerzo de control realizado por el controlador NPI-RR es menor que el realizado por el controlador de menor robustez ( $M_s = 2.0$ ) y, cercano al controlador más robusto ( $M_s = 1.2$ ).

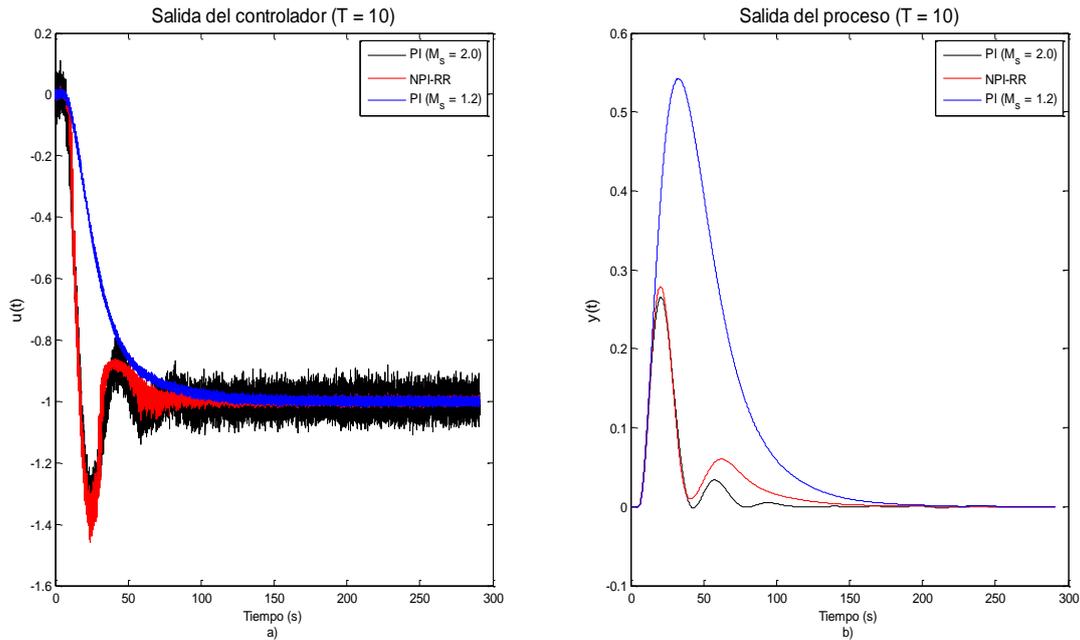


Fig. 2.10 Representación gráfica del comportamiento transitorio del sistema con proceso P3,  $T = 10$  para los tres controladores señalados. a) Salida del controlador  $u(t)$ , b) salida del sistema  $y(t)$ .

En Fig. 2.10 b) se observan mejoras en el rendimiento introducidas por el controlador NPI-RR si se toma como indicador el máximo sobrepaso. El NPI-RR posee un  $M_p$  menor que el PI lineal con  $M_s = 1.2$  y aproximadamente igual al PI con  $M_s = 2.0$ . Si se toma el tiempo de establecimiento  $t_{est}$  como indicador el NPI-RR se establece antes que el controlador de menor rendimiento.

#### Modelo P4

El modelo P4 agrupa sistemas de alto orden ( $n$ ) con un polo real múltiple y, que incluyen procesos con constante de tiempo dominante al caracterizarse su dinámica por valores de  $0.2 < \tau < 0.5$ . Para formular la ley de control del NPI-RR la trayectoria que minimiza IAE en la región de robustez fue modelada en cada caso mediante regresión lineal, alcanzándose ajustes de  $97.28 \% \leq R^2 \leq 99.11\%$ . El ruido de medida añadido al modelo en los experimentos a escala de simulación posee una desviación estándar de 0.068.

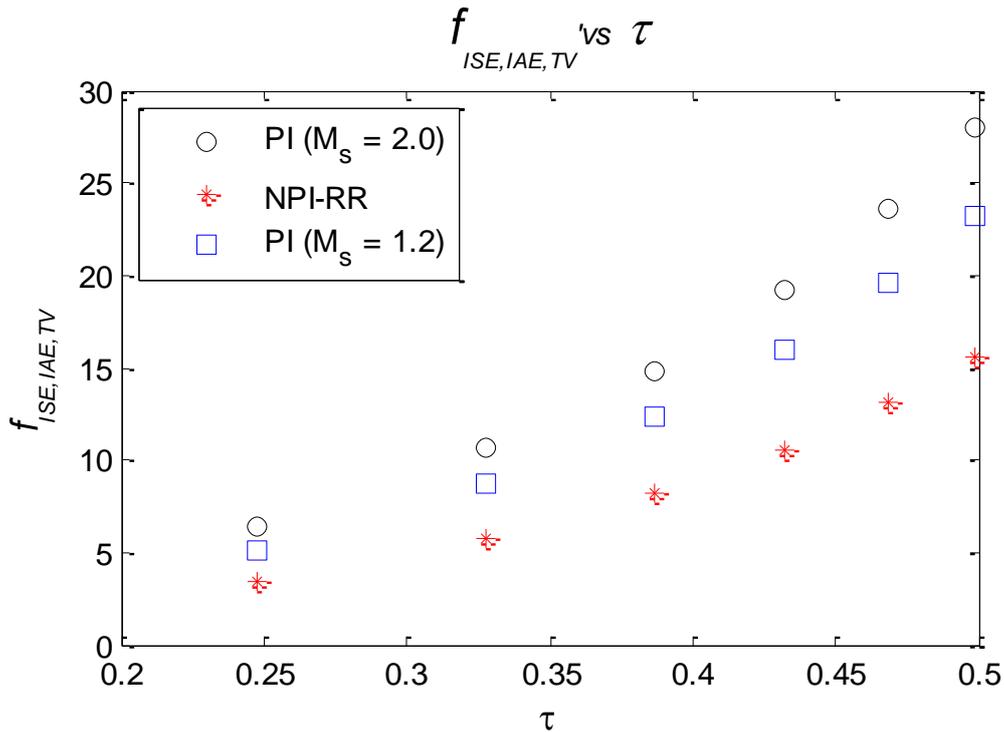


Fig. 2.11 Representación de los resultados de la función  $f_{ISE,IAE,TV}$  versus el retardo normalizado  $\tau$ , correspondientes a tres controladores utilizados para el

$$\text{proceso } P_4(s) = \frac{1}{(s+1)^n}.$$

En Fig. 2.11 se puede observar como los sistemas que poseen en su estructura al controlador NPI-RR presentan mejor comportamiento que los conformados por los controladores PI lineales, al poseer valores de sus correspondientes funciones objetivo menores que los pertenecientes a los PI lineales. Para los sistemas cuya máxima sensibilidad y cuya máxima sensibilidad complementaria se encuentran entre  $1.2 \leq M_s \leq 2.0$  el controlador con  $M_s = 2.0$  siempre posee el valor de la función objetivo mayor que la del controlador  $M_s = 1.2$ .

En la Fig. 2.12 se encuentran graficadas las salidas  $u(t)$  e  $y(t)$  con del sistema con modelo del proceso  $P_4$  con  $n = 3$ . Se puede observar en Fig. 2.12 a) que el esfuerzo de control realizado por el controlador NPI-RR es menor que el realizado por el controlador de menor robustez ( $M_s = 2.0$ ) y, cercano al controlador más robusto ( $M_s = 1.2$ ).

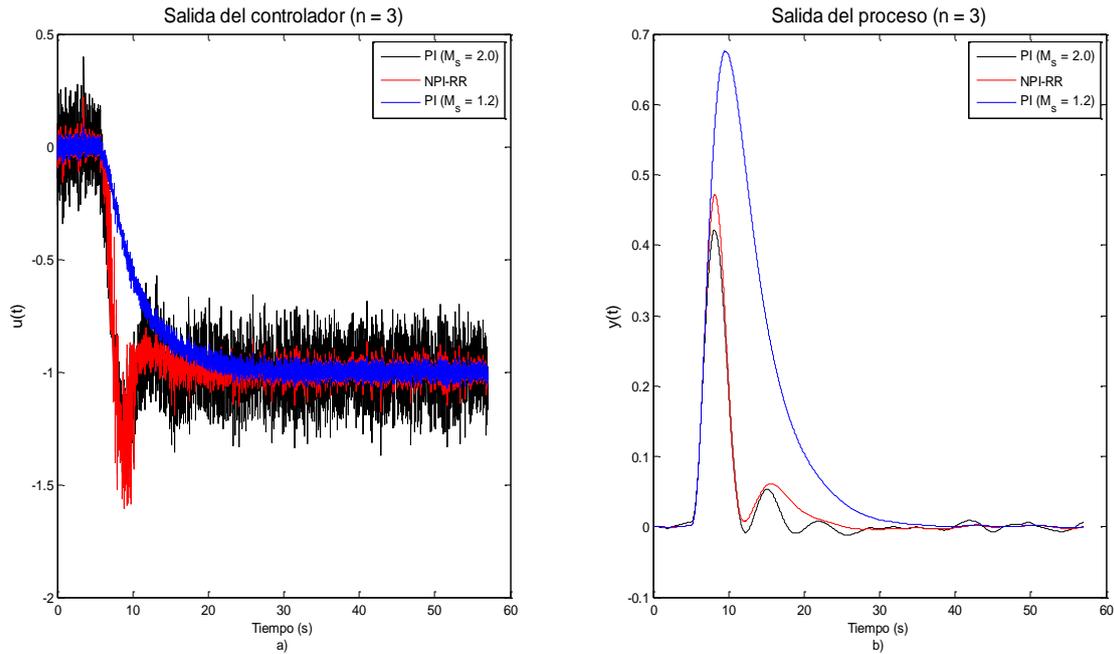


Fig. 2.12 Representación gráfica del comportamiento transitorio del sistema con proceso P4,  $n = 3$  para los tres controladores señalados. a) Salida del controlador  $u(t)$ , b) salida del sistema  $y(t)$ .

En Fig. 2.12 b) se observan mejoras en el rendimiento introducidas por el controlador NPI-RR si se toma como indicador el máximo sobrepaso  $M_p$ . El NPI-RR posee un  $M_p$  menor que el PI lineal con  $M_s = 1.2$  y cercano al controlador PI con  $M_s = 2.0$ . Si se toma el tiempo de establecimiento  $t_{est}$  como indicador el NPI-RR se establece antes que el controlador de menor rendimiento.

### Modelo P5

El modelo P5 agrupa sistemas de alto orden con varias constantes de tiempo diferentes y, que incluyen procesos con constante de tiempo dominante al caracterizarse su dinámica por valores de  $0.2 < \tau < 0.35$ . Para formular la ley de control del NPI-RR la trayectoria que minimiza IAE en la región de robustez fue modelada en cada caso mediante regresión lineal, alcanzándose ajustes de  $98.49 \% \leq R^2 \leq 99.98 \%$ . El ruido de medida añadido al modelo en los experimentos a escala de simulación posee una desviación estándar de 0.025.

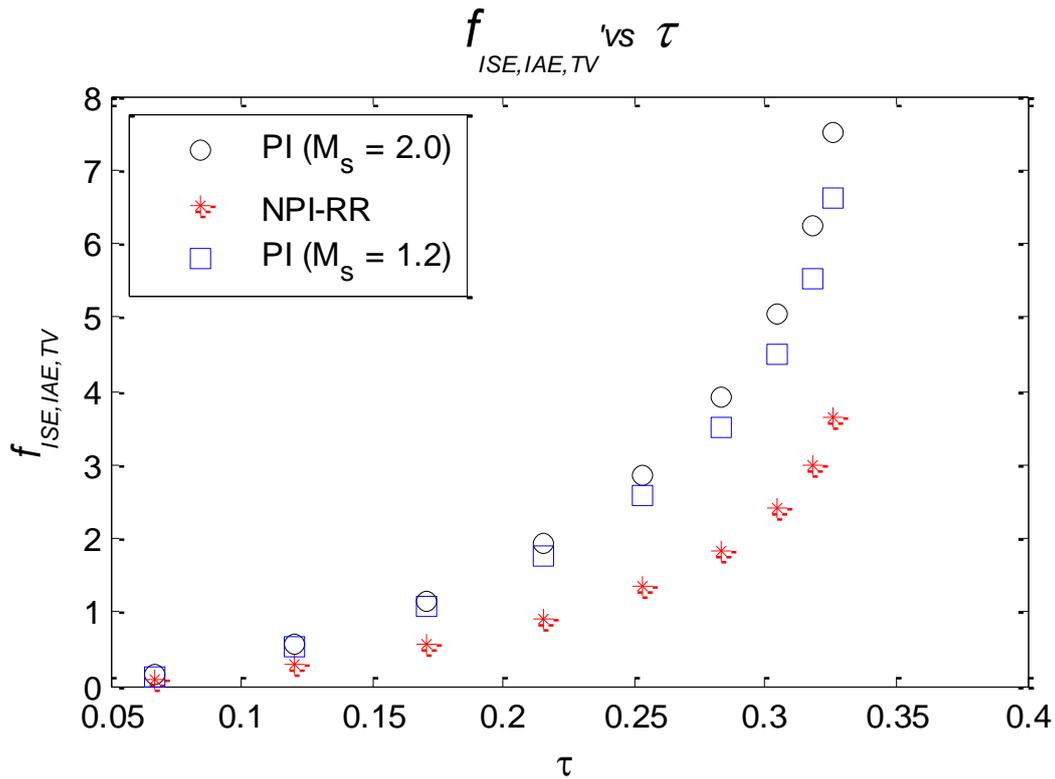


Fig. 2.13 Representación de los resultados de la función  $f_{ISE,IAE,TV}$  versus el retardo normalizado  $\tau$ , correspondientes a tres controladores utilizados para el

$$\text{proceso } P_5(s) = \frac{1}{(1+s)(1+\alpha s)(1+\alpha^2 s)(1+\alpha^3 s)}.$$

En Fig. 2.13 se puede observar como los sistemas que poseen en su estructura al controlador NPI-RR presentan mejor comportamiento que los conformados por los controladores PI lineales, al poseer valores de sus correspondientes funciones objetivo menores que los pertenecientes a los PI lineales. Para los sistemas cuya máxima sensibilidad y cuya máxima sensibilidad complementaria se encuentran entre  $1.2 \leq M_s \leq 2.0$  el controlador con  $M_s = 2.0$  siempre posee el valor de la función objetivo mayor que la del controlador  $M_s = 1.2$ .

En la Fig. 2.14 se encuentran graficadas las salidas  $u(t)$  e  $y(t)$  del sistema con modelo del proceso  $P_5$  con  $\alpha = 0.4$ . Se puede observar en la Fig. 2.14 a) que el esfuerzo de control realizado por el controlador NPI-RR es menor que el realizado por el controlador de menor robustez ( $M_s = 2.0$ ) y, cercano al controlador más robusto ( $M_s = 1.2$ ).

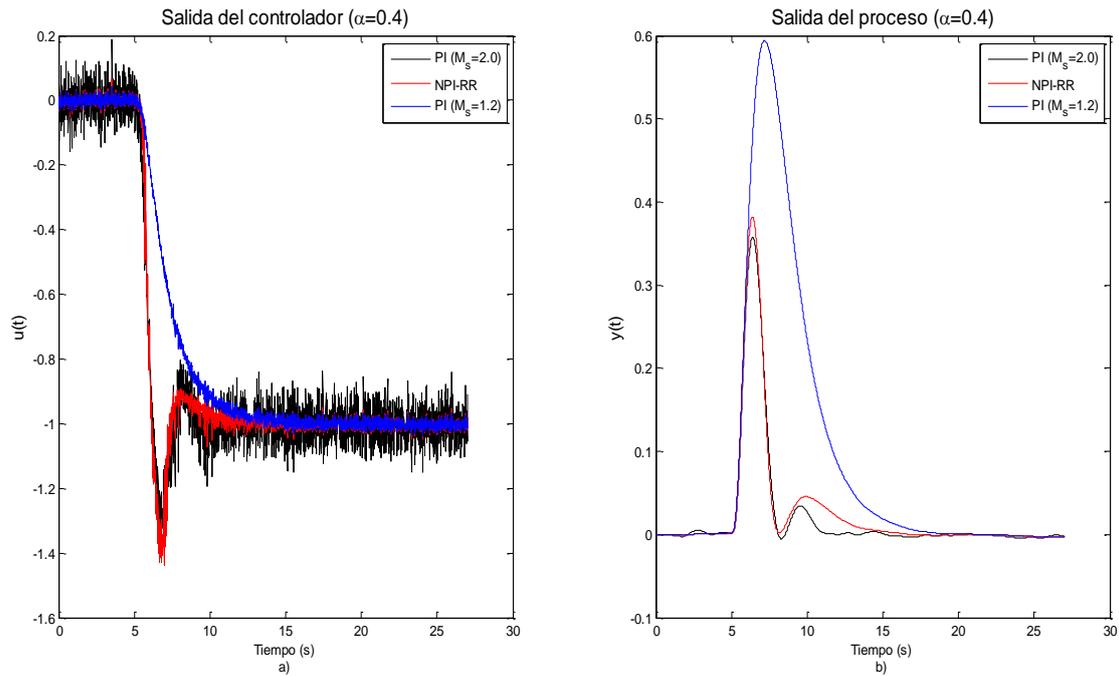


Fig. 2.14 Representación gráfica del comportamiento transitorio del sistema con proceso P5,  $\alpha = 0.4$  para los tres controladores señalados. a) Salida del controlador  $u(t)$ , b) salida del sistema  $y(t)$ .

En Fig. 2.14 b) se observan mejoras en el rendimiento introducidas por el controlador NPI-RR si se toma como indicador el máximo sobrepaso  $M_p$ . El NPI-RR posee un  $M_p$  menor que el PI lineal con  $M_s = 1.2$  y cercano al controlador PI con  $M_s = 2.0$ . Si se toma el tiempo de establecimiento  $t_{est}$  como indicador el NPI-RR se establece antes que el controlador de menor rendimiento.

### Modelo P6

El modelo P6 agrupa sistemas integradores con constante de tiempo y retardo variables, por tanto, el conjunto incluye procesos no auto-regulados. Para formular la ley de control del NPI-RR la trayectoria que minimiza IAE en la región de robustez fue modelada en cada caso mediante regresión lineal, alcanzándose ajustes de  $99.71 \% \leq R^2 \leq 99.9 \%$ . El ruido de medida añadido al modelo en los experimentos a escala de simulación posee una desviación estándar de 0.33.

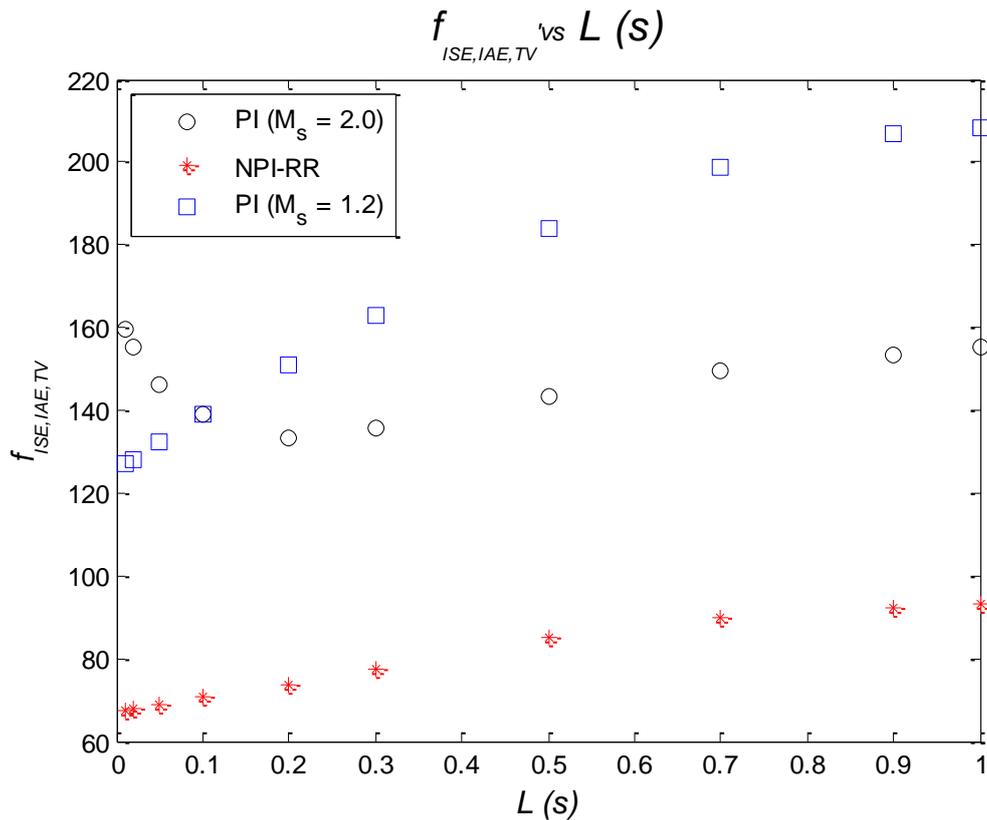


Fig. 2.15 Representación de los resultados de la función  $f_{ISE,IAE,TV}$  versus el retardo  $L$ , correspondientes a tres controladores utilizados para el proceso

$$P_6(s) = \frac{e^{-sL_1}}{s(1+sT_1)}; T_1 + L_1 = 1.$$

En Fig. 2.15 se puede observar como los sistemas que poseen en su estructura al controlador NPI-RR presentan mejor comportamiento que los conformados por los controladores PI lineales, al poseer valores de sus correspondientes funciones objetivo menores que los pertenecientes a los PI lineales. Para los sistemas cuya máxima sensibilidad y cuya máxima sensibilidad complementaria se encuentran entre  $1.2 \leq M_s \leq 2.0$  el controlador con  $M_s = 2.0$  posee el valor de la función objetivo mayor que la del controlador  $M_s = 1.2$  cuando el retraso de transporte es menor que  $0.1$  ( $L_1 < 0.1$ ) y viceversa.

En la Fig. 2.16 se encuentran graficadas las salidas  $u(t)$  e  $y(t)$  del sistema con modelo del proceso  $P_6$  con  $L_1 = 0.2$ . Se puede observar en Fig. 2.16 a) que el esfuerzo de control realizado por el controlador NPI-RR es menor que el realizado por el controlador de menor robustez ( $M_s = 2.0$ ) y, cercano al controlador más robusto ( $M_s = 1.2$ ).

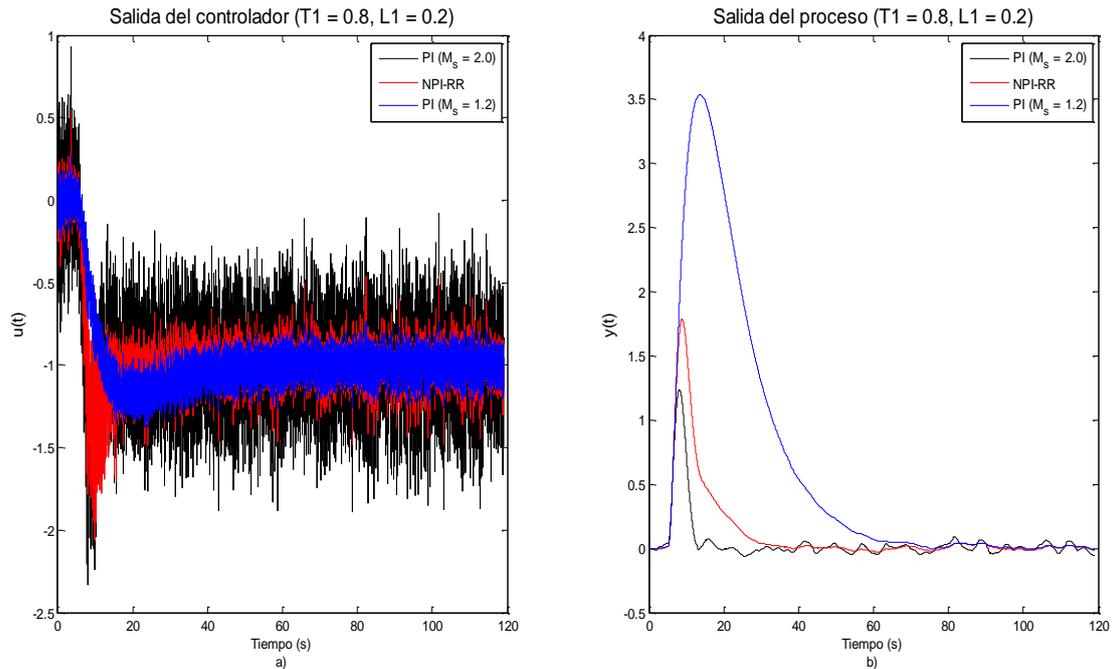


Fig. 2.16 Representación gráfica del comportamiento transitorio del sistema con proceso P6,  $L_1 = 0.2$  para los tres controladores señalados. a) Salida del controlador  $u(t)$ , b) salida del sistema  $y(t)$ .

En Fig. 2.16 b) se observan mejoras en el rendimiento introducidas por el controlador NPI-RR si se toma como indicador el máximo sobrepaso  $M_p$ . El NPI-RR posee un  $M_p$  menor que el PI lineal con  $M_s = 1.2$  y cercano al controlador PI con  $M_s = 2.0$ . Si se toma el tiempo de establecimiento  $t_{est}$  como indicador el NPI-RR se establece antes que el controlador de menor rendimiento.

### Modelo P7

El modelo P7 agrupa sistemas de segundo orden con constante de tiempo y retardo variables y, que incluyen procesos con constante de tiempo dominante al caracterizarse su dinámica por valores de  $0.2 < \tau < 0.5$ . Para formular la ley de control del NPI-RR la trayectoria que minimiza IAE en la región de robustez fue modelada en cada caso mediante regresión lineal, alcanzándose ajustes de  $98.98 \% \leq R^2 \leq 99.98 \%$ . El ruido de medida añadido al modelo en los experimentos a escala de simulación posee una desviación estándar de 0.048.

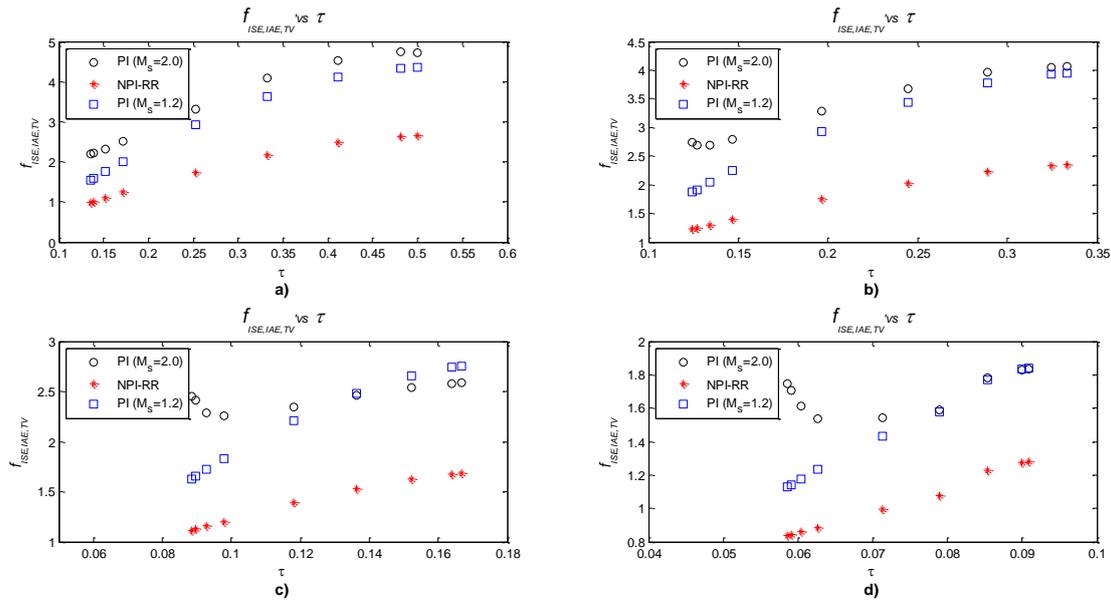


Fig. 2.17 Representación de los resultados de la función  $f_{ISE,IAE,TV}$  versus el retardo normalizado  $\tau$ , correspondientes a tres controladores utilizados para el proceso  $P_7(s) = \frac{e^{-sL_1}}{(1+sT)(1+sT_1)}$   $T_1 = 1 - L_1$ ; a) con  $T = 1$ , b) con  $T = 2$ , c) con  $T = 5$  y d) con  $T = 10$ .

En Fig. 2.17 se puede observar como los sistemas que poseen en su estructura al controlador NPI-RR presentan mejor comportamiento que los conformados por los controladores PI lineales, al poseer valores de sus correspondientes funciones multiobjetivo menores que los pertenecientes a los PI lineales. Para los sistemas cuya máxima sensibilidad y cuya máxima sensibilidad complementaria se encuentran entre  $1.2 \leq M_s \leq 2.0$  el controlador con  $M_s = 2.0$  posee el valor de la función objetivo mayor que la del controlador  $M_s = 1.2$  en la mayoría de los casos aunque cuando  $\tau$  es muy pequeña se puede presentar el caso cuando la mayor función objetivo proviene de  $M_s = 1.2$ .

En la Fig. 2.18 se encuentran graficadas las salidas  $u(t)$  e  $y(t)$  del sistema con modelo del proceso  $P_7$  con  $T = 2$  y  $L_1 = 0.01$ . Se puede observar en la Fig. 2.18 a) que el esfuerzo de control realizado por el controlador NPI-RR es menor que el realizado por el controlador de menor robustez ( $M_s = 2.0$ ) y, cercano al controlador más robusto ( $M_s = 1.2$ ).

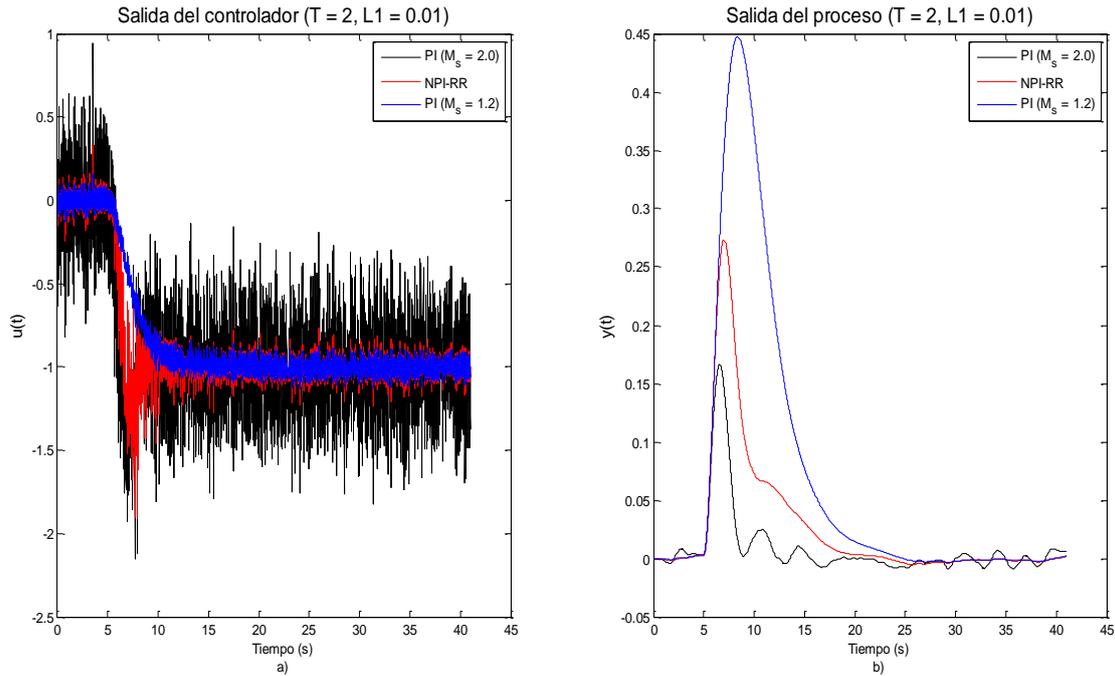


Fig. 2.18 Representación gráfica del comportamiento transitorio del sistema con proceso P7,  $T = 2$  y  $L_1 = 0.01$  para los tres controladores señalados. a) Salida del controlador  $u(t)$ , b) salida del sistema  $y(t)$ .

En Fig. 2.18 b) se observan mejoras en el rendimiento introducidas por el controlador NPI-RR si se toma como indicador el máximo sobrepaso  $M_p$ . El NPI-RR posee un  $M_p$  menor que el PI lineal con  $M_s = 1.2$  y cercano al controlador PI con  $M_s = 2.0$ . Si se toma el tiempo de establecimiento  $t_{est}$  como indicador el NPI-RR se establece antes que el controlador de menor rendimiento.

### Modelo P8

El modelo P8 agrupa sistemas de tercer orden con un polo real múltiple y un cero variable en el semiplano derecho y, que incluyen procesos con constante de tiempo dominante al caracterizarse su dinámica por valores de  $0.25 < \tau < 0.5$ . Para formular la ley de control del NPI-RR la trayectoria que minimiza IAE en la región de robustez fue modelada en cada caso mediante regresión lineal, alcanzándose ajustes de  $98.31 \% \leq R^2 \leq 98.97 \%$ . El ruido de medida añadido al modelo en los experimentos a escala de simulación posee una desviación estándar de 0.07.

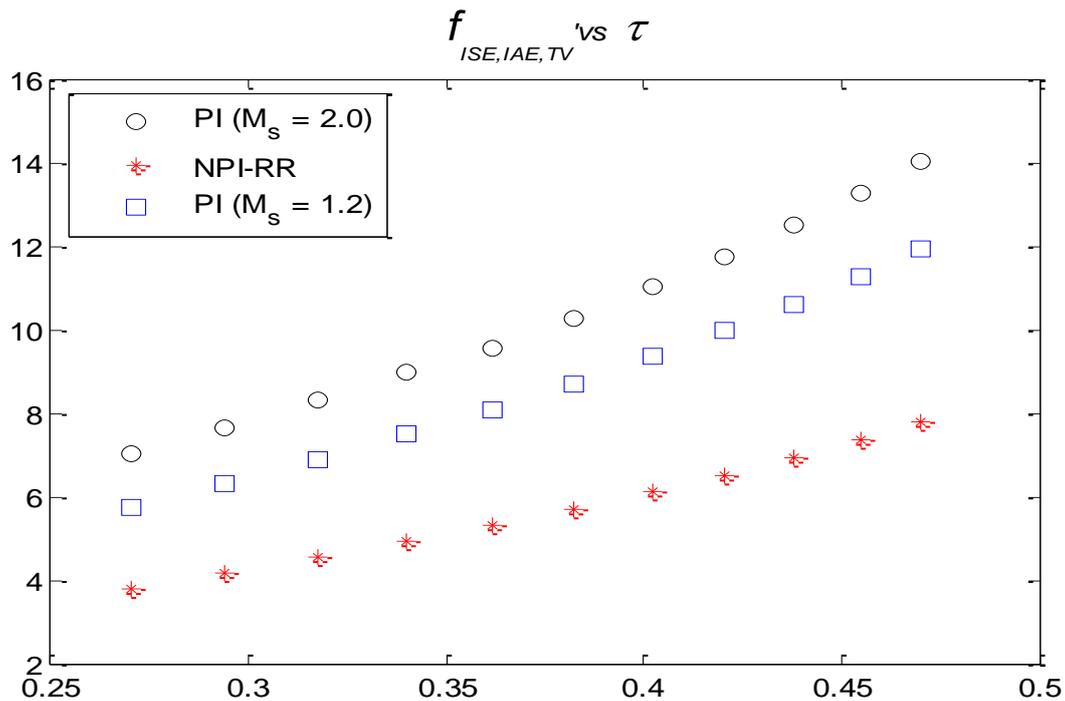


Fig. 2.19 Representación de los resultados de la función  $f_{ISE,IAE,TV}$  versus el retardo normalizado  $\tau$ , correspondientes a tres controladores utilizados para el

$$\text{proceso } P_8(s) = \frac{(1-\alpha s)}{(s+1)^3} .$$

En Fig. 2.19 se puede observar como los sistemas que poseen en su estructura al controlador NPI-RR presentan mejor comportamiento que los conformados por los controladores PI lineales, al poseer valores de sus correspondientes funciones objetivo menores que los pertenecientes a los PI lineales. Para los sistemas cuya máxima sensibilidad y cuya máxima sensibilidad complementaria se encuentran entre  $1.2 \leq M_s \leq 2.0$  el controlador con  $M_s = 2.0$  siempre posee el valor de la función objetivo mayor que la del controlador  $M_s = 1.2$ .

En la Fig. 2.20 se encuentran graficadas las salidas  $u(t)$  e  $y(t)$  del sistema con modelo del proceso  $P_8$  con  $\alpha = 0.6$ . Se puede observar en la Fig. 2.20 a) que el esfuerzo de control realizado por el controlador NPI-RR es menor que el realizado por el controlador de menor robustez ( $M_s = 2.0$ ) y, cercano al controlador más robusto ( $M_s = 1.2$ ).

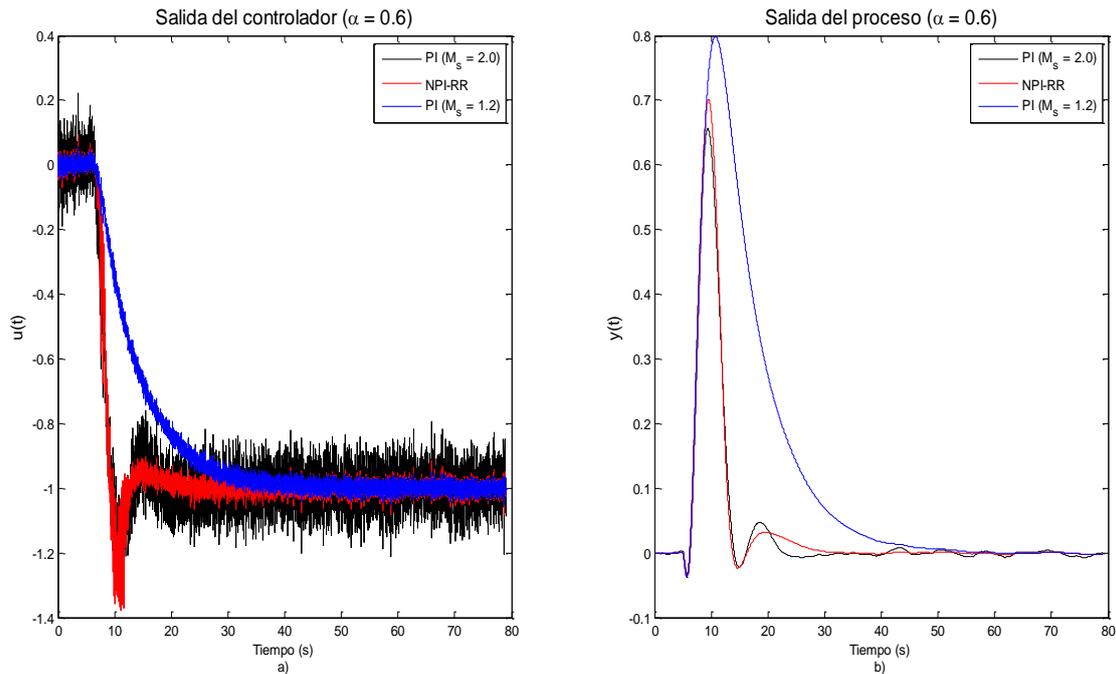


Fig. 2.20 Representación gráfica del comportamiento transitorio del sistema con proceso P8,  $\alpha = 0.6$  para los tres controladores señalados. a) Salida del controlador  $u(t)$ , b) salida del sistema  $y(t)$ .

En Fig. 2.20 b) se observan mejoras en el rendimiento introducidas por el controlador NPI-RR si se toma como indicador el máximo sobrepaso  $M_p$ . El NPI-RR posee un  $M_p$  menor que el PI lineal con  $M_s = 1.2$  y cercano al controlador PI con  $M_s = 2.0$ . Si se toma el tiempo de establecimiento  $t_{est}$  como indicador el NPI-RR se establece antes que el controlador de menor rendimiento.

### Modelo P9

El modelo P9 agrupa sistemas con un polo real fijo y dos polos complejos variables y, que incluyen proceso con constante de tiempo dominante al caracterizarse su dinámica por valores de  $0.12 < \tau < 0.31$ . Para formular la ley de control del NPI-RR la trayectoria que minimiza IAE en la región de robustez fue modelada en cada caso mediante regresión lineal, alcanzándose ajustes de  $97.71 \% \leq R^2 \leq 99.98 \%$ . El ruido de medida añadido al modelo en los experimentos a escala de simulación posee una desviación estándar de 0.035.

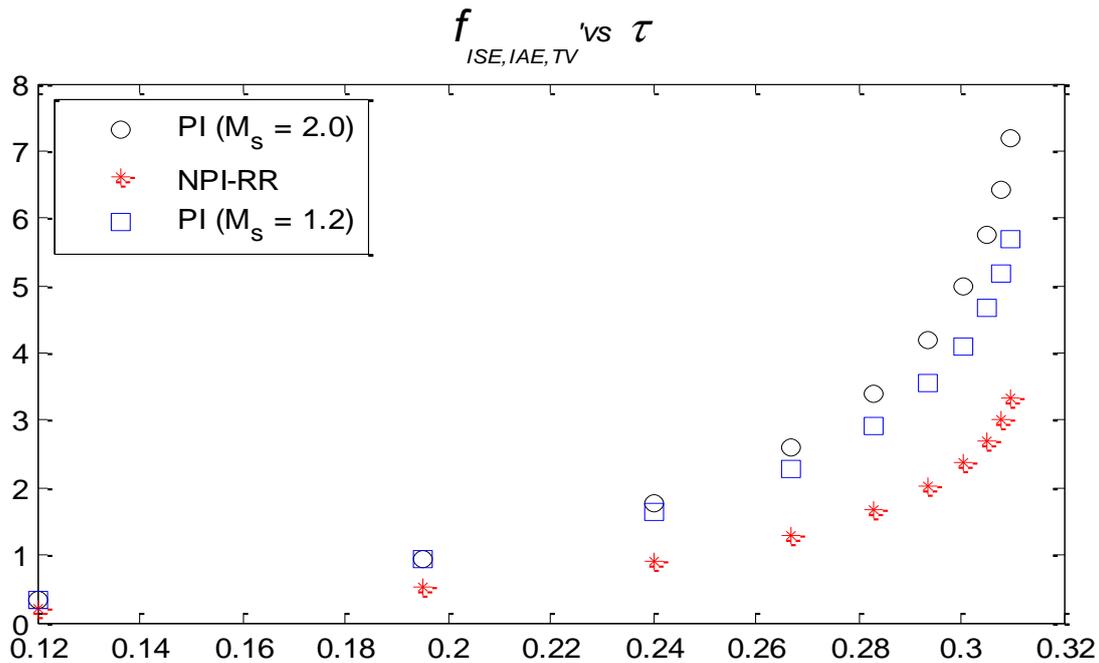


Fig. 2.21 Representación de los resultados de la función  $f_{ISE,IAE,TV}$  versus el retardo normalizado  $\tau$ , correspondientes a tres controladores utilizados para el

$$\text{proceso } P_9(s) = \frac{1}{(s+1)((sT)^2+1.4sT+1)}.$$

En Fig. 2.21 se puede observar como los sistemas que poseen en su estructura al controlador NPI-RR presentan mejor comportamiento que los conformados por los controladores PI lineales, al poseer valores de sus correspondientes funciones objetivo menores que los pertenecientes a los PI lineales. Para los sistemas cuya máxima sensibilidad y cuya máxima sensibilidad complementaria se encuentran entre  $1.2 \leq M_s \leq 2.0$  el controlador con  $M_s = 2.0$  siempre posee el valor de la función objetivo mayor que la del controlador  $M_s = 1.2$ .

En la Fig. 2.22 se encuentran graficadas las salidas  $u(t)$  e  $y(t)$  del sistema con modelo del proceso  $P_9$  con  $T = 0.6$ . Se puede observar en la Fig. 2.22 a) que el esfuerzo de control realizado por el controlador NPI-RR es menor que el realizado por el controlador de menor robustez ( $M_s = 2.0$ ) y, cercano al controlador más robusto ( $M_s = 1.2$ ).

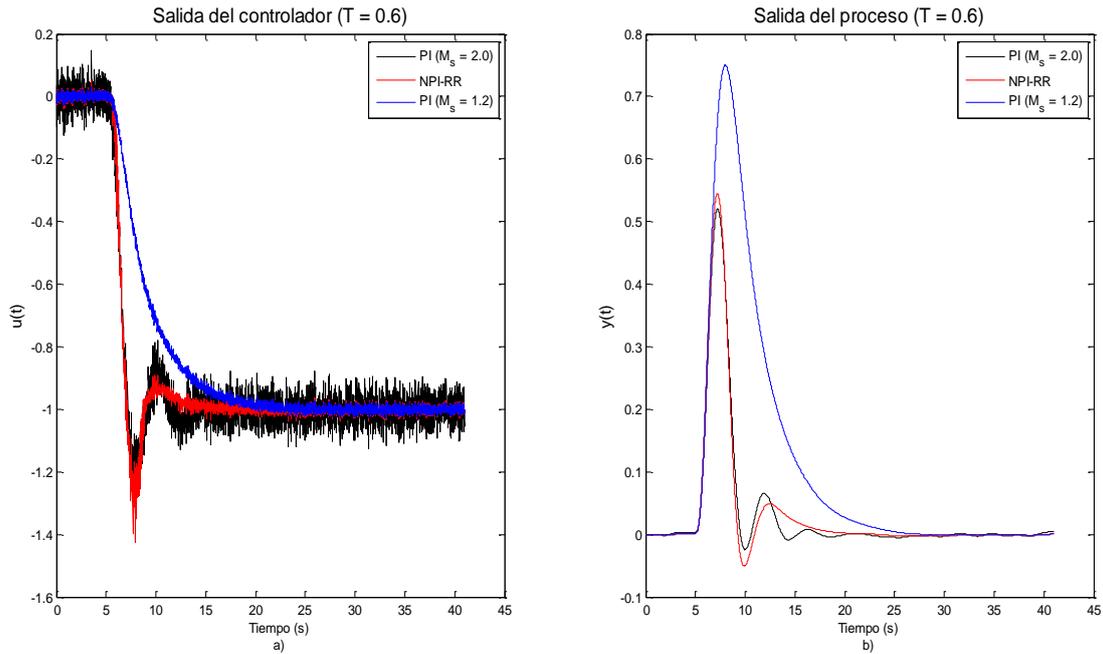


Fig. 2.22 Representación gráfica del comportamiento transitorio del sistema con proceso P9,  $T = 0.6$  para los tres controladores señalados. a) Salida del controlador  $u(t)$ , b) salida del sistema  $y(t)$ .

En Fig. 2.22 b) se observan mejoras en el rendimiento introducidas por el controlador NPI-RR si se toma como indicador el máximo sobrepaso  $M_p$ . El NPI-RR posee un  $M_p$  menor que el PI lineal con  $M_s = 1.2$  y cercano al controlador PI con  $M_s = 2.0$ . Si se toma el tiempo de establecimiento  $t_{est}$  como indicador el NPI-RR se establece antes que el controlador de menor rendimiento.

### 2.5.2 Análisis de los índices de desempeño.

Los datos almacenados en la hoja de cálculo Excel "Índices de desempeño" fueron procesados para así determinar el porcentaje de mejora de los índices de desempeño globales del controlador NPI-RR con respecto a los controladores PI lineales. Las mejoras en los índices ISE e IAE fueron calculadas con respecto al controlador de menor rendimiento y, la de TV se realizó con respecto al controlador de menor robustez.

Ya con todos los porcentajes calculados y utilizando las facilidades brindadas por Excel se procedió a determinar entre todos los porcentajes aquellos que poseían el valor mínimo y máximo de cada índice para los nueve modelos. Estos valores de mejora mínimos y máximos fueron graficados, Fig. 2.23 y Fig. 2.24.

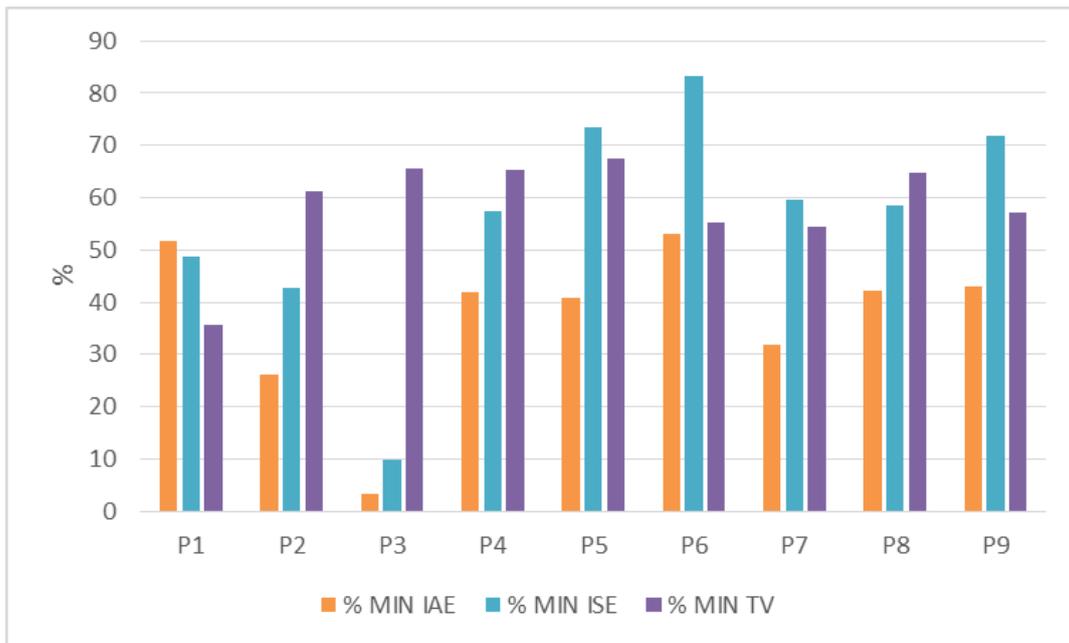


Fig. 2.23 Porcientos de mejora mínimos del controlador NPI-RR.

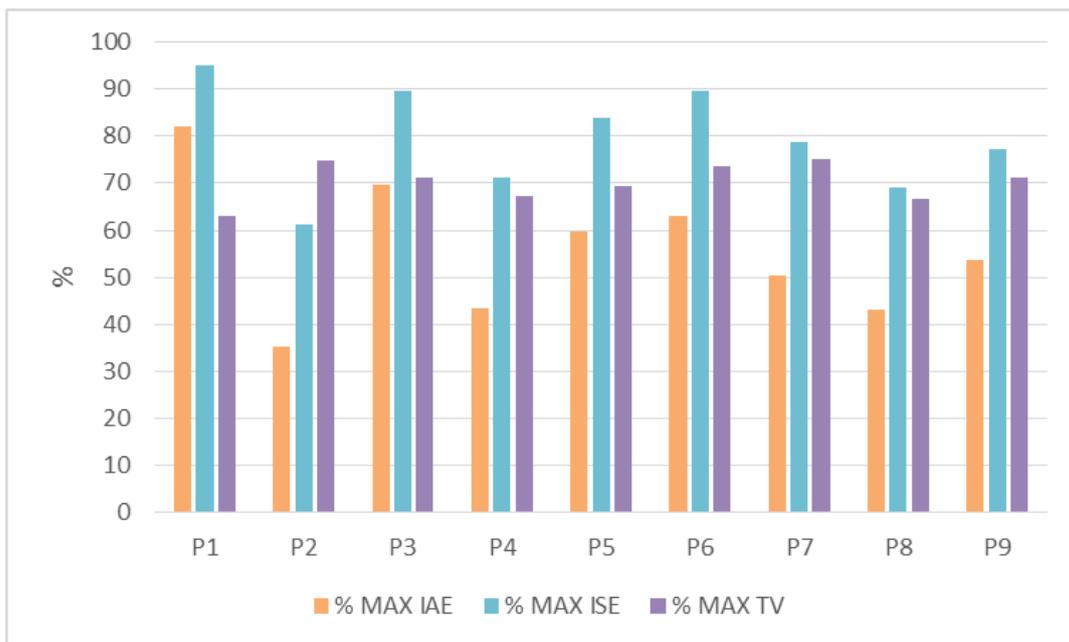


Fig. 2.23 Porcientos de mejora máximos del controlador NPI-RR.

En el histograma de la Fig. 2.23 se observa como el modelo *P3* posee los menores resultados en la totalidad del conjunto de ensayo con respecto a las mejoras en los índices ISE e IAE. Por otro lado, en esta figura se tiene que *P6* presenta en los índices integrales del error los mejores resultados. De manera general todos los modelos, a excepción de *P3*, presentan porcentos de mejoras mínimas superiores al 10% en todos sus índices de desempeño.

Por otra parte el histograma de la Fig. 2.24 muestra al modelo  $P_2$  como el de menor porcentaje de mejora en los índices ISE e IAE y al modelo  $P_1$  como el de mayores resultados. En este caso los porcentajes son superiores al 35% para todos los índices de desempeño del conjunto de ensayo.

En ambas figuras, Fig. 2.23 y Fig. 2.24, se cumple que el modelo con los menores porcentajes en los índices ISE e IAE también tienen los mayores porcentajes para el índice TV y viceversa. Esto demuestra que las mejoras en el rendimiento del controlador conllevan a un aumento en el esfuerzo de control; y si, por el contrario, se busca reducir el esfuerzo a realizar por el controlador entonces de igual forma disminuirá el rendimiento de este.

### 2.5.3 Análisis del rendimiento del sistema.

La respuesta transitoria de un sistema ante una excitación depende de las condiciones iniciales. Por conveniencia al comparar respuestas transitorias de varios sistemas, es una práctica común usar la condición inicial estándar de que el sistema está en reposo al iniciar las simulaciones, por lo cual la salida y todas las derivadas con respecto al tiempo son cero. De este modo, las características de la respuesta se comparan con mayor facilidad. Entre los parámetros que se toman para evaluar el desempeño, se utilizan con frecuencia, el máximo sobrepaso y el tiempo de establecimiento.

En la Tabla 2.1 se presentan los valores del máximo sobrepaso que se obtienen a la salida del sistema con los controladores lineales de menor y mayor robustez y con el controlador NPI-RR para los casos antes analizados.

Tabla 2.1 Máximo sobrepaso a la salida del sistema para los controladores PI lineales con  $M_s=2,0$  y con  $M_s=1,2$  y, para el NPI-RR.

	Máximo sobrepaso		
	$M_s = 2,0$	NPI-RR	$M_s = 1,2$
$P_1(s) = \frac{e^{-s}}{1 + 200s}$	0,0091	0,0092	0,0201
$P_2(s) = \frac{e^{-s}}{(1 + 2s)^2}$	0,4957	0,5532	0,6989
$P_3(s) = \frac{1}{(s + 1)(1 + 10s)^2}$	0,2655	0,2788	0,5422

$P_4(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$	0,4217	0,4716	0,6758
$P_5(s) = \frac{1}{(1+s)(1+0.4s)(1+0.4^2s)(1+0.4^3s)}$	0,3576	0,3824	0,5943
$P_6(s) = \frac{e^{-0.2s}}{s(1+0.8s)}$	1,2398	1,7880	3,5337
$P_7(s) = \frac{e^{-0.01s}}{(1+2s)(1+0.99s)}$	0,1668	0,2732	0,4474
$P_8(s) = \frac{(1-0.6s)}{(s+1)^3}$	0,6562	0,7019	0,7988
$P_9(s) = \frac{1}{(s+1)((0.6s)^2 + 1.4 * 0.6T + 1)}$	0,5203	0,5449	0,7495

En todos los casos el  $M_p$  del NPI-RR está más cercano al controlador de mayor rendimiento  $M_s=2,0$  siendo notable la diferencia en casos como P1, P3 y P6 donde la diferencia relativa entre el  $M_p$  del NPI-RR y el PI con  $M_s= 1.2$  es mucho mayor que con el PI con  $M_s= 2.0$ .

## 2.6 Validación de los resultados.

Para comprobar que la implementación del método fue realizada correctamente se utilizó el programa creado para la obtención del controlador NPI-RR óptimo en el sistema de control de nivel en el molde de vaciado continuo de acero de la empresa Acinox Las Tunas [12] y sus resultados fueron comparados con los obtenidos de manera manual durante el desarrollo del método. En la Tabla 2.2 están resumidos los valores obtenidos de forma manual y por la vía de la simulación.

Tabla 2.2 Comparación de los resultados obtenidos de forma manual y a través de simulación para el proceso  $P(s) = \frac{13.046 * e^{-0.94s}}{s(1+0.26583s)}$ .

Parámetro	Manual	Simulación
$k_{i-rate}$	0.281179	0,281179278
$\Delta k_{i-min}$	0.000173099	0,000173099
$t_{est} (seg)$	54	55

$e_h$		4.1	4,205398055
$k_{rate}$		0.07723	0,073534457
$f_{ISE,IAE,TV} (NPI-RR)$		86.4440742	87,64880566
$W_{ISE}$		0.02984622	0,0301775264495042
$W_{IAE}$		0.29316904	0,295909649849284
$W_{TV}$		0.676984735	0,673912823701212
Índices del controlador de menor rendimiento	$ISE$	2437	2437,607148
	$IAE$	248.1	248,5926168
	$TV$	53.72	54,57749993

Al comparar los datos presentes en la Tabla 2.2 se observa que los valores son prácticamente iguales. Esto demuestra que el algoritmo utilizado para implementar el método es el adecuado y que los resultados analizados con anterioridad son correctos y fiables.

## Conclusiones

En este capítulo se describieron los experimentos de simulación realizados con los sistemas de control conformados por el conjunto de ensayo y, a partir de los resultados obtenidos se demostró la sistematicidad del método de diseño del controlador NPI-RR. En un primer momento se describió el conjunto de ensayo a utilizar para demostrar la sistematicidad del método para después realizar una descripción del algoritmo programado en MATLAB para la obtención del controlador NPI-RR. A continuación se procedió a realizar el análisis de los resultados alcanzados, quedando así demostrado que el controlador NPI-RR obtenido mediante el método propuesto logra establecer un buen compromiso entre rendimiento y robustez. Para comprobar que el algoritmo implementado cumplía las exigencias establecidas fue utilizado en el sistema de control de nivel en el molde de vaciado continuo de acero de la empresa Acinox Las Tunas [12] donde se había aplicado con anterioridad pero de forma manual. Después de comparados los resultados quedó validado el código utilizado alcanzándose todas las expectativas.

## Conclusiones Generales

- Se realizó la implementación en el software MatLab® del método de diseño de un controlador NPI-RR para un conjunto de ensayo representativo de la industria de procesos.
- Se demostró la sistematicidad del método de diseño, así como su superioridad con respecto a controladores lineales en la obtención de una buena relación entre robustez y rendimiento.
- Los resultados alcanzados con el controlador NPI-RR fueron excelentes.

## Recomendaciones

Se recomienda realizar un nuevo trabajo donde se diseñe un controlador PI no lineal robusto con dos grados de libertad para el manejo dinámico de la relación de compromiso entre robustez y rendimiento, así como el seguimiento óptimo a referencia.

## Bibliografía

- [1] Minorsky, N., "Directional stability of automatically steered bodies", *Journal of the American Society of Engineering*, vol.34, pp. 284, 1922.
- [2] Aström, K.J. y Hägglund, T., *Control PID avanzado* Madrid: Pearson Educación S.A., 2009.
- [3] Lagunas Jiménez, J.R., Moo Yan, V. y Ortiz Moctezuma, B., "Degree of freedom robust PID controllers tuning via a multiobjective genetic algorithm", *Computación y Sistemas*, vol.18, (2), pp. 259-273, 2014.
- [4] Aström, K.J. y Hägglund, T.; "The future of PID control", *Control Engineering Practice*, vol.9, pp. 1163-1175, 2001.
- [5] Vilano va; R. y Alfaro, V.M., "Control PID robusto: Una visión panorámica", *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*; pp. 141-158, 2011.
- [6] Rodríguez Rubio, F. y López Sánchez, M.J., *Control adaptivo y robusto*. Sevilla: Secretariado de publicaciones de la Universidad de Sevilla, 1996.
- [7] Postlethwaite, I. y Skogestad, S., *Multivariable Feedback Control*. Estados Unidos Wiley & Sons, 1996.
- [8] Vilanova, R. y Alfaro, V.M., "Model-reference robust tuning of 2dof PI controllers for first and second-order plus dead-time controlled processes", *Journal of Process Control*, vol.2, pp. 359-374, 2012.
- [9] Aström, K.J. y Hägglund, T., *PID Controllers: Theory Design and Tuning*.Lound: 1995.
- [10] Su, Y.X., Sun, D. y Yuan, B.Y., "Design of an enhanced nonlinear PID controller", *Mechatronic*, vol. 15, (8), pp. 1005-1024.
- [11] González Yero, G., Mayo Martí, L. y Ramírez Mendoza, M.; "Un nuevo método de control Pi no lineal robusto", *RIELAC*, 2016.
- [12] González Yero, G., Mayo Martí, L. y Rustán, B.L., "Modeling of Mould Level Control in a Continuous Casting for steel", *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial (RIAI)*, vol.11, (1), pp. 44-53.2014.

- [13] Armstrong, B., Neevel, D. y Kusik, T., "New results in PID control: Tracing Integral Control Friction Compensation and Experimental Results", *Transaction Control System Technol*, vol. 52, (2), pp. 144-150, 2012.
- [14] Shahruz, S.M. y Schwartz, A.L., "Design and optimal tuning of nonlinear I compensators" *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 83, (1), pp. 181-198, 1994.
- [15] Sháhruz, S.M. y Schwartz, A.L., "Nonlinear PI compensators that achieve high performance," *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol.119, pp.105-110, 1997.
- [16] Aström, K.J., Hägglund, T. y Garpinger, O., "Performace and robustness trade offs in PID control," *Journal of Process*, vol.24, (5), pp. 568-777, 2014.
- [17] Aström, K.J., Hägglund, T. y Garpinger, O., "Criteria and trade offs in PID design," Departament of Automatic Control, Lund University, Lund, Suecia.
- [18] Ogata, K., *Ingeniería de Control Moderna*. Ed.5ta Madrid: PEARSON EDUCACION S.A, 2010.
- [19] Améstegui Moreno, M., *Ajustes para control PID*. Bolivia: Universidad Mayor de San Andrés, 2001.
- [20] Ziegler, J.G. y Nichols, N.B., "Optimus setting automatic controller," *Transactions of the American Society of Mechanical*, vol.64, pp. 795, 1942.
- [21] Skogestad, S., "Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning," *Journal of Process Control*, vol.13, pp. 291-309, 2003.
- [22] Chien, I. y Fruehauf, P., "Consider IMC tuning to improve performace," *Chemical Engineering Progress*, pp.33-41, 1990.
- [23] Smith, C.A. y Corripio, A.B., *Principles and practice of automatic process*, New York: Wiley, 1985.
- [24] Shinskey, F.G., *Process controlsystems. Aplication, design and tuning*. New York: McGraw-Hill, 1998.
- [25] Garpinger, O. y Hägglund, T., "A software tool for robust PID design," en *17<sup>th</sup> IFAC World Congress, Seoul, Corea del Sur*, 2008.

- [26] Kuo, B.C., *Sistemas de control automático*. Naucalpan de Juárez: Prentice-Hall Hispanoamericana S.A., 1996.
- [27] Hunnekens, B., Van de Wouw, N., Heertjes, M. y Nijimeijer, H., "Synthesis of variable gain integral controllers or linear motion systems," *Transactions on Control Systems Tecnology*, vol.23, (1), pp. 139-149, 2015.
- [28] Kristiansson, B., "PID controllers, design and evaluation," Control and Automatic Laboratory, Departament of Signal and Systems, Chalmers, University of Technology, Göteborg, Suecia, 2003.
- [29] Alfaro, V.M., Vilanova, R. y Arrieta, O., "Maximun sensivity based robust tuning for two degree of freedom proportional-integral controllers," *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 49, pp. 5415-5423, 2010.
- [30] Tavakoli, S., Griffin, S. y Teming, P.J., "Multi-Objective Optimization Approach to the PI Tuning Problem," en *Congress on Evolutionary Computing*, pp. 3165-3171, 2007.
- [31] Seraji, H., "A new class of nonlinear PID controllers with robotic applications," *Journal of robotic systems*, vol.15, (3), pp. 161-181, 1998.
- [32] Hägglund, T. y Garpinger, O., "Software-based optimal PID design with robustness and noise sensitivity constraints," *Journal of Process Control*, vol.33, (9), pp. 90-101, 2015.
- [33] Smith, C.A. y Corripio, A.B., *Control automático de procesos. Teoría y Práctica*. DF, México: Limusa, 1991.
- [34] Hägglund, T. y Garpinger, O., "A software tool for robust PID design," *IFAC Proceeding Volumens*, pp. 6416-6421, 2008.
- [35] Garpinger, O., "Analysis and design of software-based optimal PID controllers," Tesis de Doctorado, Lund University, Lund, Suecia, 2015.
- [36] Montgomery. D.C., *Design and analysis of experiments*. Arizona: Wiley, 2013.
- [37] Arora, J.S. y Marler, R.T., "The weighted sum method for multi-objctive optimization: new insights," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 41, (6), pp. 853-862, 2010.